T.C.
KIRŞEHİR AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ
EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

# ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERDE TEMSİLLER ARASI DÖNÜŞÜM YAPABİLME YETERLİK DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

**BİLGE BARAN**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**KIRŞEHİR**
**2024**

T.C.
KIRŞEHİR AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ
EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

# ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERDE TEMSİLLER ARASI DÖNÜŞÜM YAPABİLME YETERLİK DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ

BİLGE BARAN

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**DANIŞMAN**
DOÇ. DR. OKAN KUZU

KIRŞEHİR
2024

**KIRŞEHİR AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ**
**YÜKSEK LİSANS TEZ ÇALIŞMASI**
**ETİK BEYANI**

Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesini okuduğumu ve anladığımı ve Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde ve ortaya çıkan sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Tez olarak sunduğum bu çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda bu konuda hakkımda yapılacak tüm yasal işlemleri ve aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim. 16/05/2024

Bilge BARAN

# İÇİNDEKİLER DİZİNİ

**Sayfa No**

## TEŞEKKÜR

Yüksek lisans öğrenim sürecim boyunca ve tez çalışmamın her aşamasında her türlü desteğini ve emeğini esirgemeyen, değerli fikirlerini ve bilgilerini benimle paylaşan, gösterdiği sonsuz anlayış ve ilgiyle bana rehberlik eden değerli danışman hocam Sayın Doç. Dr. Okan KUZU'ya büyük bir içtenlikle teşekkür ederim. Önerileri ile tezimin şekillenmesinde ve nihai hale gelmesinde önemli rol oynayan değerli jüri üyelerim Doç. Dr. Ahmet Oğuz AKÇAY ve Doç. Dr. Büşra KARTAL'a teşekkürlerimi içtenlikle sunarım.

Bugünlere gelmemi sağlayan, desteğini ve ilgisini benden esirgemeyen ve beni her daim destekleyen sevgili anne ve babama, varlığından güç aldığım değerli kardeşime, yüksek lisans eğitimim boyunca her daim yanımda olan, anlayışını ve sabrını esirgemeyen kıymetli eşime ve tam anlamıyla yaşam kaynağım olan biricik oğlum Mete Kaan BARAN'a sonsuz sevgi ve teşekkürlerimi sunarım.

Tezimi, ailem başta olmak üzere üzerimde emeği olan herkese ithaf ederim.

Mayıs, 2024 Bilge BARAN

**ÖZET**

**YÜKSEK LİSANS TEZİ**

**ORTAOKUL ÖĞRENCİLERİNİN KESİRLERDE TEMSİLLER ARASI DÖNÜŞÜM YAPABİLME YETERLİK DÜZEYLERİNİN İNCELENMESİ**

**Bilge BARAN**

**KIRŞEHİR AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ**
**FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ**
**MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI**
**MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI**

| | |
|---|---|
| **Danışman:** | **Doç. Dr. Okan KUZU** |
| | **Yıl: 2024, Sayfa: 109** |
| **Jüri:** | **Doç. Dr. Okan KUZU** |
| | **Doç. Dr. Ahmet Oğuz AKÇAY** |
| | **Doç. Dr. Büşra KARTAL** |

Bu araştırmada ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterlik düzeyleri araştırılmıştır. Temsil türü olarak "Gerçek yaşam", "Görsel/Sayı Doğrusu", "Görsel/Model", "Sembolik", "Dilbilimsel" ve "Manipülatif" temsiller kullanılmıştır. Analiz sonucunda beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerinin girdi temsil türü görsel/model ve gerçek yaşam olan sorularda diğer temsil türlerine oranla daha yüksek performanslar elde ettiği; girdi temsili dilbilimsel olan sorularda ise çok düşük performanslar elde ettiği görülmüştür. Yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin ise girdi temsil türü manipülatif ve sembolik olan sorularda daha yüksek performanslar elde ettiği görülürken, yine girdi temsil türü dilbilimsel olan sorularda zorlandıkları ortaya çıkmıştır. Girdi ve çıktı temsil türü açısından incelendiğinde, beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerin en çok dilbilimsel temsilden manipülatif temsile dönüşüm yapmada; yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin ise dilbilimselden gerçek yaşam temsile dönüşüm yapmada zorlandıkları belirlenmiştir. Öte yandan, sınıf düzeyi arttıkça girdi temsil türü görsel/sayı doğrusu, sembolik, dilbilimsel ve manipülatif olan sorularda öğrencilerin performanslarında bir artış olduğu görülmüştür. Bu temsil türlerinin diğer temsillere oranla daha soyut ve karmaşık bir yapıya sahip olması daha alt sınıflarda öğrenim gören öğrencilerin daha düşük performanslar sergilemesinin bir nedeni olabilir. Sınıf düzeyi arttıkça öğrencilerin hem bilişsel olarak ilerlemesi hem de bu temsil türlerine yönelik öğretim sürecinde deneyim kazanması daha yüksek performanslar elde etmesine zemin hazırlamış olabilir. Öğretim sürecinde kesirlerin farklı temsil türleri ile çeşitlendirilerek sunulması öğrencilerin bilişsel gelişimlerini destekleyebilir.



**Anahtar Kelimeler:** kesirler, çoklu temsiller, temsiller arası dönüşüm

## ABSTRACT

**MASTER'S THESIS**

**AN INVESTIGATION OF MIDDLE SCHOOL STUDENTS' PROFICIENCY LEVELS IN TRANSFORMATION BETWEEN REPRESENTATIONS IN FRACTIONS**

**Bilge BARAN**

**KIRŞEHİR AHİ EVRAN UNIVERSITY**
**INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES**
**DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION**
**MATHEMATICS EDUCATION**

| | |
|---|---|
| **Supervisor:** | **Assoc. Prof. Okan KUZU** |
| | **Year: 2024, Pages: 109** |
| **Juries:** | **Assoc. Prof. Okan KUZU** |
| | **Assoc. Prof. Ahmet Oğuz AKÇAY** |
| | **Assoc. Prof. Büşra KARTAL** |

In this study, the competency levels of middle school students in transforming representations in fractions were investigated using a quantitative research approach with a descriptive survey model. The study consists of six representation types: "Real-Life", "Visual/Number Line", "Visual/Model", "Symbolic", "Linguistic", and "Manipulative". The analyses revealed that fifth and sixth grade students performed better in questions requiring visual/model and real-life input representations compared to other representation types. Conversely, they showed significantly lower performance in questions requiring linguistic input representation. Seventh and eighth grade students, on the other hand, demonstrated higher performance in questions requiring manipulative and symbolic input representations, but faced challenges in questions requiring linguistic input representation. Upon examining input and output representation types, it was found that fifth and sixth grade students struggled most in transforming from linguistic representation to manipulative representation, whereas seventh and eighth grade students faced difficulties in transforming from linguistic to real life representation. Furthermore, as grade level increased, there was an observed improvement in students' performance in questions involving visual/number line, symbolic, linguistic, and manipulative representation types. The more abstract and complex nature of these representation types compared to others may contribute to lower performance among younger students. As students progress through grade levels, their cognitive development and accumulated experience in instructional processes related to these types of representations may facilitate higher performance. Presenting fractions with different representation types during the instructional process can support students' cognitive development.

**Keywords:** fractions, multiple representations, representation transformation

## TABLOLAR DİZİNİ

**Sayfa No**

## ŞEKİLLER DİZİNİ

**Sayfa No**

# 1. GİRİŞ

Bu bölümde problem durumuna, problemin amacına, önemine, araştırmaya dair sayıltılara, sınırlılıklara ve araştırma ile ilgili tanımlara yer verilmiştir.

## 1.1. Problem Durumu

Günümüz toplumları, yaşam boyu öğrenme becerilerine sahip bireylere; başka bir deyişle sürekli olarak bilgisini yenileyebilen, değişime ayak uydurabilen, gelişmeleri takip edebilen ve bilinçli bir bilgi tüketicisi olmanın yanında bilgi üretebilen bireylere gereksinim duymaktadır (Akkoyunlu ve Kurbanoğlu, 2003). Bunu elde etme sürecinde ise matematik ortaya çıkmakta ve bilimin yanında, günlük yaşamda karşılaşılabilecek problemlerin çözümlenmesinde kullanılan önemli araçlardan biri olarak kabul edilmektedir (Baykul, 2014). Bu nedenle günümüzde matematiği bilen, anlayan, yorumlayan bireylere ihtiyaç duyulmakta ve matematik eğitimcilerinden günlük yaşam durumlarında yaratıcı çözümler ortaya koyan, öğrendiklerini gerçek yaşamda etkili bir şekilde kullanabilen ve matematikle gerçek dünya arasındaki ilişkiyi fark edebilen bireyler yetiştirmeleri hedeflenmektedir (Doruk ve Umay, 2011).

Hayatın her alanında karşılaşılan matematiğin önemi her ne kadar fazla olsa da öğrenciler öğrenme ve anlamlandırma sürecinde zorluklarla karşılaşmakta ve matematiğe karşı gerek korku gerekse kaygı içine girmektedirler. Ortaya çıkan matematik kaygısı, matematik problemlerinin çözülmesi istendiğinde veya gerektiğinde bireyde oluşan mantık dışı duygusal tepkiyi ifade etmektedir (Kuzu ve Çalışkan, 2018) ve matematik başarısı üzerinde dikkate değer bir etkiye sahiptir (Živković ve ark., 2022). Ayrıca, matematiğin tam anlamıyla öğrenilmesini güçlendirmekte ya da öğrenilen bilgilerin kısa süre unutulmasına neden olabilmektedir (Işık ve ark., 2008). Matematik öğrenme sürecinde somut deneyimlere yer verilmesi ve sezgilerden matematiksel anlamların oluşturulması ise hem öğrencilerin daha anlamlı ve kalıcı kavram öğrenmelerine hem de ileriki eğitim hayatlarında ihtiyaç duyabilecekleri matematiksel bilgi, beceri ve tutumların kazandırılmasına zemin hazırlayacaktır. Bu bağlamda, öğrencilerin matematikte başarılı olmalarının ve matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerinin sağlanması amaçlanmaktadır. Son yıllarda matematik eğitimi, yalnızca matematik bilgisine sahip bireyler yetiştirmekle kalmayıp, bu bilgiyi pratiğe dökebilen, matematiksel işlemler yapabilen ve problem çözebilen bireyler yetiştirmeyi amaçlamaktadır. Yirmi birinci yüzyıl bilgi toplumları, bireylerin temel becerilerin ötesine geçerek yeni yetkinlik kazanmalarına gereksinim duymaktadır (Gür ve

Korkmaz, 2003). Nitekim matematiksel temel beceriler ve yeterlikler matematiksel kavramların kazandırılmasının yanı sıra, matematiği etkili öğrenmeye ve kullanmaya yönelik olmaktadır (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018).

Matematik eğitiminin ana hedeflerinden biri, öğrencilerin matematiksel kavramları anlamlandırabilecekleri, daha etkili ve kalıcı öğrenmelerin sağlanabileceği ve elde ettikleri bilgileri gerçek yaşamda anlamlı şekilde kullanabilecekleri bir öğrenme ortamının oluşmasını sağlamaktadır (Carpenter ve Lehrer, 1999; Hiebert 1992). Eğitim öğretim sürecinde öğrencilerin merkezde olduğu ve anlayışlarının önem arz ettiği bir öğrenme ortamının ve öğretim sürecinin tasarlanması ise etkili bir kavram öğretim sürecinin gerçekleşmesine zemin hazırlayacaktır (Kuzu ve ark., 2018). Matematiği anlayarak öğrenen bir öğrenci, matematiksel kavramları ezbere kullanmak yerine anlamlı bir şekilde kullanacak (Schoenfeld, 1988; Skemp, 2006) ve böylelikle matematik eğitiminin ana hedefi gerçekleşmiş olacaktır.

Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM])'nin matematik öğrenimi ve öğretimi için belirlediği süreç standartlarında problem çözme, akıl yürütme ve ispat, iletişim, ilişkilendirme ve çoklu temsiller matematikte önemli beceriler arasında yer almaktadır. Ulusal ve uluslararası düzeydeki matematik dersi öğretim programlarında öğrencilerin matematik anlamalarını güçlendirmek, daha kolay ve kalıcı öğrenmelerine katkı sağlamak amacıyla temsil becerisi öne çıkmaktadır. Gerek matematik öğretiminde gerekse matematik öğreniminde öğrenciler temsilleri anlamlandırarak kullanabilmeleri matematiksel düşünme becerilerinin gelişmesini de sağlamaktadır (NCTM, 2000). Ayrıca temsiller öğrencilerin matematiği nasıl öğrendiklerini anlayabilmede önemli bir unsur olarak görülmektedir (Özgün-Koca, 1998). Bununla birlikte matematik eğitiminde öne çıkan kavramsal öğrenmeye çoklu temsil yaklaşımının katkısı, çoklu temsil kullanımına yönelik ilginin temel nedenleri arasındadır. Son yıllarda matematik eğitimcilerinin dikkatini çeken çoklu temsil kavramının bu becerilerin kullanımında da ön plana çıktığı görülmektedir. Kavram öğretiminde ve problem çözümünde birden çok temsil kullanılması, kavramsal anlama düzeylerinin ve bilişsel süreç becerilerinin gelişmesine katkı sağlayacaktır (Kuzu, 2020b).

Matematik; aynı anlamı taşıyan, birbiriyle ilişkilendirilebilen ve birbirine dönüştürülebilen birçok farklı temsili içinde barındırmaktadır. Matematiksel kavramların doğası çoklu gösterimlerle ifade edilmelerini gerekli kılmaktadır ve problem çözme sırasında karşılaşılan bazı zorlukların azaltılmasına yardım etmektedir (Dufour-Janvier ve ark., 1987). Bu nedenle, çoklu temsillerin matematik öğrenme ve öğretme süreçlerinde kullanılması gerekmektedir. Matematiksel kavramların farklı temsillerini ve bu temsiller arasındaki dönüşümleri dikkate alarak yapılan öğretimin, öğrencilerin matematiksel anlama sürecine yardım edeceği ve matematiksel kavramları ve aralarındaki ilişkileri anlamalarını geliştireceği belirtilmektedir (Hilbert ve Carpenter, 1992; Kaput, 1989).

Günümüz matematik dersi öğretim programları; bireylere matematiksel kavramları anlayabilmelerini, bu kavramları günlük hayatta ve diğer alanlarda kullanabilmelerini sağlayacak temel bilgi ve becerileri kazandırmak gibi genel amaçlar edinmiştir. (MEB, 2013, 2018; NCTM, 1989, 2000). NCTM (2000), matematiği öğrenmeyi ve uygulamayı, "matematikteki sembolleri kullanabilmenin yanında, matematiksel bilgileri düzenleyebilme, matematiksel kavramlar ve işlemler arasında özel dil, sembol, grafikler ya da diğer temsil biçimleri kullanarak bağlantılar kurabilme ve aynı zamanda problemleri yorumlayabilme, sonuçlarını düşünmek ve çözüm için uygun araçlar geliştirebilme çabası" olarak ifade etmektedir. Matematiksel kavram ve kuralları farklı temsil biçimleri ile gösterebilmeleri ve bu temsil biçimleri arasındaki ilişkileri fark edebilmeleri, öğrencilerin belirlenen hedeflere ulaşabilmeleri için gereken beceriler arasında yer almaktadır. Faklı temsillerin ve bu temsiller arası ilişkilerin kullanılabilmesi öğrencilerin bir kavramı ne kadar öğrenebildiklerine ilişkin önemli bir gösterge olarak ifade edilmektedir (Bosse ve ark., 2011). Matematiğin sembolik, grafik, nümerik temsilleri arasında ilişkilendirme yapmak matematiği öğrenmek ve öğretme sürecinde önemli bir bileşendir (Krishnan,2011). Farklı temsil biçimleri, günümüz matematik eğitimi programlarında açık olarak matematik öğrenme ve yapma süreçlerinin en önemli becerilerinden birisi olarak vurgulanmaktadır (Ainsworth, 1999; Hiebert ve Carpenter, 1992; Kaput, 1989; MEB, 2013, 2018; NCTM, 2000; Piez ve Voxman, 1997). Söz konusu bu beceri, matematiksel kavramların farklı anlamlarını daha etkili bir şekilde ortaya çıkarmaya (Kaput, 1992) ve öğrencilerin matematiği derinlemesine, esnek, sağlam bir şekilde anlamasına yardımcı olmaktadır (Hiebert ve Carpenter, 1992; Piez ve Voxman, 1997). Bir kavramın çoklu temsillerle gösterilmesi kavramın anlamlı bir şekilde anlaşılması ve zihindeki kavrama ilişkin ağın zenginleşmesine yardımcı olmaktadır (Bosse, Adu-Gyamfi ve Cheetham, 2011; Işık, 2011).

Kesir kavramı, matematik öğreniminde büyük önem taşıyan, birçok kavramın öğrenilmesine temel oluşturan ve kavramların gelişimi için gerekli olan önemli bir kavramdır. Kesiler öğrencilerin öğrenmekte en çok zorlandıkları kavramlardan biridir ve ortaokul matematik öğretim programında sayılar ve işlemler öğrenme alanına ait bir alt öğrenme alanıdır (MEB, 2018). Kesirlerin öğrenilmesindeki zorluklar kesirlere bağlı diğer kavramlarda daha fazla ilerlemenin önünde bir engeldir. Üstelik bu kavram, matematiğin birçok alanında kullanılan ve ondalık gösterimler, yüzdeler, oran, orantı, rasyonel sayılar, olasılık, ölçüler gibi birçok kavramın öğrenilmesinde ön şart olan bir kavramdır. Zira matematikte yeni öğrenilecek kavramın kazanılması, ön kavramların özümsenmiş olmasına bağlıdır (Kuzu, 2017). Ni (1999), kesir kavramına yönelik güçlü bir kavramsal bilginin, sayı kavramının geliştirilmesinde önemli yere sahip olduğunu belirtmektedir. Matematiksel açıdan kesirlerin sayı sistemlerinin hiyerarşik düzeninde ve gelişiminde özel bir yeri bulunmaktadır ve rasyonel sayı kavramına temel oluşturmak için kullanılmaktadır. (Alacaci, 2010, 2015). Kesirler yalnız temel eğitim süreci matematiğindeki sayılarla ilgili konularda değil aynı zamanda türev, integral ve özellikle cebir gibi ileri matematik konularında da sık bir şekilde kullanılmaktadır. Kesirler ve kesirlerle işlemlere yönelik kavramsal anlamanın oluşturulması, ileri düzeydeki konuların öğrenilmesi ve problem çözme becerisinin geliştirilmesinde önemli yere sahiptir. Buna karşın kesirler ve kesirlerle işlemler, anlaşılması zor matematiksel konuların başında gelir (Işık, 2011; Işıksal, 2006; Küçük ve Demir, 2009; Misquitta, 2011; Tirosh, 2000). Kesirlerin diğer matematik kavramları ile olan ilişkisi ve öğrencilerin matematik başarısına olan etkisi göz önüne alındığında öğrencilere temel eğitim sürecinde kesirlere ait kavramları öğretimi önemli bir durum olarak karşımıza çıkmaktadır. Ancak yapısı itibariyle karmaşık, çok yönlü ve soyut düzeyde olan bu kavramı öğrencilerin anlamakta ve anlamlandırmakta zorluk çektiği bilinmektedir.

Yapılan çalışmalara göre, kesirlerin matematiğin en soyut ve zor kavramlarından biri olduğu (Olkun ve Toluk, 2001; Orhun, 2007); birçok matematiksel kavrama oranla da daha zor ve karmaşık bir yapıya sahip olduğu (Aksu,1997; Baykul, 2005; Behr ve ark., 1993; Booker, 1996; Charalambous ve Pinta-pantazi, 2005; Davis, 2003; Hansen, 2014; Hart, 1993; Hasemann, 1981) söylenmektedir. Matematiğin en zor anlaşılan konularının başında kesirler konusunun gelmesinin altında birçok neden bulunmaktadır. Örneğin, kesirlerin yazılı formunun karmaşık ve kesir aritmetiğinin birçok kuralının olması ve sembolik dili ile anlamı arasındaki ilişkinin kurulamaması bir neden olarak görülmektedir (Hasemann, 1981; Mack, 1990, 1995). Öte yandan, günlük yaşamda doğal sayılar kadar kullanılmaması, tam sayılardan farklı özellikler göstermesi, her bir kesir için sonsuz sayıda denk başka kesirlerin olması, kavramsal zenginliği ve karmaşıklığı olması da diğer bir neden olarak sunulabilir. (Alacacı, 2010). Kesirlerin farklı anlamlarının olması, bu anlamların kendi içinde ve matematiğin diğer konuları ile ilişki içinde olması ve aynı zamanda bu anlamların işlemlere temel olması da nedenleri arasında sıralanabilir (Ersoy ve Ardahan, 2003; Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010; Olkun ve Toluk-Uçar, 2006). Kesir kavramı birçok alt kavramdan oluşması nedeniyle öğrencilerin kesir kavramını diğer matematiksel kavramlarla ilişkilendirdiğinde özümseyebilir ve uygulamada kullanabilir. Yapılan çalışmalar kesir kavramının soyut yapısı nedeniyle öğrencilerin her sınıf düzeyinde kesir kavramını anlamakta güçlükler yaşadığı belirtilmektedir (Ardahan ve Ersoy 2002; Başgün ve Ersoy, 2001; Ersoy ve Ardahan, 2003; Işık ve Kar 2012; Olkun ve Toluk, 2001; Post,1989). Bu güçlüklerin temel nedeninin ise kesirlerin yapısından ve öğretiminden kaynaklandığı vurgulanmaktadır (Birgin ve Gürbüz, 2009; Soylu ve Soylu, 2005; Yazgan, 2007; Yılmaz ve Yenilmez, 2008).

Hiebert (1985) öğrencilerin kesirlerle ilgili olarak çoğu zaman zorlandıklarını vurgulamaktadır. Öğrencilerin, kesirleri modelleme yardımı ile somut şekillerden, gerçek yaşam durumlarından deneyimlerle akıl yürütmeye geçişini kolaylaştırabilir. Bu durum, kesirli ifadelerin görselleştirilmesinde kullanılan dairesel, dikdörtgensel modeller, sayı doğrusu ve bazı nesneler gibi temsillerin kullanılması ile gerçekleşebilir (Steiner ve Stoecklin, 1997). Kesirler konusunda somut materyal ve şekil gibi çoklu temsil çeşitleri kullanılarak yapılan öğretimlerde öğrencilerin konuyu daha iyi öğrendikleri (Cramer ve ark., 2002) ve çoklu temsil çeşitlerini kullanabilme becerisine sahip öğrencilerin ise problemleri daha doğru çözebildikleri görülmüştür (Niemi, 1996). Kesir öğrenimi ve öğretiminde temsil sistemlerindeki çeşitli türlerin kullanım amaçlarından biri kesri bir temsilden diğerine çevirebilme yeteneğidir (Lesh ve ark., 1987). Öğrencilerin kesirler konusunu anlamasına yönelik matematiksel bilgileri ile görselleştirme arasındaki bağlantıyı kurabilmesi ve kesirlerin öğretiminde çoklu temsilleri kullanabilmesi ve dönüşüm yapabilmesi önemlidir (Alacacı, 2010). Bu bağlamda yapılan çalışmanın öğrencilerde görülen eksikliklerin giderilmesine yönelik yapılabilecek çalışmalara katkı sağlayabileceği ön görülmüştür.

Çoklu temsiler ve çoklu temsil dönüşümlerinin yanında kesir kavramı; barındırdığı zorluklar, diğer matematik alanları ile olan ilişkisi ve öğrencilerin ileri matematik başarıları için temel olmasından dolayı önem arz etmektedir. Ülkemizde ortaokul matematik dersi programı, öğrencilerin kesirlerin farklı anlamlarını kavrayabilmesini, kesirleri temsil edebilmesini, yorumlayabilmesini, kesirle işlemler (toplama, çıkarma, çarpma, bölme, sıralama ve karşılaştırma) yapabilmesini ve farklı matematik konularında kullanabilmesini amaçlamaktadır (MEB, 2018). Bu açıdan bakıldığında kesirlerin anlamları, kesirlerle işlemler ve kesirlerin temsil edilmeleri ön plana çıkmaktadır. Ortaokul öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik çoklu temsil dönüşüm yeterliğinin incelenmesinin matematik eğitimi alanına katkı sunacağı düşünülmektedir.

### 1.2. Araştırmanın Amacı

Bu araştırmada ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterlikleri incelenmiştir. Bu bağlamda, araştırmanın temel problemi "ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterlikleri ne düzeydedir?" olarak belirlenmiş ve aşağıdaki araştırma sorularına cevap aranmıştır.

1. Ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterlik düzeyleri nasıldır?
2. Ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterlik düzeyleri sınıf seviyesine göre nasıl değişmektedir?
3. Ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterlikleri arasında ilişki var mıdır?

### 1.3. Araştırmanın Önemi

Temsil; öğrencilere kavramları anlamada kelimelerle sözel, tablolarla sayısal, grafiklerle görsel ve sembollerle cebirsel olarak destek sağlar. Böylece, öğrenciler matematiksel bir kavramın çeşitli şekillerde nasıl ifade edilebileceğini öğrenirler (McKendree ve ark., 2002). Çoklu temsil yöntemi, öğrencilerin bilişsel süreçlerini aktive ederek kavramsal anlamalarını geliştirir. Bu nedenle, matematiksel anlamanın yollarından biri olan farklı temsiller ve farklı temsiller arasındaki dönüşümler, matematiksel kavramları farklı biçimlerde kavramsallaştırma, ifade etme ve gözlemleme fırsatı veren araçlar olup, özellikle öğrencilerin anlama sürecine de önemli katkılar sağlamaktadır. Temsil, kavramları somut hale getirmek için bir modelleme sürecidir (Kaput, 1999). Çünkü temsiller, kavramsal ilişkileri gözler önüne sererek görselleştirmeye katkıda bulunur (Sezgin, 2019). Matematiksel bilginin farklı temsil şekilleriyle ifade edilmesi, matematik öğrenimini etkileyen önemli bir faktördür (Van De Walle ve ark., 2018). Ayrıca, temsiller arasında geçiş yapabilme becerisi, kavramsal anlamanın önemli bir göstergesi olarak kabul edilir.

İlgili alan yazın incelendiğinde çoklu temsillerin öğrenme ortamlarında kullanılmasının, derinlemesine anlamayı ve öğrenmeyi sağladığı (Adadan, 2006, 2013; Mayer, 2003; Sankey, Birch ve Gardiner, 2010; Treagust ve ark., 2003; Tsui ve Treagust, 2003; Wu ve ark., 2012), öğrencilerin ilgi ve motivasyon seviyelerinde artış sağladığı belirlenmiştir (Chen ve Fu, 2003; Prain ve Waldrip, 2006, 2010; Waldrip ve ark., 2010).

Bununla birlikte son dönemde yapılan çalışmalar, çoklu temsillerin kullanılmasının, bir temsilde bulunan eksikliklerin diğer temsillerle giderilmesine yardımcı olduğunu ve bu bağlamda öğrenmeyi desteklediğini belirtmektedir (Ainsworth ve Van Labeke, 2004; Kaput, 1989; Prain ve Tytler, 2012; van der Meij ve De Jong, 2006). Bu nedenlerden dolayı, içeriklerin daha iyi anlaşılabilmesi için kullanılan çoklu temsillerin geliştirilmesi ve bütünleştirilmesi gerektiği konusunda araştırmacıların fikir birliği sağladıkları görülmektedir. (Kress ve ark., 2001; Lemke, 2004; Norris ve Phillips, 2003). Matematiksel yeterlik olarak da kabul edilen, temsil dönüşüm sürecinde, farklı sistemler arasında veya aynı sistemdeki farklı temsil türleri arasında bir geçiş varsa "temsiller arası dönüşüm"; aynı sistem ve aynı temsil çeşidi içerisinde bir geçiş varsa "temsil içi geçiş" olarak belirtilmiştir. Temsiller arası dönüşümlerde farklı sistemler arasında veya aynı sistemdeki farklı temsil türleri arasında dönüşümler gerçekleşir. Temsil içi geçişlerde ise aynı sistem ve temsil çeşidi içerisindeki geçişler esas alınır (Goldin, 1998).

Çoklu temsiller arasında geçiş yapılamaması durumunda ise matematiğin kavramsal boyutta anlaşılamadığı söylenebilir (Ainsworth, 1999; Meij van der ve Jong de, 2006). Verilerin temsil edilme süreci; çoklu temsillerin (grafik, tablo, şema vb.) özelliklerinin farkında olma, farklı temsillerdeki aynı veriyi fark etme, temsil türlerinin veriyi temsil etmedeki etkililiğini değerlendirme ve veri birimlerini belirleme olmak üzere dört boyuttan oluşmaktadır. Ayrıca aynı veri ile ilgili farklı temsillerin kullanılması farklı fikirlerin ortaya çıkmasına ve tartışmalara imkân sağlayacaktır (Mooney, 2002). Dolayısıyla öğrencilerin temsiller arasındaki ilişkiyi görüp görmediklerini anlamak önemlidir (Ainsworth, 1999).

Temsil kavramının yanı sıra kesir kavramı da içerdiği zorluklar, diğer matematik alanlarıyla olan ilişkisi ve öğrencilerin ileri matematik başarıları için temel oluşturmasından dolayı önemlidir. Kesirler, rasyonel sayılar, oran orantı, ondalık gösterimler, yüzdeler, olasılık gibi birçok konu için temel oluşturur (MEB, 2018). Kesirler, matematikteki en temel konulardan biridir ve öğrencilerin anlamakta zorlandıkları başlıca konulardan biridir (Cramer ve ark., 2009). Kesirlerin kavramsal zenginliği ve karmaşıklığı nedeniyle matematik derslerinde öğretimi dikkat ve özen gerektirir. Öğrencilerin kesirleri her durumda anlayabilmeleri için farklı problem durumlarında deneyim kazanmaları önemlidir. Kesirler parça-bütün, bölüm, ölçüm, oran ve işlemci gibi farklı anlamlara sahiptir (Kieren, 1976) ve bu kavramsal zenginlik ve karmaşıklık, etkili bir öğretimi gerekli kılar. Kesir kavramının sağlam temelleri, kesrin farklı anlamlarının öğrencide somutlaşması ile gerçekleşir. Kesir kavramının sağlam temelleri, kesrin farklı anlamlarının öğrenci tarafından somutlaştırılması ile atılır. Kesirlerin farklı anlamlarıyla birlikte, kesir öğretiminde önemli unsurlardan biri de kesirlerin somutlaştırılmasını sağlayan temsil türleridir. İyi bir kesir kavramı gelişimi için gerekli olan bu ön koşullar yerine getirilerek, gerçek yaşam durumları ve somut araçlar kullanılarak etkili bir kesir öğretimi hedeflenmelidir. Bu durumda kesirlerin ve ilgili kavramların iyi öğrenilmesi, hem konunun öğrenci için anlamlı hale gelmesini sağlar hem de ileriki matematik konuları için sağlam bir temel oluşturur(Bingölbali ve Özmantar, 2010).

Kesirlerin ve ilgili kavramların öğretim sürecinde iyi anlaşılması, öğrencilerin hem matematiğin bu zevkli konusunu anlamlı hale getirmelerine, hem de günlük hayatta ve diğer derslerde kesir kullanımı konusunda başarılı olmalarına katkı sağlar. Aynı zamanda bu süreç, ileri matematik konuları için sağlam bir ön öğrenme oluşturur (Alacacı, 2010). Kesirlerle ilgili işlemlerin ve problemlerin çözümünde de tıpkı doğal sayılarla ilgili işlemlerde olduğu gibi, modellerden ve şekillerden yararlanılmalıdır. Sorulara ilişkin çizilmiş şekiller ve kullanılan modeller, soruyu somutlaştırıp anlamayı kolaylaştırarak doğru çözüme ulaşmayı sağlar. Böylelikle, soyut olan kesirler, çoklu temsiller, bilişsel süreçler ve işlemsel gereklilikler içeren uygulamalarla desteklendiğinde ve gerçek yaşam durumları ile ilişkilendirildiğinde, öğrenciler kesirlerin hayatın bir parçası ve bir ihtiyaç olduğunu fark ederler ve bu durum kesirler konusunun kavranmasını kolaylaştırır (Kocaoğlu ve Yenilmez, 2010). Kesirlerin soyut yapısı ve farklı gösterimlerinin öğrenciler tarafından kolay anlaşılamamasına bağlı olarak kesir öğretiminde öğretim ortamlarında soyut nesne veya durumların mümkün olduğunca somut ve anlaşılır hale getirilmesinde onların sözel, görsel, nesne, gerçek yaşam durumu ve yazılı olarak ifadesini sağlayan çoklu temsillerin kullanımı önemlidir. Matematik öğretim programında, kesirlerin somutlaştırılarak öğretimi ile öğrencilerin kesirlerle ilgili bilişsel şemalarının oluşturulması ve şekillendirilmesi açısından somut nesne ve temsilin, özellikle görsel temsilin kullanımı desteklenmiştir (MEB, 2009, 2018).

Kesirlerin öğretiminde çoklu temsiller, çoklu temsil dönüşümlerine yer verme durumlarının incelenmesi yapılacak öğretimin verimliliğinin değerlendirilmesi bakımından önemlidir. Bu bağlamda, matematik öğretim programlarında öğretmenlerden öğrencileri çoklu temsilleri kullanmaya teşvik etmeleri beklenmektedir (NCTM, 2000). Matematik öğretmenleri, öğrencilerin kendi temsil biçimlerini ortaya koymalarına fırsat verecek ortamları düzenlemeli ve bir matematiksel kavramın farklı temsiller arasındaki ilişkileri keşfetmelerinde rehberlik etmelidirler (NCTM, 2000; Smith, 2004). Öğrencilerin farklı temsil biçimlerini inşa edebilmeleri ve yorumlayabilmeleri, onların matematiksel kavram ve bilgi hakkında NCTM'in belirttiği diğer becerilerden biri olan iletişim ve muhakeme için de gereklidir (Greeno ve Hall, 1997). Bu nedenle kavram ve konuların öğretiminde, problem çözme süreçlerinde temsillerin kullanımı, öğrencilere başta zor gelen problem durumlarını veya matematiksel kavramları daha kolay hale getirmektedir Ortaöğretim matematik öğretim programında çoklu temsiller (tablo, grafik, denklem, şekil, somut modeller, semboller, gerçek yaşam durumları) arasında ilişkilendirmelerin yer alabileceği eğitim ortamları hazırlanmasının önemine vurgu yapılmaktadır. Bu durum öğrenme ortamlarında farklı bilişsel ve işlemsel süreçleri içeren soruların kullanılmasını gerekli görmektedir. Soyut birçok matematiksel kavram içermesi bakımından kesirlerin, somut yapılar kullanılarak öğrenci için anlamlı hale getirilmesi ve önceki öğrenmeleri ile ilişkilendirilerek sunulması büyük önem taşımaktadır. Bunu anlamlı hale getirmenin bir yolu da kesirler için faklı temsil biçimleri kullanmak olabilir. Bu anlamda temsiller matematikteki her konuda olduğu gibi kesirlerin öğretimin de onların sözel, görsel, nesne, gerçek yaşam durumu ve yazılı olarak ifadesini sağlayan geniş bir kullanım alanına sahiptir. Ortaokul matematik dersi öğretim programının genel amaçlarından biri kavramların farklı temsil biçimleri ile bu temsiller arasındaki ilişkinin görülmesini sağlamak ve öğrencilerin problem çözme, iletişim kurma veya akıl yürütme gibi becerilerini geliştirebilmektir. Bunun yanında matematiksel süreç becerilerinden iletişim kurma becerisini geliştirmek için dikkate alınması gereken göstergelerden ‘somut model, şekil, resim, grafik, tablo, sembol vb. farklı temsil biçimlerini kullanarak matematiksel düşüncelerin ifade etme’ yönergeleri çoklu temsil kullanıma işaret etmektedir.

Öğrenme ortamlarında matematiksel kavramların çoklu temsiller ile ifade edilmesi, temsillerin birbirleriyle ilişkilendirilmesi ve temsiller arası dönüşüm yeterliklerinin kullanılması matematiği seven, matematiğin doğasını kavrayan, matematiksel bilgileri anlamlandıran, matematiğin hayatın bir parçası olduğunun farkında olan bireyler yetiştirmek için gerekli görüldüğü ifade edilebilir. Bu nedenle kesir kavramının öğretme sürecinde kavramın anlamlandırılması, kullanılması ve aktarılabilmesi için temsillerin, temsiller arası dönüşüm yeterliklerinin kullanılması öğrencilerin kesir kavramını daha anlamlı ve kalıcı öğrenmelerine katkı sağlayabilir. Kesirler ondalık gösterimler, yüzdeler, oran, orantı, rasyonel sayılar ve ölçüler gibi birçok matematik konusunun temeli olan bir kavramdır (İpek ve ark., 2005; Vanhille ve Baroody, 2002) ve temel eğitim matematiğinde önemlidir. Kesirler, kendinden sonra gelen kavramların öğrenilmesine olanak sağlamaktadır. Nitekim birbiri üzerine konumlandırılmış konulardan oluşan matematikte, bir konunun tam olarak anlamlandırılamaması ise ilişkili ya da devamı niteliğinde olan diğer konuların öğreniminde güçlüklerin ortaya çıkmasına sebep olabilmektedir (Kuzu, 2017). Bu nedenle kesirler konusu kullanılarak söz konusu süreçlerin ayrıntılı olarak analizinin yapılması planlanmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin kesirler konusunda temsiller arasında dönüşüm yapabilme düzeylerinin ortaya çıkarılması önemlidir.

Yapılacak çalışma sayesinde, ortaokul matematik öğretim programının öğrencilerde temsillerle gösterimlerinin ve temsiller arasındaki dönüşümleri yapabilme yeterliğinin nasıl olduğu kesirler konusu kapsamında belirlenebilecektir. Ulaşılabilecek sonuçlar doğrultusunda matematik öğrenme ve öğretme sürecinin ne yönde ve nasıl geliştirilebileceği üzerinde tartışılabilir. Bu araştırmada, ortaokul öğrencilerin kesirler konusuna yönelik temsiller arası dönüşüm yeterlikleri ortaya konulmaya çalışılmıştır. Ayrıca, öğrencilerin ne tür temsiller kullandıkları araştırılmıştır. Bu tez araştırması kapsamında öğrencilerin kendi temsil dönüşüm süreci yeterliklerinin kendilerinin görmesine fırsat sağlaması nedeniyle de alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

### 1.3. Araştırmanın Sayıltıları

Bu araştırmada;

**1)** Katılımcıların ölçme araçlarında yer alan soruları içten ve tarafsız bir şekilde yanıtladıkları varsayılmıştır.

**2)** Ölçme araçlarının katılımcıların tamamına uygun ortam ve eşit koşullarda uygulandığı varsayılmıştır.

**3)** Katılımcıların uygulama esnasında her türlü iç ve dış çevresel faktörlerden etkilenmedikleri varsayılmıştır.

### 1.4. Araştırmanın Sınırlılıkları

Bu araştırma;

**1)** 2022-2023 eğitim öğretim yılı ile sınırlıdır.

**2)** Ölçme araçlarının ölçtüğü niteliklerle sınırlıdır.

**3)** Katılımcıların ölçme araçlarına verdikleri yanıtlarla sınırlıdır.

**4)** Ölçme araçları ile elde edilen verilerle ve bulgularla sınırlıdır.

**5)** Aksaray İl Milli Eğitim Müdürlüğü’ne bağlı bir devlet okulunda öğrenim gören 5., 6., 7., ve 8. Sınıf öğrencileri ile sınırlıdır.

### 1.5. Tanımlar

**Temsil:** Matematik eğitiminde temsil kavramı, matematiksel gerçeklerin zihinde işlenebilmesi ve bir başka kişiye aktarılabilmesi için ihtiyaç duyulan/kullanılan araçlardır (NCTM, 2000).

**Çoklu Temsil:** Aynı kavramın; metinsel, grafiksel, cebirsel temsiller gibi çoklu temsil türleriyle tekrar tekrar temsil edilmesini, öğrencilerin aynı kavrama birkaç kez maruz kalmasını ifade eder (Prain ve Waldrip, 2006).

**Çoklu Temsil Becerisi:** Öğrencilerin, matematiksel bir kavramın farklı gösterim biçimleri (cebirsel, grafik, tablo, sözel, nümerik vb.) arasında ilişki kurarak ilgili kavramı her yönüyle ortaya koyabilme becerisini ifade etmektedir (NCTM, 2000).

**İç Temsil:** Öğrencilerin zihinlerinde var olan ve direk olarak görülemeyen zihinsel konfigürasyonlardır (Goldin, 1990).

**Dış Temsil:** Tablo, grafik, resim, denklem, sayı doğruları, modeller, semboller ya da bilgisayar sistemleri gibi fiziksel olarak temsilleştirilmiş, direk olarak gözlenebilen konfigürasyonlardır (Goldin ve Kaput, 1996).

**Sembolik Temsil:** Matematiksel notasyonlarda kullanılan sayı, harf ve sembollerdir (TDK, 2018)

**Dilbilimsel Temsil:** Kavramlar ifade edilirken kullanılan Türkçe, İngilizce gibi lisanlardır (TDK, 2018).

**Görsel Temsil:** Bilgiyi açıklayıcı şekil, diyagram veya grafiklerdir (Nakahara, 2008).

**Manipülatif Temsil:** Soyut matematiksel fikirlerin veya kavramların elle dokunulup üzerinde çalışılabilecek, hareket ettirilerek düzenlenebilecek şekiled modellenmesiyle oluşturulmuş somut materyal veya araçlardır (NCTM, 2000; Kennedy, 1986).

**Beceri ve Yeterlik:** Beceri, kişinin yatkınlık ve öğrenimine bağlı olarak bir işi başarma veya bir işlemi amaca uygun olarak sonuçlandırmasıdır. Yeterlik ise, bir işi yapma gücünü sağlayan özel bilgi, görevini yerine getirme gücü olarak tanımlanmaktadır. Bir kimsenin başarılı bir şekilde matematik öğrenmesi matematiksel yeterlik olarak açıklanmıştır (TDK, 2018).

# 2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Bu bölümde matematiksel temsil, çoklu temsil ve çoklu temsillerin sınıflandırılmasına, çoklu temsil dönüşüm modellerine, eğitim öğretim sürecinde temsillerin kullanımına, kesir kavramına ve alanyazında yer alan çalışmalara yer verilmiştir.

## 2.1. Matematiksel Temsil

Türk Dil Kurumu (TDK) (2018) sözlüğünde temsil, "birinin veya bir topluluğun adına davranma" şeklinde tanımlanmıştır. Soyut kavram ve sembolleri gerçek dünyada somutlaştırarak modellemek ya da materyaller ve matematiksel semboller arasındaki ilişkiyi kurmak, temsillerin (Kaput, 1998) matematiğin dilini kapsamaktadır (Piaget, 1977). Matematik dilinin gösterim şekilleri ve karşılıkları vardır. Bu şekillere, matematik eğitim bilimcileri "temsil" veya "gösterim" demektedirler (Özgün-Koca, 1998). Matematik eğitiminde ise temsil kavramı, matematiksel gerçeklerin zihinde işlenebilmesi ve bir başkasına aktarılabilmesi için kullanılan araçlar olarak tanımlanabilir. Temsiller; matematiksel fikir, olgu, nesne veya gerçeklerin düzenlenmesi, kaydedilmesi, aktarılması, modellenmesi ve yorumlanabilmesini sağlayan gösterim biçimleridir (NCTM, 2000). Ayrıca temsiller, karakter, işaret, ikon veya nesnelerin düzenlenerek bir durumu simgelemesi ya da başka bir şeyi belirtmesidir (Goldin, 2004). Duval (1993)'a göre matematiksel nesneleri (fiziksel veya zihinsel olarak) ifade edebilmek için kullanılan işaret ve simgelerden oluşan özel bir dildir.

Bir matematiksel nesnenin birden fazla temsili bulunur ve bu temsiller arasındaki ilişkiler, kavramsal anlama için gereklidir (Hiebert ve Carpenter, 1992). Başka bir deyişle, bu durum, matematiksel bir kavramı veya ilişkiyi anlamayı ifade eder. Temsiller, sadece birbirleriyle bağlantılı ve birbirlerine dönüştürülebilen bir ağ sistemi değil, aynı zamanda matematik ve matematiksel kavramları anlamak, ilişkiler kurmak ve değerlendirmeler yapmak için bir araçtır. Temsil, sabit bir ürün değil, bir matematiksel kavramın veya matematiksel ilişkinin oluşum sürecini kapsar. Temsilin kullanımı, doğal olarak ortaya çıkan sosyal bir etkinliktir (Kılıç, 2009). Öğrenme-öğretme sürecinde temsil kavramının kullanıldığı durumlar, çoklu temsil teorisi gibi terminolojilerle yürütülmüştür. Yani temsiller, sadece birbirleriyle bağlantılı ve dönüşebilir bir ağ sistemi olmayıp, matematiği ve matematiksel kavramları anlamak, ilişkiler kurmak ve değerlendirmeler yapmak için de bir araçtır. Temsil, sabit bir ürün değil, matematiksel bir kavramın oluşum sürecini veya matematiksel ilişkinin sürecini içerir. Temsilin kullanımı, doğal olarak ortaya çıkan bir sosyal etkinliktir (Kılıç, 2009). Matematiksel öğrenme süreçlerinde aynı kavrama ait çoklu temsillerin ilişkilendirilmesi, öğrencilerin problem çözme süreçlerinde farklı yaklaşımlar sergilemelerine olanak tanır (Monaghan ve ark., 1994).

### 2.2. Çoklu Temsil

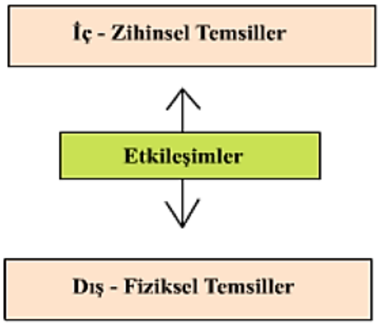
Çoklu temsillerden kastedilen, matematikte kullanılan zihinsel ya da fiziksel olarak oluşturulabilen bilişsel yapılar, somut cisimler, gerçek yaşam durumları, sembol, tablo, grafik, yazılı ve sözel ifadeler, resim ve şekiller gibi matematiksel bir kavramı tasvir etmeye yarayan farklı formlardaki ifade şekilleridir (İzgiol, 2014). Çoklu temsiller ile bilginin anlamlandırılması aşağıdaki karakteristik özellikleri içerir:

- Farklı temsillerle ifade edilen matematiksel düşünceyi belirleme
- Çeşitli temsillerle ifade edilmiş bilgiyi manipüle etme
- Bilgiyi bir temsilden diğerine transfer etme,
- Bireyin sahip olduğu içsel temsiller arasındaki ilişkilendirmeleri inşa etme,
- Verilen bir problemin çözümünde kullanılabilecek uygun bir temsile karar verebilme
- Bir kavramın çeşitli temsillerinin güçlü ve zayıf yönlerini, benzerliklerini ve farklılıklarını tanımlama (Owens ve Clements, 1998)

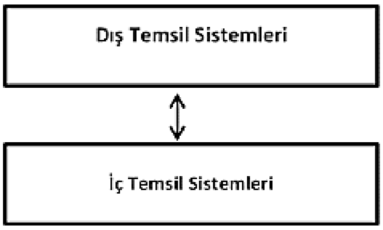
Matematiği anlamak isteyen bireyin matematiksel bilginin farklı temsillerini kullanabilme, bu temsilleri ilişkilendirebilme, farklı temsilleri dönüştürebilme becerilerine sahip olması gerekmektedir. Matematiksel dili oluşturan unsurlardan biri temsillerdir ve hem kavram öğretiminde hem de problem çözümünde farklı temsil türlerinin kullanılması bilgi ve bilişsel açıdan üst düzey düşünme becerilerinin gelişmesine zemin hazırlamaktadır (Kuzu, 2020a). Ayrıca, kavramsal anlama düzeylerinin ve bilişsel süreç becerilerinin gelişmesi için kavram öğretiminde ve problem çözümünde birden fazla temsilin kullanılması ve bu temsillerin birbirleriyle ilişkilendirilmesi önemlidir (Kuzu; 2020a). Matematikte kavramsal öğrenmenin merkezinde yer alan beceriler; aynı kavramı farklı temsil biçimlerinde tanımlayabilme ve ifade edebilme, çeşitli temsiller arasından kavrama en uygun olanını seçebilme ve temsillerin avantaj ve dezavantajlarının farkında olma şeklindedir (Even, 1998).

### 2.2.1. Çoklu Temsillerin Sınıflandırılması

Alanyazın tarandığında, çoklu temsillerin genel anlamda iç ve dış olmak üzere iki kategoride incelendiği görülmektedir (Dufour-Janvier ve ark., 1987; Cai, 2005; Cuoco ve Curcio, 2001; Erbilgin, 2003; Goldin ve Janvier, 1998; Goldin ve Kaput, 1996; Janvier, 1985; Özgün-Koca, 1998; Pape ve Tchoshanov, 2001; Zhang, 1997). İç ve dış temsiller birbiriyle bir ilişki ağına sahip olmasına rağmen iki temsil arasındaki temel fark gözlemlenebilirliktir. Matematik konuları içerisinde yer alan çoğu simge, kavram, nesne veya gerçekler doğrudan gözlenemezler ve bu yapılar iç temsiller ile açıklanabilir (Goldin, 1998). İç temsiller, matematiksel düşünme ve problem çözme sürecinin bazı yönlerini açıklayan ve insan davranışından çıkarılan bireylere ait bilişsel yapılar olarak tanımlanır ve fiziksel bir nesne belirtmezler. Dış temsiller ise matematiksel fikirleri somutlaştıran yapılandırılmış durumlar (Goldin ve Janvier, 1998), bireyin gerçekle ilgili düşüncelerini vurgulayan görünen nesneler (Cai, 2005) olarak tanımlanabilir. Goldin (2003) temsil sistemlerini iç ve dış olarak ikiye ayırarak, bu sistemler arasındaki çift yönlü etkileşime dikkat çekmektedir. Dış temsiller; yazılı ve sözlü kelimeler, çizelgeler, tablolar, grafikler, diyagramlar, modeller, denklemler, semboller sistemlerini içeren fiziksel şekillendirmelerdir. Bu beceriler, genellikle fikirlerin ve kavramların somutlaşması olarak kabul edilir (Goldin ve Kaput, 1996). Öğretim sürecinde kullanılan dış temsiller, öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ve kavramalarını açığa çıkarmaya olanak sağlar. Dış temsiller ayrıca kesir kavramının edinilmesi ve kullanılması sürecinde bilgileri daha somut hale getirme ve karmaşık ilişkileri basitleştirme gibi önemli rollere sahiptir (Behr, Lesh, Post, 1981). İç temsiller ise bilişsel veya zihinsel modeller olarak kabul edilir. İç temsillerin doğası daha yanıltıcıdır çünkü doğrudan gözlemlenemezler (Dufour-Janvier, 1987, Goldin 1998; Goldin ve Kaput, 1996). Bireyin zihninde oluşan fikirlerin temsili olan iç temsiller, dış temsiller gibi doğrudan gözlenemez. İç ve dış temsiller, birbirleriyle ilişkili olup iç içe geçmiş durumdadırlar. Dış temsiller, iç temsillerin oluşmasını sağlayan, dışarıdan gözlemlenebilen araçlar olarak düşünülebilir (Delice ve Sevimli, 2016).




**Şekil 2.1.** İç ve dış temsiller arasındaki ilişki diyagramı (Goldin ve Kaput, 2006)

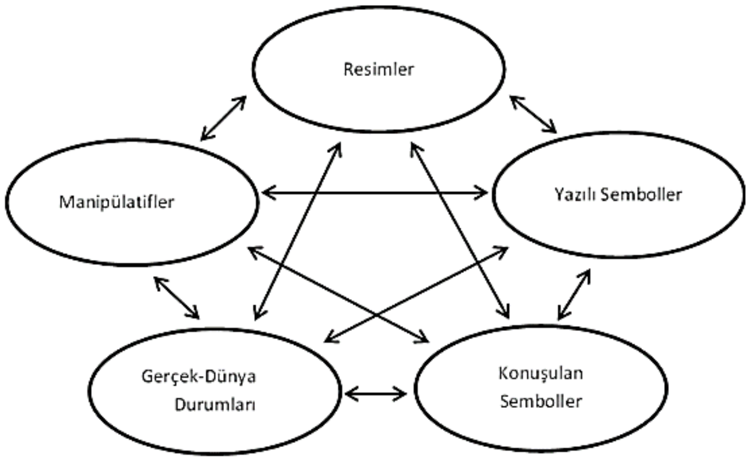



**Şekil 2.2.** İç ve dış sistemlerinin çift yönlü ilişkisi (Goldin ve Kaput, 2006)

Matematikte anlamanın gerçekleşme süreci iç temsillere dayanmasına rağmen, öğretim ve değerlendirme kısmında matematiksel kavramların dış temsilleri kullanılır. Bireyin zihninde oluşturduğu iç temsilleri tanımlamak zor olduğu ve doğrudan gözlemlenemediği için, araştırmanın kuramsal çerçevesi dış temsillere dayalı teorilerle aktarılmaya çalışılmıştır. Öğrencilerin matematiksel kavramları nasıl anlamlandırdıkları, dış temsiller aracılığıyla anlaşılabilir (Barmby ve ark., 2007). Goldin'in (2003) sınıflandırmasındaki dış temsillere vurgu yapan çoklu temsil yaklaşımına göre, birey matematiksel bir kavrama ait çoklu temsiller arasındaki geçişleri ve ilişkileri ne kadar iyi yapılandırırsa matematiksel anlaması da o kadar güçlü olacaktır (Goldin, 2003; Lesh, 1981; Lesh ve ark., 1983). Bu araştırmanın odağında dış temsiller bulunmaktadır. Araştırmanın merkezinde yer alan temsiller; gerçek yaşam, sembolik, dilbilimsel, görsel ve manipülatif temsillerdir. Bir sonraki bölümde araştırmanın kuramsal çerçevesini yansıtan temsil teorilerine yer verilmiştir.

#### 2.2.1.1. Lesh Çoklu Temsil Dönüşüm Modeli

Matematik eğitiminde temsillerin önemine vurgu yapan araştırmacılardan Lesh (1979) çoklu temsil dönüşüm modelinde, matematiksel fikirlerin beş farklı şekilde temsil edilebileceğini, temsiller arasındaki geçişleri ve bunların eğitim ortamına nasıl uygulanacağını incelemiştir. Lesh ve ark., (1983), dışsal temsilleri süreçlerin, kavramaların ve fikirlerin somutlaştırılması olarak tanımlamaktadır. Bu modelde öğrencinin bir kavrama ait temsil türleri arasında geçiş yapabilmesi, o kavramı anladığının bir göstergesidir. Lesh ve ark. (1983), bu modelde beş temsil türünden bahsedilmiştir. Bu temsiller; manipülatif/somut modeller, gerçek dünya/yaşam durumları, resimler, konuşma dili ve yazılı sembollerdir. İfade edilen beş temsil türü ve bunların arasındaki ilişki Şekil 2.3'te görülmektedir. Bu çalışmanın odağında dışsal temsiller yer almaktadır. Lesh ve ark., (1983), dışsal temsilleri süreçlerin, kavramaların ve fikirlerin somutlaştırılması olarak tanımlamaktadır.




**Şekil 2.3.** Lesh ve ark. (1983) çoklu temsil dönüşüm model

Alanyazındaki bazı çalışmalarda kavramların farklı gösterim veya temsilleri; sözel ifadeler, somut cisimler (sayı pulları, geometrik şeritler, kesir çubukları vb.), resimler veya diyagramlar (sayı doğrusu, çizimler vb.), yazılı semboller, tablolar ve grafikler şeklinde kategorileştirilmiştir (Bingölbali ve Özmantar, 2009; Olkun ve Toluk-Uçar, 2014). Lesh temsil modelinde bu beş temsil türünden daha önemlisi temsiller arasındaki geçişlerdir. Öğrenciye verilen matematiksel durum temsil sistemi içinde kavramsallaştırılır, sonrasında esnek bir şekilde diğer temsil türlerine aktarılabilir (Lesh ve Kelly, 1997). Matematiksel öğrenme ve problem çözme için önemli olan temsiller arası geçiş, verilen kavramın anlamını değiştirmeden bir temsil biçiminden diğerine aktarmaktır. Temsiller arası geçiş farklı temsil biçimleri arasında olabileceği gibi aynı temsil biçimi içinde de olabilir. Örneğin bir öğrenci tablo şeklinde verilen bir ifadeyi cebirsel ifadeye dönüştürdükten sonra grafik olarak temsil edebilir ya da sözel olarak ifade edilen bir durumu başka bir sözel ifade ile açıklayabilir.

Lesh ve ark. (1987) tarafından yapılmış olan sınıflamaya göre temsiller; durağan resimler, somut nesneler, konuşma dili, yazılı semboller ve gerçek yaşam durumları olarak kategorize edilmiştir. Lesh ve ark. (1987) göre iyi problem çözücüler, farklı temsil türlerinin kullanımında yeteri kadar esnektirler. Bu yüzden öğretmenlerin temsilleri anlamaları ve kullanmaları konusunda öğretmenleri cesaretlendirmek; onların gelişimleri, oluşturacakları eğitim ortamları ve onların yetiştirecekleri öğrenciler için temel bir noktadır.

Manipülatifler, öğrenci ve öğretmenlerin elle müdahalede bulunarak hareket ettirdiği veya yeniden düzenlediği fiziksel nesnelerdir ve matematiksel kavramları keşfetmek ve görselleştirmek için kullanılır (Van De Walle ve ark., 2018). Soyut matematiksel fikirlerin somut gösterimlerini içeren manipülatifler, okul öncesinden on ikinci sınıfa kadar tüm eğitim seviyelerinde önerilen öğrenme araçlarıdır (NCTM, 2000). Manipülatifler, öğrencilerin fiziksel olarak etkileşimde bulunmasını sağlayarak, bu etkileşimle soyut sembolik temsillere aktarım yapabilecekleri zihinsel yapıların oluşmasına yardımcı olur (Burns, 2007). Manipülatifler, öğrencilerin dokunabileceği, hareket ettirebileceği ve gruplandırabileceği nesnelerdir. Örneğin, öğrencilerin problem çözmek için küpler, onluk bloklar gibi araçları kullanmaları bu temsil biçimine örnektir. Ayrıca, manipülatifler öğrencilerin sayı temsillerini çeşitli şekillerde bir araya getirmelerine olanak tanır (Clement, 2004). Kesir öğretimi için önemli olan somut modeller, öğrencilerin kesirlerle ilgili kavramalarını ve işlemlerini desteklemek için gereklidir (Cramer ve ark., 2008). Soyut matematiksel kavramlar, somut nesneler ve modeller sayesinde elle tutulur, gözle görülür hale geldiğinden, öğrenmeyi kolaylaştırır (Yurtbakan ve ark., 2016).

Konuşma dili (dilbilimsel temsil) temsilinin temel biçimi vardır. Bunlardan biri, matematiksel bir kavramın, sembolün ve kuralın okunması, diğeri ise gerçek dünya/yaşam durumlarının tanımlanması ve yorumlanmasıdır. Örneğin 2/3 kesrinin, "üçte iki" olarak ifade edilmesi bu temsil biçimine bir örnektir. Konuşma dili, matematiksel bilginin temsil edilmesinde önemli bir rol oynar. Matematik öğrenme ve öğretme sürecinde kullanılan sözlü dil bu süreçte etkin olarak yer alır. Matematik derslerinde yapılan konuşmalar, matematiksel bilginin konuşma diliyle temsil edilmesini içerir (Sarı, 2020). Öğrenciler, matematiksel kavramları anlama sürecinde konuşma dilini kullanma fırsatı bulduklarında, başlangıçta örtük olan bilgileri daha belirgin hale getirebilirler (Clement, 2004). Matematik derslerinde öğretmenler ve öğrenciler arasında en sık başvurulan iletişim aracı, matematiksel dilin kullanımıdır (Bali-Çalıkoğlu, 2002). Dil becerisi ile matematiksel anlayış arasında pozitif bir ilişki olduğu gösterilmiştir. Çocukların dil gelişimi arttıkça, matematiksel kavramları anlama becerilerinin de olumlu yönde geliştiği gözlemlenmiştir (Taşkın, 2013). Matematiksel bilgilerin konuşma dili ile ifade edilmesi, öğrencilerin matematiksel fikir ve düşüncelerini konuşmalarda ilişkilendirmelerine ve böylece kendi matematiksel dillerini oluşturmalarına olanak tanır (Toptaş, 2014).

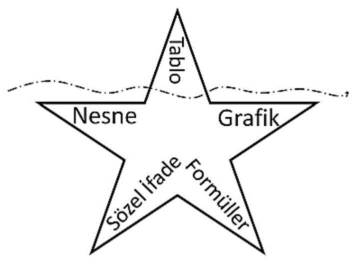
Gerçek yaşam temsili, öğrencilerin matematiksel kavramları öğrenmesi ve yorumlaması için matematik derslerine gerçek yaşam durumlarının dahil edilmesini gerektirir. Matematiksel kavramların gerçek yaşam durumlarıyla temsil edilmesi, bu sürecin en temel ve geçerli yoludur. Temsil için seçilen gerçek yaşam durumlarının, öğrencilerin bilişsel gelişimlerine, ilgilerine ve yaşantılarına uygun olması ve temsil edilecek matematiksel kavramı tam anlamıyla karşılayabilmesi gerekir (Yenilmez ve Uysal, 2007). Matematik öğretiminin önemli amaçlarından biri, kişilere günlük yaşamın gerektirdiği matematiksel bilgi ve becerileri kazandırmaktır (Altun, 1998). Ayrıca, matematik öğretimi sürecinde çoklu temsillerin kullanımı, günlük yaşam ile matematik arasındaki ilişkinin kurulmasına yardımcı olur (Alagic, 2003). Gerçek yaşam durumları, çeşitli problemleri yorumlama ve çözmeye yarayan bilginin, gerçek dünya olayları etrafında düzenlendiği deneyim tabanlı araçlardır. Örneğin, Sevim ve dört arkadaşının büyük bir çikolatayı eşit olarak paylaşmaları durumu, her birinin ne kadar çikolata yediğini belirlemek için canlandırılabilir. Bu, gerçek yaşam durumları temsiline bir örnektir. Ayrıca, bütün, yarım ve çeyrek gibi kavramların öğretiminde, bütün ekmek ve elma, yarım simit veya çeyrek pasta gibi gerçek dünya durumları kullanılabilir. Bu şekilde, gerçek dünya durumlarıyla matematiksel bilginin ilişkilendirilmesi ve anlamlandırılması sağlanır (Sarı, 2020).

Durağan resimler, matematiksel düşüncelerin resmedilmesi amacıyla kullanılan resimler, diyagramlar, çizimler, şekiller veya grafiklerdir. Bu temsil türü, öğretmenler tarafından teknoloji araçlarıyla tahtaya yansıtılabildiği gibi öğrenciler tarafından da yapılabilir (Sarı, 2020). Örneğin, öğretmenler matematiksel kavramları dört eşit parçaya ayrılmış ve bir parçası taranmış dikdörtgen gibi resimlerle açıklayabilirler (Clement, 2004). Görsel öğeler, öğrencilerde ilgili kavramların soyutluğunu kaldırarak süreçleri anlamalarına yardımcı olur. Ayrıca, öğrencilerin mevcut düşünce biçimlerini açığa çıkararak, yeni bilgiyi yorumlama biçimlerini belirlemelerine yardımcı olabilir (Karapınar, 2003). Öğrenciler tarafından oluşturulan resimlerin önemi de vurgulanmaktadır çünkü bu durum öğrenciler için güçlü bir öğrenme deneyimi sağlar.

Matematikte kullanılan yazılı semboller, matematiğin dili olarak işlev görür ve matematiksel bilgilerin sayılar ve semboller aracılığıyla ifade edilmesini sağlar (Sarı, 2020). Öğrencilerin matematik öğrenme ortamlarında karşılaştıkları semboller genellikle iki türde olabilir: miktarları temsil eden semboller (örneğin, -2, 1, 3, 2/3, %35, 4.8) ve miktarlar arasındaki ilişkileri ifade eden semboller (örneğin, +, -, =) (Hiebert ve Carpenter, 1992). Bu semboller, somut materyaller veya günlük yaşam durumları gibi diğer temsillerle ilişkilendirildiğinde anlam kazanırlar. Yazılı semboller genellikle öğrenciler için diğer temsil türlerinden daha soyut olma eğilimindedir (Clement, 2004). Bu nedenle, matematik derslerinde sembollerin doğru kullanımı, öğrencilerin soyut kavramları daha kolay anlamalarını sağlar ve yeni kavramların keşfedilmesine olanak tanır (Yeşildere, 2007). Özellikle, matematiksel dilin etkili kullanımıyla birlikte, sembollerin doğru anlamlandırılması öğrencilere kalıcı öğrenme sağlar ve matematiksel bilgilerin derinlemesine keşfedilmesine yardımcı olur (Gray ve Tall, 1993).

#### 2.2.1.2. Janvier Temsil Dönüşüm Modeli

Dufour-Janvier ve ark. (1987) tarafından yapılan çalışmaya göre, öğrenciler kullandıkları temsilleri bilmelidir; bir matematiksel durumda bir temsili diğerine çevirebilmeli ve bir temsilden diğerine dönüşüm yapabilmelidirler. Daha da önemlisi, öğrenciler matematiksel süreçlerde uygun temsili seçebilme yeteneğine sahip olmalıdır. Bu nedenle, eğitim ortamları öğrencilerin temsilleri esnek bir şekilde dönüştürebilecekleri ve temsil çeşitliliğini içeren stratejiler geliştirebilecekleri şekilde düzenlenmelidir. Janvier (1987), temsil dönüşüm modeli olarak bilinen modelde, temsiller arası geçişi ifade eden bir yapı sunar. Bu yapının üç aşaması vardır. İlk aşama, matematiksel kavramları tanımak için farklı temsilleri kullanmak; ikinci aşama, tüm temsilleri ustalıkla uygulamak ve son aşama, bir temsil biçiminden diğerine geçiş yapmaktır. Janvier, ele aldığı temsil sistemini yıldız modeli ile açıklamaktadır. Bu modelde (bkz. Şekil 2.4.), yıldız modelindeki temsilleri buzdağının altında bir nokta olarak kabul eder ve bunlar arasındaki geçişleri isimlendirir; bu geçiş sistemine şematizasyon adını verir.




**Şekil 2.4.** Janvier temsil dönüşüm modeli (Yıldız Modeli)

Bu dönüşüm sisteminde her bir değişiklik farklı isimlendirilmiştir. Mesela, grafiksel temsilden resim veya sözel duruma geçiş yorumlama olarak adlandırılır. Ayrıca Janvier'in dönüşüm sisteminde direkt ve dolaylı olmak üzere iki tür temsil dönüşümü bulunmaktadır. Arada başka bir temsil biçimi olmadan iki temsil biçimi arasında yapılan dönüşüme (örneğin, tablodan grafiğe) direkt dönüşüm denir. Eğer temsiller arası dönüşüm yapılırken başka bir temsil biçimi kullanılıyorsa bu dolaylı dönüşümdür. Grafik temsilden sembolik temsile dönüşümde önce grafik temsilden tablo temsiline, ardından sembolik temsile geçilirse bu dolaylı temsile örnek olur temsilinden tablo temsiline sonra da sembolik temsile dönüşüm yapılırsa bu direkt olmayan temsile örnek olmuş olur

#### 2.2.1.3. Kaput Temsil Dönüşüm Modeli

Temsiller matematiksel bilginin ifade edilmesine karşılık gelen ürünlerdir ve bu ürünler hem matematik öğrenilmesinde araç görevi hem de matematik öğrenildiğinin göstergesi olan veri görevi görmektedir (Kaput, 1987). Kaput'un (1987), ortaya koyduğu ilişkilendirilmiş çoklu temsil sistemi' modeli, Kaput Temsil Sistemi olarak anılmaktadır. Bu model beş bileşene ayırdığı bir temsilsel bir süreçten meydana gelmektedir. Bu süreç içindeki beş bileşen aşağıda yer almaktadır.

- Temsil eden dünya
- Temsil edilen dünya
- Temsil eden dünyadan bakış açıları
- Temsil edilen dünyadan bakış açıları
- İki dünya arasındaki ilişki

Matematikte sürekli ve anlamlı bir öğrenmenin sağlanması için temsil edenle temsil edilen arasındaki ilişkiyi içine alan sürekli bir etkileşim mevcuttur (Kaput, 1998). Kaput Temsil Sistemi modeline göre göre, matematiksel anlamanın ve yapının geldiği dört temel kaynak vardır. Bu kaynaklar;

- matematiksel temsil sistemleri arasındaki dönüşüm
- matematiksel-matematiksel olmayan temsil sistemleri arasındaki dönüşüm
- özel bir temsil sistemi içerisindeki söz dizimi dönüşümleri
- zihinsel-fiziksel şemalar arasındaki dönüşümler yoluyla açığa çıkarılabilir.

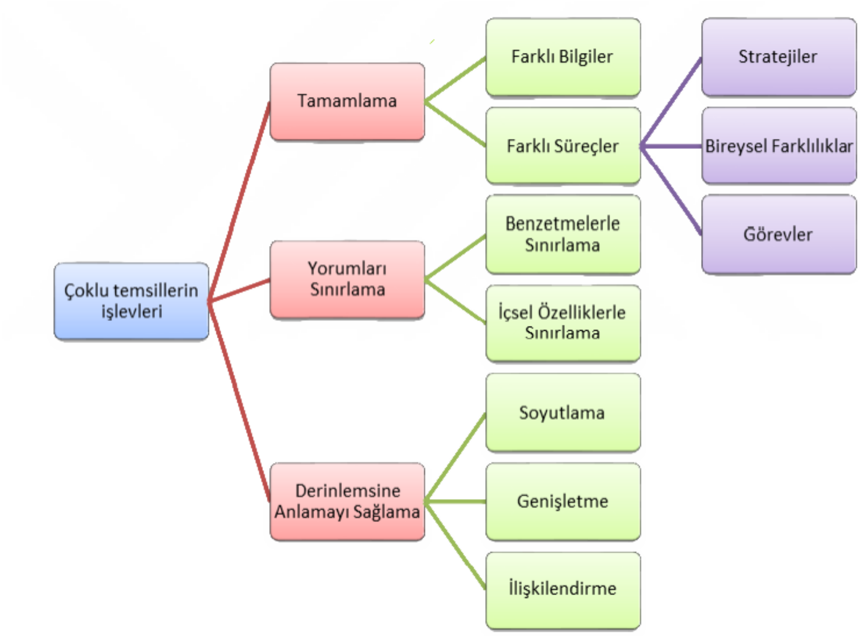
Kaput'un (1987), temsil etme sürecinde kullandığı 'sembol şemaları' bu sürecin gözlemlenebilir olmayabileceğini göstermektedir. Goldin'a göre (1998), kendinden başka bir şeyi simgeleyebilen veya yerini tutan bir yapılandırma süreci zihinde şemalar yoluyla gerçekleşebilir ve bu yapıyı bir başka kişiye aktarabileceğimiz bir dil veya araca her zaman sahip olmayabiliriz. Temsil etme süreci için kullanılan bu modelde fiziksel ve zihinsel yapıların matematiksel öğrenme ve problem çözme sürecindeki yansımalarına yer verilmektedir (Goldin ve Kaput, 1996). Buna göre, iç ve dış düzenlemeler yoluyla elde edilen temsil sistemleri bireyin doğal dil, görsel-uzamsal imge ve sezgisel yaklaşım gibi farklı matematiksel yeterlikleri ile etkileşim içindedir. Kaput'un (1991) temsil modelinde iç temsilleri, "zihinsel yapılar" dış temsilleri ise "fiziksel şekillendirmeler" olarak adlandırılmaktadır. İç temsiller, zihinsel temsillerdir, bunlar bireylerin problem çözmeyi organize etme ve yönetme esnasında ortaya koydukları düşünceleri içerir ve gözlemlenebilir değildir. Dış temsiller, bireylerin zihinsel yapılarını organize etmek için kullandıkları kâğıt üzerindeki herhangi bir şey ya da somut yapılardır. Dış temsilere örnek olarak sözel temsil (yazılı ve sözlü kelimeler), grafik temsili (kartezyen düzlem), sembolik temsil (denklem, formüller ve semboller), resim temsili (diyagramlar, çizimler) verilebilir. Bununla birlikte iç temsiller ile dış temsiller birbirlerini tamamlayan ve birbirlerinden ayrı düşünülmeyecek kavramalardır. Bu düşünceye göre temsil kendi başına bir anlam ifade etmez. Temsilin anlamlı olabilmesi için yorumlanması gerekir.

Kaput'a (1992) göre temsiller bilişsel olarak, parçaların toplamından daha büyük bir bütün oluşturur. Temsiller, karmaşık fikirleri yeni yollarla görmemize ve onları etkili bir şekilde uygulamamıza imkân tanır. Kompleks bir fikir, tüm yönleriyle tek bir notasyon sistem ile yeterince temsil edilemez ve bu yüzden, bu fikri, tam olarak ifade etmek için çoklu gösterim sistemine ihtiyaç duyulur. Kaput (1991), matematikte anlamlı ve kalıcı öğrenmenin gerçekleşmesi için temsil eden ile temsil edilen arasında ilişkilendirici bir sürecin olması gerektiğini savunur. Bu görüşe göre temsiller arasında sürekli bir etkileşim vardır. Bu yüzden Kaput (1991, 1994) eğitim ortamlarında öğrencilere dışsal temsillerin birbiriyle ve içsel temsillerle bağlantılı olduğunu vurgulamanın faydalı olacağını ve öğrencilerin yeni temsil biçimleri oluşturmaları için desteklenmesi gerektiğini belirtmiştir.

Temsiller bilişsel olarak, matematiksel fikir ve düşünceleri yeni yollarla görmemize ve onları etkili bir şekilde uygulamamıza olanak sağlar. Matematiksel fikir ve düşünceler, tüm yönleriyle tek bir dış temsil ile yeterince temsil edilemez bu nedenle bu fikir ve düşünceleri, tam olarak ifade etmek için çoklu gösterim sistemine ihtiyaç duyulmaktadır (Kaput, 1992). Bu yüzden eğitim ortamlarında öğrencilere dış temsillerin birbiriyle ve iç temsillerle bağlantılı olduğunu vurgulamanın faydalı olacağını ve öğrencilerin yeni temsil biçimleri oluşturmaları için desteklenmesi gerektiğini belirtmiştir (Kaput, 1991, 1994).

### 2.2.2. Çoklu Temsillerin Öğretimde Kullanılma Nedenleri

Ainsworth (2006), çoklu temsillerin işlevlerini bir taksonomi çatısı altında topladığı çalışmasında, çoklu temsillerin öğrenme-öğretme sürecinde tamamlayıcılık, yorum kısıtlaması ve derin anlamayı sağlama olmak üzere üç temel işlevi olduğunu ortaya koymuştur (Şekil 2.6.).




**Şekil 2.5.** Çoklu temsillerin işlevleri (Ainsworth, 2006)

Tamamlayıcılık; öğrenme ortamında kullanılan bir temsilin eksik kaldığı noktada, başka bir temsilin ekstra bilgiler katarak eksik noktaları doldurması olarak ifade edilebilir. Temsiller, bilişsel süreç ve görev farklılıklarını tamamlayarak, kişi ve bilgi arasında esnek ilişkilerin kurulmasına yardımcı olur (Ainsworth, 2006). Yeterlikleri bakımından farklılaşan temsiller, farklı amaçlar için kullanışlı olabilir. Temsillerin tamamlayıcılık görevinin sağladığı kolaylıklardan yararlanabilmek için farklı öğrenme yeterliğine sahip kişiler kendi ihtiyaçlarına göre uygun olan temsilleri seçebilirler. Örneğin öğrenci fonksiyonu tanımlarken kendi zihninde yapacağı görselleştirmeye göre grafik, cebirsel ve nümerik temsillerden biri ile çalışmayı tercih edebilir.

Yorum Kısıtlaması; bireyin aşina olduğu temsillerden biri yetersiz olan bir diğerini sınırlayabilir ya da iki temsilin birbiriyle ilişkilendirilerek sunulması her bir temsilin tek başına oluşturduğu sınırlılıkları ortadan kaldırılabilir (Ainsworth, 2006). Örneğin fonksiyon kavramını tanımlarken kullanılan sözel temsilin eksikliği, grafiksel veya görsel temsil tarafından giderilebilir.

Derin anlama; Ainsworth (2006), çoklu temsillerin derinlemesine anlamayı sağlama işlevini; soyutlama, genelleme ve ilişkilendirme olmak üzere üç alt işleve ayırmıştır. Soyutlama, matematiksel nesnelerin zihinde oluşum sürecini ve öğrencilerin temsil edilen alanın altında yatan daha soyut yapıyı anlamasını kolaylaştırır. Genişletme; kişinin öğrenme ortamında sunulan bilgiden başka bir durumdaki yeni bilgiye ulaşılması sürecidir. İlişkilendirme ise, aynı amaca hizmet eden temsiller arasında ilişki kurmak durumu olarak açıklanabilir. Soyutlama, genişletme ve ilişkilendirmenin gerçekleşmesi durumunda derin anlama ortaya çıkmaktadır (Ainsworth, 2006). Çoklu temsil sistemlerine etki eden bileşenler olarak temsil sayısı, bilginin nasıl sunulduğu, temsil sisteminin biçimi, temsillerin sırası ve temsiller arası geçişleri destekleme olarak verilmiştir. Öğrenenler çoklu temsillerle öğrenmede bilişsel görev olarak temsilin biçimini, temsil ve kaynak arasındaki ilişkiyi, uygun bir temsilin nasıl seçileceğini ve uygun bir temsilin nasıl inşa edileceğini anlamalıdırlar (Ainsworth, 2008).

Birden fazla temsilin aynı amaca dönük olarak kullanılması, zihinsel ağlar arasında kurulan ilişkilerin artmasına yani derin (kavramsal) anlamanın gerçekleşmesine katkı sağlayabilir (Hiebert ve Carpenter, 1992). İlgili çalışmalarda, bir kavramın farklı temsillerine yönelik farkındalığın en fazla kavramsal bilgi ve anlama ile ilişkilendirildiği görülmektedir (Porzio, 1999; Ainsworth, 2006). Bir kavramın farklı temsillerinin ilişkilendirildiği durumlarda, öğrenciler kavrama ilişkin daha güçlü bilişsel şemalar geliştirebilirler ve böylece derin anlamlandırma gerçekleşebilir (Kaput, 1987). Fonksiyon konusunun grafik, nümerik ve cebirsel temsiller ile ilişkilendirilerek sunulduğu öğretim ortamlarında, öğrencilerin kavramsal bilgi ve anlama düzeylerini daha fazla geliştirdiklerini belirtmiştir (Adu-Gyamfi, 2007). Bu bağlamda her bir temsilin kendi içerisindeki sınırlılıklarını gidermek için temsillerin birlikte ve ilişkilendirilerek kullanılması önerilmektedir (Ainsworth, 2006). İlgili araştırmalar kapsamında matematik öğrenimi ve öğretimi sürecinde, bir kavram tek temsile sıkıştırılmamalı, temsil çeşitliliği matematiksel düşünmeyi geliştirecek bir araç olarak kullanılmalıdır. Bu sebeple temsil türlerinin öğrenci farklılıklarına, konu içeriklerine göre dönüşümlü ve dengeli olarak kullanılması tavsiye edilmiştir.

### 2.2.3. Matematik Eğitiminde Çoklu Temsiller ve Çoklu Temsil Dönüşüm Yeterlikleri

Matematik eğitimi alanındaki çoğu çalışmada, öğrencilerin matematiksel bilgi ve kuralları uygulamaya ek olarak yorumlayabilen, farklı bağlamlar ile ilişkilendirebilen bir süreç içerisinde yetiştirilmesi gerektiği vurgulanmaktadır (Hiebert ve Carpenter, 1992; Schoenfeld, 1992). Bu nedenle öğrencilerin işlemsel bilgi ve anlamalarının yanında kavramsal yeterliklerinin geliştirilmesi gerekmektedir (Hiebert ve Carpenter, 1992). Temsiller, bilginin kavramsal düzeyde yapılandırılmasına önemli katkılar sunmaktadır (Kellerve Hirsch, 1998; Ainsworth, 2006). İlgili çalışmalarda, bir kavramın farklı temsilleri arasında geçiş yapılabilmesi matematiksel yeterlik standardı (NCTM, 2000), öğretim hedefi (Kaput, 1998; Kerrigan, 2002) ve kavramsal anlamanın en önemli bulgusu olarak gösterilmiştir (Hiebert ve Carpenter, 1992; Adu-Gyamfi, 2007). Temsil farkındalığının, matematik okuryazarlığında ve öğrenciler için verilen ilişkiler doğrultusunda bir temsil seçme ve bu ilişkilere uygun temsil oluşturma becerisinde önemli olacağını belirtmiştir (Kaput, 1998). Çoklu temsiller, matematik eğitimi alanındaki çoğu çalışmada matematiği anlama ve aktarma sürecindeki bir araç olarak görülmektedir (Goldin 1998; Goldin ve Kaput, 1996). Çoklu temsiller ile ilgili çok fazla çalışma olmasının nedenlerinden biri ilkokuldan yükseköğretime kadar matematiksel kavramların öğretiminde çoklu temsillerin kullanılabilmesidir.

Çoklu temsillerin matematik öğrenmede kullanımının önemi birçok matematik eğitimcisi tarafından savunulmaktadır (Ainsworth, Bibby ve Wood, 1997; Dufour-Janvier, Bednarz ve Belanger, 1987; Even, 1998; Hiebert ve Carpenter, 1992; McGovan ve Tall, 2001; Schultz ve Waters, 2000). Çoklu temsillerin matematik öğretiminde kullanımı, matematiksel kavramları farklı biçimlerde kavramsallaştırma, ifade etme ve gözlemleme fırsatı vermektedir. Bu ise öğrencilerin kavramlar hakkında daha derin ve esnek anlamalara sahip olmasını sağlamaktadır (Hiebert ve Carpenter, 1992; Piez ve Voxman, 1997; Even, 1998; Keller ve Hirsch 1998). Öğretim ortamlarında çoklu temsillerin kullanılması, öğrencilerin matematik öğrenmelerini zenginleştirir ve kavramlar arasındaki ilişkileri daha etkili bir şekilde anlamlandırmalarına yardımcı olur, böylece kavramları temsil etme yoluyla kavramsal öğrenmeyi destekler (Janvier, 1987). Duval (1993) matematik kavramlarının yalnızca temsil biçimleri kullanılarak somutlaştırılabileceğini ve ancak bu temsiller kullanılarak incelenebileceğini belirtmiştir. Ayrıca öğrencilerin sahip olduğu kavram bilgilerinin geliştirilmesinde de çoklu temsil kullanımının önemine işaret edilmektedir (Dufour-Janvier ve ark., 1987).

Öğrenme ve öğretme sürecinin verimli ve anlamlı hale gelmesi için bilginin farklı temsil biçimleriyle sunulması gereklidir. Kaput (1989), öğrencilerin matematiksel bir durumu grafiksel, tablo biçiminde, sembolik ya da sözel anlatımlarla açıklamaya çalışmasının, matematiksel kavramları somutlaştırmalarına, farklı açılardan bakarak bu kavramlar arasındaki ilişkileri görmelerine ve bu ilişkileri anlamlı hale getirmelerine yardımcı olduğunu belirtir. Çoklu temsilleri kullanabilen öğrenciler, yalnızca tek bir temsil biçimini kullanan öğrencilere kıyasla farklı çözüm yolları bulma ve geliştirme konusunda daha başarılı olurlar (McGowan ve Tall, 2001). Farklı temsiller, çeşitli öğrenme stillerine sahip öğrencilerin öğrenmelerine hitap ederek etkili öğrenme fırsatlarını artırır (Mallet, 2007). Matematik dersinde her öğrenciye ulaşma hedefi, farklı öğrenme stillerine sahip öğrencilere çoklu temsillerle eşit fırsatlar sunarak, öğrencilerin kendi öğrenme stiline uygun temsili seçip, ardından çoklu temsil dönüşümleriyle öğrenmeyi kalıcı hale getirmeleri sağlanarak gerçekleştirilebilir (Jao, 2012).

Matematik dersinde her öğrenciye ulaşabilme hedefini gerçekleştirebilmek için farklı öğrenme stillerine sahip öğrencilere, çoklu temsillerin kullanımı ile eşit fırsatlar sunularak, öğrencinin başlangıçta kendi öğrenme stiline uygun temsili seçerek anlamayı gerçekleştirebilmesine ardından da çoklu temsil dönüşümleri ile öğrenmeyi kalıcı hale getirebilmesine imkân verilmiş olunacaktır (Jao, 2012).

Matematik dersinde çoklu temsillerin kullanımı, öğrencilerin konuları daha iyi anlamalarını, problemleri oluşturmalarını ve çözüm süreçlerini inşa etmelerini sağlar (Ainsworth ve ark., 1997; Moseley ve Brenner, 1997; Hines, 2002; Akkuş, 2004; Mourad, 2005; Sert, 2007). Matematiksel bir durum için verilen temsilleri kullanabilme, bu duruma uygun temsilleri seçebilme ve kendileri için en uygun temsil yapılarını oluşturabilme yeteneği, öğrencilerin matematiği anlamaları ve öğrenmeleri için büyük önem taşır (Kılıç, 2009). Ayrıca, farklı temsillerin bulunduğu bir öğrenme ortamında, kavramları daha geniş bir perspektiften değerlendiren öğrenciler, karşılaştıkları problemlere çeşitli yollarla yaklaşarak çözüm için en uygun temsili seçebilirler. Bu sebeple, çoklu temsillerin kullanımı matematik eğitimi boyunca devam eder (Ergene, 2011). Farklı temsiller, öğrencilerin matematik konularını anlamalarını kolaylaştırır, problem çözümlerine farklı açılardan yaklaşmalarını sağlar ve bilişsel ilişkiler kurmalarına yardımcı olur (Keller ve Hirsch, 1998). Öğrencilerin sahip olması gereken en önemli yeterliliklerden biri olan çoklu temsiller ve bu temsiller arası dönüşümler, öğrencilerin problemi tanıyabilmelerine ve çözüm önerileri getirebilmelerine olanak tanır. Öğrenci, karşılaştığı problem durumu hakkında zihninde oluşturacağı çözüm sürecini temsiller kullanarak ifade edecektir.

Tripathi (2008), öğrencilerin çoklu temsilleri kullanma biçimlerini anlamanın, matematiksel konulardaki becerilerini belirlemede önemli olduğunu vurgular. Schultz ve Waters (2000) da çoklu temsillerin, öğrencilerin kavram geliştirme ve ilişkilendirme, iletişim, problem çözme gibi becerilerine katkıda bulunduğunu ve verilen problem durumlarında uygun temsilleri seçebilme yeteneklerini geliştirdiğini belirtir. Matematiksel problemlerin çözüm sürecinde tek bir temsil biçimi, problemi sadece bir açıdan ele alırken, çoklu temsiller, problemi çeşitli açılardan değerlendirme ve inceleme fırsatı sunar (Driscoll, 1999; Tall ve ark., 2000). Matematiksel ilişkiler ve problem çözme sürecinde, öğrencilerin grafik, tablo, sembol ve sözel temsilleri kullanmaları, matematiği anlamalarına yardımcı olur (Adu-Gyamfi, 1993). Problemi anlamak ve çözüm için plan yapmak, problem cümlelerinin oluşturulduğu dili yorumlamak temsilleri gerektirir (Akkuş, 2009). Ayrıca, temsilleri anlamada sorun yaşayan öğrenciler, problem çözmede de zorlanırlar (Montague, 2008). Temsiller, problem çözme ve kavramsal konuların öğretiminde kullanıldığında, öğrenciler matematiksel fikirleri daha kolay öğrenirler (Goldin, 2003). Öğrencilerin çeşitli temsilleri kullandıkları, karşılaştırdıkları ve oluşturdukları zaman matematiksel kavram ve ilişkileri daha iyi anlayıp geliştirdikleri gözlemlenmiştir (NCTM, 2000). Temsiller, yalnızca birbirleriyle bağlantılı ve birbirlerine dönüşebilen bir ağ sistemi oluşturmakla kalmaz, aynı zamanda matematiği ve matematiksel kavramları anlamak, ilişkiler kurmak ve değerlendirmeler yapmak için de bir araçtır (Wu, 2004).

Günlük yaşamda karşılaştığımız ve geleceğimizi etkileyen matematiğin bireyler tarafından anlaşılır olması, insanlığın ihtiyaçlarını karşılayabilmesi ve sorunları çözebilmesi için önemlidir. Bir problemi başarılı bir şekilde çözmenin yolu, o problemi doğru şekilde ifade etmekten geçer (Kılıç, 2009). Temsiller, matematiksel süreçleri anlamlandırma, analiz etme, çözme ve anlatmada önemli araçlardır (Preston ve Garner, 2003). Öğrenciler bir kavramı farklı şekillerde ifade ettiklerinde, temsiller arasında bağlantılar ve dönüşümler kurarlar. Bu bağlantılar ve dönüşümler, matematiksel kavramların öğrenilmesinde büyük önem taşır. Ayrıca temsiller, matematiğin dili olarak kabul edilebilir ve öğrenme ile iletişimi önemli ölçüde etkilerler (Preston ve Garner, 2003). Matematiğin anlaşılabilirliği, onun dilinin kavranması ile sağlanır (Kaya, 2015). Matematiğin anlaşılması için sözel, sayısal, grafik, tablo veya sembol gibi farklı temsiller ile matematiksel kavramların sunulması tavsiye edilmektedir (Friedlander ve Tabach, 2001).

Çoklu temsillerin kullanımı, öğrencinin aktif öğrenmesini teşvik eder, bireysel farklılıklara göre etkinlikler oluşturma fırsatı verir ve böylece daha kalıcı öğrenmeyi sağlar (Çiçek, 2020). Ayrıca matematik öğretimi sürecinde çoklu temsillerin kullanımı, günlük yaşam ile matematiğin bağlantısının kurulmasında (Alagic, 2003) ve matematiksel kavramların anlaşılmasında (Erbaş, 2005) yardımcı olur. Bu nedenle, matematik derslerinde çoklu temsillerin kullanımı önem kazanmaktadır. Öğrenciler, çoklu temsilleri kullanıp karşılaştırdıklarında ve yeni temsiller oluşturduklarında, matematiksel kavramları ve ilişkileri daha iyi anlayabilirler (NCTM, 2000). Öğrenciler, kelimelerle sözel, tablolarla sayısal, grafiklerle görsel ve sembollerle cebirsel olarak matematiksel temsilleri kullanarak, matematikle ilgili durumların nasıl temsil edildiğini öğrenebilirler (Choike, 2000).

NCTM (2000) tarafından belirlenen matematik öğrenimi ve öğretimi süreç standartlarında çoklu temsillerin kullanımının önemi ve gerekliliği vurgulanmıştır. Çoklu temsillerin kullanımı matematik eğitimin temel becerileri olan matematiksel ilişkilendirme, iletişim, akıl yürütme ve problem çözme becerilerine de fayda sağladığı bilinmektedir (Cathcart ve ark., 2003; Montegue, 2008; Olkun ve Toluk-Uçar, 2004). Öğretim ortamlarında etkili iletişim kurabilmek için, matematik dilinin sahip olduğu anlamları bilmek, matematik dilini anlamlı ve etkili bir şekilde kullanabilmek ve yorumlayabilmek gerekir. Temsiller matematiksel muhakemeyi geliştirmek için, matematiksel iletişimi arttırmak ve matematiksel düşünmeyi devam ettirmek için önemli araçlardır (Kilpatrick ve ark., 2001). İletişim sürecinin en önemli kısımlarında biri ise düşünceleri tam olarak ifade edebilecek temsillerin seçimidir (Hiebert, 1989). Günümüzde bireylerin sahip olması gerekli becerilerden biri olan iletişim, matematiksel düşüncelerin fiziksel, resimsel, grafiksel, sözel, zihinsel ve sembolik temsilleri arasında bağlar kurma ile yakından ilgilidir.

Matematiksel kavramların farklı şekillerde temsil edilmesi; öğrencilerin matematiksel anlamalarını geliştirmesi ve kullanması için bir gerekliliktir. Öğrenciler farklı temsilleri kullandıkları, bu temsilleri karşılaştırdıklarında ve yeni temsiller oluşturduklarında matematiksel kavram ve ilişkileri daha kolay bir şekilde anlayabilirler (NCTM, 2000). Çünkü matematiksel nesnelerin kavranabilmesi, doğrudan algılanmalarından ziyade temsiller sayesinde olur (Duval, 1993). Matematik dersinde öğrenciler kelimelerle sözel, tablolarla sayısal, grafiklerle görsel ve sembollerle cebirsel olarak matematiksel temsilleri kullanabilir ve böylece matematikle ilişkili durumların nasıl temsil edildiğini öğrenebilirler (Choike, 2000).

NCTM (2000)'de yer alan matematik eğitimi standartlarında, öğrencilerin sadece çoklu temsilleri kullanmaya cesaretlendirilmesinin yeterli olmadığını; aynı zamanda onları üretmeye, matematiği öğrenme adına araçlar olarak kullanmaya, matematiksel durumlara uygulamaya ve bu temsiller arasında dönüşümler yapmaya cesaretlendirilmesinin de gerektiğini bildirmektedir. Ayrıca, öğrencilerin hangi temsilin nerede kullanılması gerektiğine karar verebilmeleri ve gerçek yaşam durumlarını çoklu temsiller aracılığıyla modelleyebilmeleri gerektiği vurgulanmıştır. İlgili çalışmalar, öğretimin sadece işlem bilgisi düzeyinde kalmayarak, kavramsal anlama seviyesine çıkıp, farklı temsiller arasında dönüşüm yapabilme becerilerinin geliştirilmesine de yardımcı olması gerektiğinin önemini belirtmektedir (Ainsworth, 2006; Goldin, 1998; Lesh ve ark., 1987; Kaput,1989; NCTM, 2000; Mooney, 2002; Van de Walle, 1994). NCTM (2000)'de yer alan matematik eğitimi standartlarında, öğrencilerin sadece çoklu temsilleri kullanmaya cesaretlendirilmesinin yeterli olmadığını; aynı zamanda onları üretmeye, matematiği öğrenme adına araçlar olarak kullanmaya, matematiksel durumlara uygulamaya ve bu temsiller arasında dönüşümler yapmaya cesaretlendirilmesinin de gerektiğini bildirmektedir. Öğretimin her kademesinde öğrencilere çoklu temsil, çoklu temsil dönüşüm yeterliklerini kullanma ve uygulama konusunda fırsatlar verilirse öğrenciler; öğrenme sürecinde kendilerine uygun temsilleri belirleyip matematiksel bilgilerini aktarabilirler. Bu süreçte önemli olan temsil edilecek bilginin farklı temsil çeşitleriyle ilişkilendirilerek desteklenmesi, bu sayede kalıcı ve kavramsal öğrenmelerin sağlanabilmesi olduğu söylenebilir. Ayrıca, öğrencilerin hangi temsilin nerede kullanılması gerektiğine karar verebilmeleri ve gerçek yaşam durumlarını çoklu temsiller aracılığıyla modelleyebilmeleri gerektiği vurgulanmıştır. Çoklu temsiller, öğrencilerin matematik konularını anlamasını kolaylaştırması, problem çözümlerine farklı yollardan yaklaşmasını sağlaması ve bilişsel ilişki kurmaya yardımcı olması yönüyle birer avantaj olarak görülebilir (Keller ve Hirsch, 1998). Anlamlı öğrenmenin gerçekleşebilmesi bilginin çeşitli temsil biçimlerine dönüştürülebilmesiyle yakından ilişkilidir (Akkan ve ark., 2012). Eğer öğrenciler sadece kendileri için özelleşmiş olan belirli bir temsil biçimiyle çalışırlarsa, farklı temsil biçimlerinin avantajlarını ve dezavantajlarını öğrenemeyecek ve kendi kavramsal anlamaları için farklı temsil biçimlerini nasıl kullanacaklarını bilmeyeceklerdir. Çoklu temsiller ve çoklu temsil dönüşümleri kazanılması gereken önemli bir yeterlik olmasının yanı sıra, öğrenenin öğrendikleri konu hakkındaki kavramsal gelişimine, kavramlar arasında ilişkileri kurabilmesine ve problem çözme sürecine katkısı yönüyle de önemlidir. Ayrıca öğrencilerin matematikte kullandıkları çoklu temsiller, onların matematik konularındaki kavramsal seviyelerini saptamamızı sağlar (Akkuş ve Çakıroğlu, 2006). İlgili çalışmalar, öğretimin sadece işlem bilgisi düzeyinde kalmayarak, kavramsal anlama seviyesine çıkıp, farklı temsiller arasında dönüşüm yapabilme becerilerinin geliştirilmesine de yardımcı olması gerektiğinin önemini belirtmektedir (Ainsworth, 2006; Goldin, 1998; Lesh ve ark., 1987; Kaput, 1989; NCTM, 2000; Mooney, 2002; Van de Walle, 1994).

### 2.4. Kesir Kavramı

Matematiksel kavramların çoğu insanların günlük hayatta karşılaştıkları problemleri çözme ihtiyacının bir sonucu olarak ortaya çıkmıştır. Günlük hayatımızda bir ekmeği bölmek, yaş hesabı yapmak, bir okuldaki kız ve erkek öğrenci sayısının oranını bulmak, pasta yaparken malzemelerin ne oranda karıştırılacağını bulmak gibi durumlarla karşılaşabiliriz. Doğal sayılar ve tam sayılar günlük hayat ihtiyaçlarımız için karşılaştırma, bölme, ölçme, paylaşma ve işlem yapma gerektiren bazı problemlerin çözümünde yetersiz kalır (Özgen, 2016) Kesir kavramının ortaya çıkış nedeni uzunluk, zaman, alan, hacim gibi sürekli nicelikleri daha küçük parçalara ayırarak ölçme düşüncesidir (Argün ve ark., 2014). Buradan hareketle alanyazında geçen, kesrin çeşitli tanımları, farklı anlamları ve gösterim şekillerine değinilecektir.

Altun (2014)'a göre kesir, bir bütün ile onun bir parçası arasındaki ilişkiyi belirten bir ifadedir. Örneğin; 2/5 kesrinde 5 bütünle ilgilidir ve bütünün 5 eş parçaya bölündüğünü gösterir. 2 sayısı parçalarla ilgilidir, 5 parçadan 2 tanesinin alındığını gösterir. Bir kesir de bir tam sayı gibi bir miktarı anlatır, ancak bütününün değil, parçalarının kaç tane olduğunu göstermektedir. Baykul (2009)'a göre kesir, bir bütünün eş parçalarından her biridir. Örneğin 3 elmayı 2 çocuğa paylaştırdığımızda bir çocuğa düşen elmayı doğal sayı ile belirtemeyiz (Baykul, 2014). Çelik (2006)'e göre kesir, $b \neq 0$ olmak üzere a/b şeklinde gösterilebilen herhangi iki tamsayının oranı olarak ifade edilebilen gösterimlere kesir denir.

$b \neq 0$, a ve b bir doğal sayı olmak üzere, kesir a/b şeklinde yazılan ve bir bütünün b eşit parçaya bölündüğünü ve a tanesinin alındığını gösteren bir sayıdır. a kesrin payını, b paydasını gösterir (Toluk, 2020). Kesirler diğer matematik konularıyla karşılaştırıldığında soyut ve zor bir konu olmakla birlikte sayma sayılarından oldukça farklıdırlar. Doğal sayılar ile çevremizdeki çoklukları sayarak belirleyebilir ve gösterebiliriz. Doğal sayılar 'kaç tane' sorusunun cevabını verir. Örneğin 'Sınıfta 10 sıra var.' dediğimizde bir sayma işleminden bahsederiz. Fakat kesirleri sayarak oluşturamayız. Kesirleri oluşturmak için bölme ve ölçme yapmamız gerekmektedir. Bir kesri gösterebilmek için iki doğal sayıya ihtiyacımız vardır.

Kesirler “ne kadar” sorusunun cevabını verir. Bu nedenle kesirler konusu öğrenciler için karmaşık ve zor bir konudur. Kesirler ile bir bütünün kaç eş parçaya bölündüğü ve kaç parçasının kullanıldığı ifade edilmektedir. Buna bir pastanın 2/3’ü, dünyadaki insanların 2/3’ü gibi örnekler verebiliriz (Olkun ve Toluk-Uçar, 2006).

Kesir kavramındaki zorluklar ve her işlemin kendine özgü soyut anlamlarının olması, kesirlerle işlemlerin öğretimindeki zorluklarının temelini oluşturmaktadır. Doğal sayı kavramının öğrenilmesi kesir kavramının anlaşılmasında her ne kadar bir ön şart olsa da bu kavramın öğretilmesinden oldukça zordur. Zor kavranılma nedenlerinden biri öğrenciler doğal sayılarla ders dışında günlük hayatlarında oldukça sık karşılaşmaktayken, kesirleri günlük hayatlarında çok fazla kullanabilecekleri durumlarla karşılaşmamaktadır. Öğrenilen bilgilerin kalıcılığı sağlanamadığından, öğrenciler kesirleri kısa sürede unutmaktadır. Doğal sayıların öğretimi tamamlanmadan kesirler konusuna başlanılması, bölme işlemi ile kesir kavramının birlikte yürütülmeye çalışılması ve kesirler konusunun öğrencinin yaşantısında çok fazla yerinin olmamasının yanında kesirli ifadelerin günlük hayatta farklı şekillerde kullanıyor olması, kesirlerin öğretiminde yaşanılan sıkıntılardan bazılarıdır (İpek ve ark., 2005). Doğal sayılar kavramından sonra öğretimi yapılan kesir kavramında öğrencilerin öğrenme güçlükleri artmaktadır ve bu kavramda yaşanılan güçlükler öğrencilerin ilerideki matematik öğrenmelerini ve duyuşsal gelişimlerini olumsuz yönde etkilemektedir (Ersoy ve Erbaş, 2005). Doğal sayılarla ilgili işlemlerin ve problemlerin çözümünde modellerden yararlanıldığı kadar kesirlerle ilgili işlemlerin çözümünde de modellerden ve şekillerden yararlanılmalıdır. Soruya ilişkin çizilmiş şekiller ve kullanılan modeller, soruyu somutlaştırıp, anlamayı kolaylaştırarak doğru çözümün yapılmasına kolaylık sağlar.

Kesirler temel eğitim matematik programında yer alan ondalık sayılar, rasyonel sayılar, oran, orantı ve ölçüler gibi birçok konuya temel teşkil etmektedir. Kesirler ve kesirlerle işlemlere yönelik kavramsal anlamanın oluşturulması, özellikle cebir gibi ileri düzeydeki konuların öğrenilmesi ve problem çözme becerisinin geliştirilmesinde önemli yere sahiptir. Buna karşın yapılan çalışmalar, öğrencilerin kesirler ve kesirlerle işlemler konusunda her seviyede anlama zorluğu çektiklerini göstermiştir (Aksu, 1997; Charalambous ve Pantazi, 2005; Doğan ve Yeniterzi 2011; Ersoy ve Ardahan, 2003; Hart, 1993; Işık, 2011; Leinhardt ve Smith, 1984; Nevvstead ve Murray, 1998; Ortoıı ve Frobisher, 1996; Soylu ve Soylu, 2005; Zembat, 2007). Öğrenciler matematik öğretim programına göre her yıl kesirlerde toplama, çıkarma, çarpma ve bölme işlemini öğrenirler fakat günlük hayatlarında çok fazla kullanma imkânı bulamadıklarında, bir sonraki yıllarda bu işlemleri nasıl yaptıklarını hatırlayamazlar. Kesirlerle işlemlerin öğretimindeki zorluklarının temelini öğrencilerin kesirlerin anlamlarını bilmek yerine formülleri ve anlamak yerine ezber yapmaları, a/b'yi tek bir sayı olarak algılamakta güçlük çekmeleri ve kesirlerin pay ve paydalarını ayrı ayrı iki tam sayı gibi düşünmeleridir. (Şiap ve Duru, 2004).

Günlük hayatımızda paylaştırma, oran ya da bölme şeklinde karşımıza çıkan kesir kavramı öğrencilerin temel eğitim sürecinde karşılaştıkları en soyut kavramdır (Newstead ve Murray, 1998). Kâğıt katlama, bölünebilen nesneleri eşit olarak parçalara ayırma gibi etkinlikler ile bir bütün farklı sayılarda eş parçalara ayrılarak "kesrin birimi" kavramı oluşturulmalıdır. Bütünün parçalandığı eş parça sayısı ile elde edilen parçaların büyüklükleri arasındaki ilişkiye dikkat çekilmelidir. Bu hedefe ulaşmak için hazır kesir modellerinin kullandırılması gereklidir. Özellikle gerçek yaşam durumları ve görsel temsiller öğrencilerin kesirlerle ilgili şemalarının oluşturulması ve şekillendirilmesi açısından gerekli olduğu için temel eğitim matematik öğretim programında birinci sınıftan itibaren kesir modelleri gibi somut nesnelerin, temsilin ve gerçek yaşam durumlarının kullanımı desteklenmiştir (MEB, 2009, 2018). Kesir kavramı verilirken öğrencilerin seviyelerine uygun şekil, şema ve nesnelerden yararlanılır. Şekiller kesirleri somut olarak gösterdiklerinden kesir kavramının öğretiminde, ayrıca kesirler ile ilgili problemlerin çözümünde çoğunlukla kullanılmaktadır (Altun, 2005).

Kesirlerin öğretiminde önemli yer tutan kesirlerin farklı anlamları aşağıda açıklanmıştır

### 2.4.1. Kesrin Anlamları

Kesirler gerçek yaşam problemlerine uygulandıklarında farklı anlamlar ifade etmektedirler (Behr ve ark., 1993). Bu anlamlar: parça-bütün, bölüm (bölme), işlemci, oran ve ölçme anlamı olmak üzere 5 tanedir (Charalambos ve Pitta-Pantazi 2007). İlgili çalışmalarda kesir-rasyonel sayı ilişkisine yönelik çokça farklı görüşler bulunmaktadır. Niven (1961), kesirlerin rasyonel sayı olmak zorunda olmadığını, tek başına pay ve paydadan oluşan herhangi bir cebirsel gösterimi temsil ettiğini belirtmektedir (Niven, 1961). Öte yandan, rasyonel sayılar için kesirlerin en sade hali olduğunu belirten çalışmalar (Başkan ve ark., 2006; Çelik, 2006) olduğu gibi; her kesrin bir rasyonel sayı olduğunu fakat her rasyonel sayının bir kesir olmayabileceğini belirten çalışmalar da (Lamon, 2007) mevcuttur. Literatürde hem kesirler hem de rasyonel sayılar a/b ortak gösterim şekli ile ifade edildiğinden a/b ifadesi bu beş farklı anlamda yorumlanabilir (Lamon, 2007). Ülkemizde

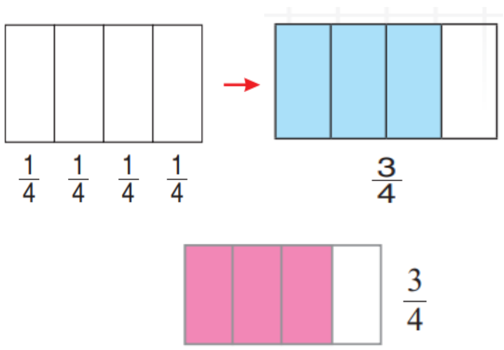
MEB (2018), tarafından hazırlanan ortaokul matematik dersi öğretim programında 5. ve 6. sınıflarda kesir kavramı kullanılırken 7. ve 8. sınıflarda rasyonel sayı kavramı kullanılmaktadır.

#### 2.4.1.1. Parça-Bütün Anlamı

Parça-bütün anlamı, eşit parçalara ayrılmış bir grup nesne veya çokluğun bir ya da daha çok parçasının temsil edildiği durumlardır (Lamon, 1994). Kesirlerin bütün anlamlarının temelini oluşturan parça-bütün anlamı, bir bütün içerisindeki eş parçalara bölünmüş parçalar olarak ifade edilebilir. a/b (b≠0), sembolü bu anlamda bütünün b tane parçaya bölünmesi ile elde edilen parçalardan a tanesinin oluşturduğu miktarı göstermektedir (Toluk, 1999). Örneğin 1/4 kesri, 4 eşit parçaya ayrılmış bir bütünün 1 parçasını temsil etmektedir. Parça-bütün anlamı denk kesirlerin öğretimi ve kesir büyüklüklerinin karşılaştırılması bakımından önemlidir (Yanık, 2015).

Parça-bütün anlamı ile 3/4 kesri iki şekilde açıklanabilir:

- Bir bütünün parçaları olarak 3/4: Bir bütünün 3 tane 1/4’lük kısmı.
- Bir bütünün birleşik bir parçası olarak 3/4: Bir bütünün 1 tane 3/4'lük parçası (Behr ve ark., 1992).




**Şekil 2.6.** 3/4 kesrinin parça-bütün anlamı

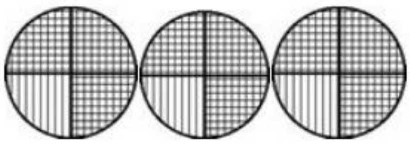
Bunun yanında parça bütün arasında aşağıdaki ilişkiler vardır:

- parçalar bir araya geldiğinde bütünü oluşturur
- bütün artan parçalara ayrıldıkça, parçaların alanı küçülür
- parça ve bütün arasındaki ilişki eş parçaların dizilimine ve şekline bakılmaksızın korunur (Charalambos ve Pitta-Pantazi 2007).

### 2.4.1.2. Bölüm (Bölme) Anlamı

Bölüm anlamında a/b (b≠0), ifadesindeki a'nın b'ye bölüm işleminin sonucunu gösteren sayısal değer olarak düşünülür (Kieren, 1993). a/b (b≠0), sembolü kesrin bölüm anlamında bölme şeklini ifade ettiğinden a÷b şeklinde kullanılabilir (Cramer ve Post, 1995; Post ve ark., 1998). Kesirler a/b sembolü ile a sayısının b sayısına bölümünü temsil eder.

Parça bütün anlamının tam tersine, bölme anlamında kesrin payı bölünen, paydası ise bölendir. Bu anlamda a ve b iki farklı birimi temsil eder yani a sayısı parçalara ayrılacak nesneyi, b sayısı ise parçaların sayısını temsil eder. Bu durumda, a/b kesri bir işlem ve işlemin sonucu yani bir sayı olarak ifade edilebilir. Örneğin 3/4 kesri 3 pizzayı 4 kişi arasında eşit olarak paylaştıklarında her bir kişinin payına düşen pizza miktarını göstermektedir. Bu işlem 3÷4=3/4 şeklinde yazılabilir ve işlemin sonucu 3/4'tür (Toluk, 2020).

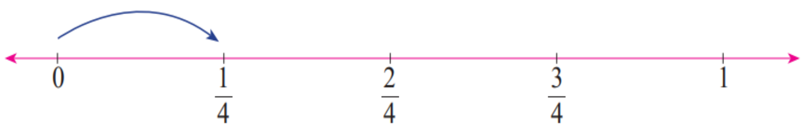


3/4=1/4+1/4+1/4

**Şekil 2.7.** Kesrin bölme anlamı (Acar, 2010).

### 2.4.1.3. Ölçme Anlamı

Ölçme anlamı, uzunluğun "b" eşit aralığa bölünmesiyle oluşan 1/b uzunluğundaki parçaların tekrarlı eklenmesi ile belirli bir uzunluğun ölçülmesidir. Ölçme anlamı, tamsayılar tarafından ifade edilemeyen uzunluk, alan ve hacim gibi ölçme çokluklarını temsil eder (Behr ve ark., 1992). Burada a/b kesri 1/b uzunluğuna sahip a tane aralık belirtir. Örneğin 3/4 kesrinde öncelikle 1/4 birim kesri alınıp 3 tane 1/4 uzunluğundaki aralık ile 3/4 kesrine ulaşılır (Toluk, 2020).




3/4=1/4+1/4+1/4

**Şekil 2.8.** Kesirlerin ölçme anlamı

Ölçme anlamı, kesrin sayı doğrusu üzerinde bir uzunluk olarak gösterimini sağlamaktadır (Chapin ve Johnson, 2006). Kesir öğretiminde kesirlerin, denk kesirlerin kavranması, ondalık gösterimlerin ifade edilmesi ile birlikte rasyonel sayılar kavramına geçiş amaçlanan hedefler arasındadır (MEB, 2018).

#### 2.4.1.4. Oran Anlamı

Kesirlerin oran anlamı, miktarlar arasındaki ilişkiyi gösterir. Lamon (2007) oranı, aynı çeşit çokluklar arasındaki oransal ilişkinin sayısal gösterimi olarak tanımlamıştır. Örneğin; bir meyve sepetindeki elmaların sayısının, portakalların sayısına oranı kesir biçiminde ifade edilebilir (Behr ve ark., 1992; Cramer ve Post 1995; Post ve ark., 1998). Oran anlamında, a/b kesri a niceliğine karşılık b niceliğini temsil etmektedir. Bu anlamda karşılaştırma, niceliklerin katlanarak ya da bölünerek artması veya azalmasını ifade eden çarpımsal ilişkiyi içerir (Toluk, 1999). Aynı türden niceliklerin karşılaştırılması parça-parça ve parça-bütün olarak iki oran çeşidinde ifade edilebilir. a/b kesrinde a ve b parçaları ya da a parçayı b de bütünü temsil edebilir. Örneğin bir tabakta 3 tane yeşil, 4 tane de kırmızı elma olduğunu düşünelim. Bu durum için aşağıdaki 4 farklı oran yazılabilir.

- 3/4, yeşilin kırmızıya oranı, parça-parça karşılaştırması
- 4/3, kırmızının yeşile oranı, parça-parça karşılaştırması
- 3/7, yeşilin bütüne oranı, parça-bütün karşılaştırması
- 4/7, kırmızının bütüne oranı, parça-bütün karşılaştırması (Toluk, 2020).

Bu anlama başka bir örnekte, bir sınıfta her 3 öğrenciye 4 çikolatanın düşmesi olabilir.

**Şekil 2.9.** Kesrin oran anlamı (Lamon, 1999)

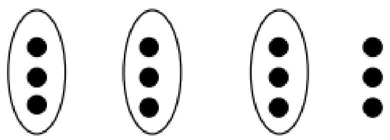
#### 2.4.1.5. İşlemci Anlamı

İşlemci anlamında a/b kesrinin pay ve paydası sırasıyla aşağıdaki anlamları alabilir.

- Çoğaltan ve parçalara indirgeyen
- Genişleten ve daraltan
- Çarpan ve bölen
- Katlayan ve daraltan

Bu anlamların her birinde, verilen bir çokluğun küçültülmesi veya büyültülmesi ifade edilmektedir. Kesrin işlemci anlamı bir çokluğa uygulandığında yeni bir çokluk sağlanır (Behr ve ark., 1993). Bu anlamda kesirler bir sayı, küme veya nesneye uygulanan bir fonksiyon olarak düşünülüp bir dönüşüm olarak tanımlanmıştır (Behr ve ark., 1983). Kesirler işlemci anlamında, doğru parçalarını uzatır ya da kısaltır, bir alanı büyütür ya da küçültür ya da bir kümedeki nesne sayısını çoğaltır ya da azaltır. Bu durumda işlemci anlamı çarpma işleminin kuralını oluşturur. Örneğin 3/4 kesri, bir miktarın ne kadarının söz konusu olduğunu belirtir ve önce 3 ile çarp sonra 4'e böl ya da önce 4'e böl sonra 3 ile çarp komutunu verir. Bu durumda 3/4 kesri çarpma ve bölme işlemlerinden oluşan tek bir işlem olarak ifade edilebilir (Toluk, 2020).

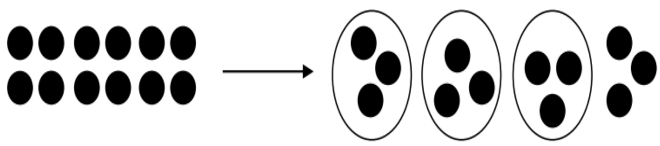
Örneğin, geçen ay katıldığım toplantıda, katılımcıların 3/4'ü kadındı. "Toplantıda 12 kişi vardı, bunlardan kaç tanesi kadındır?" probleminde 3/4 kesri verilen kuralı sayıya uygular. Bu durumda girdi 12, kural ise 3/4'tür. Her 4 kişiden üçü alınır ve çıktı 9 olur (Alacacı, 2010).



$$\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

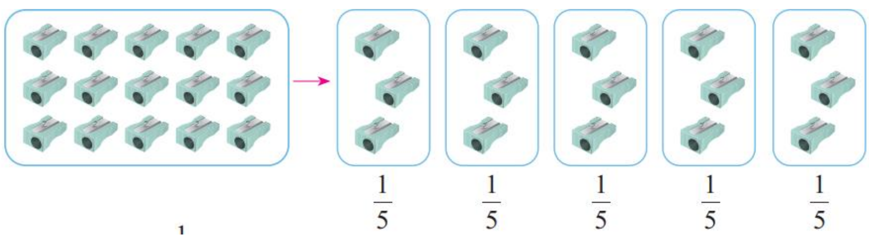
**Şekil 2.10.** Kesrin işlemci anlamı (Alacacı, 2010).

Örneğin 12 topun 3/4'ü gibi.



**Şekil 2.11.** Kesrin işlemci anlamı

Okul kantinindeki bir kutuda 15 kalemtıraş vardır. Bu kutudaki kalemtıraşların $\frac{3}{5}$'ü satılmıştır. Geri kaç tane kalemtıraş kaldığını bulalım.

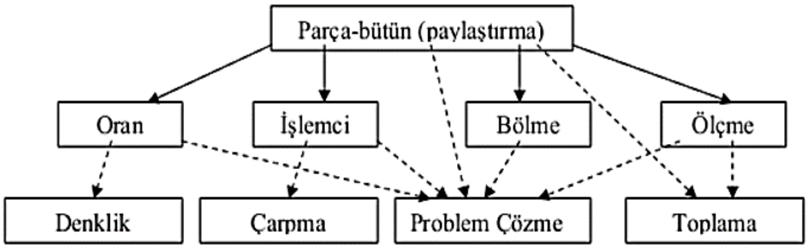



**Şekil 2.12.** Kesrin işlemci anlamı

15 kalemtıraşın $\frac{1}{5}$'i, yani birim kesir kadarı 15÷5=3 kalemtıraştır.

15 kalemtıraşın $\frac{3}{5}$'ü ise 3×3=9 kalemtıraştır.

Behr ve ark. (1983)'in ortaya koyduğu modele göre (Bkz. Şekil 2.13.) kesrin farklı anlamları birbiriyle doğrudan ilişkili olduğu gibi kesirlerin temel işlemleri ile de ilişkilidir. Bu anlamlarda ortak olan özellik 'eşit parçalara ayırma' özelliğidir ve bu yüzden parça-bütün anlamı kesrin diğer dört anlamına temel teşkil etmektedir. Bu nedenle parça-bütün anlamı beşinci alt yapı olarak tanımlanmamıştır. İşlemci anlamı çarpma işleminin öğretimi, ölçme anlamı toplama işleminin öğretimi, oran anlamı denklik kavramının öğretimi için en uygun anlamlardır ve tüm bu anlamlar problem çözme için gereklidir. Kesir kavramının oluşması için bu farklı alt yapılarının her birinin özümsenmesi ve birbirleriyle ilişkilendirilmesi gerekmektedir (Kieren, 1976).



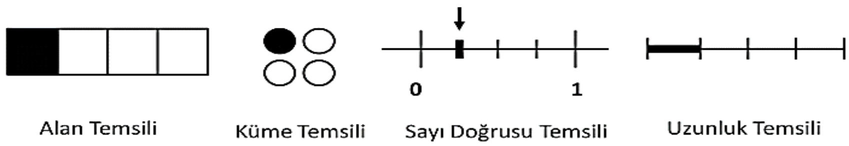

**Şekil 2.13.** Kesrin farklı anlamlarının kesirlerle işlemlerle ve problem çözme ile ilişkisi (Behr ve ark., 1983).

Bunun yanı sıra Charalambous ve Pitta-Panzati (2005) kesrin bu farklı anlamları arasındaki ilişkiyi denk kesir kavramlarını oran anlamıyla, kesir çarpımlarının işlemci ve bölüm anlamlarıyla, kesir toplamlarının ise parça-bütün ve ölçü anlamıyla öğretilmesinin daha uygun olacağını belirtmiştir. Ayrıca problem çözme kavramının kesirlerin her farklı anlamının içine geçmiş olduğunu ifade etmişlerdir.

### 2.4.2. Kesir Modelleri

Kesir modelleri, kesir öğretiminde kullanılan temsillerden biridir. Öğrencilerin soyut nesne veya durumları mümkün olduğunca somut ve anlaşılır hale getirebilmesinde matematiksel gösterim ya da modellerin kullanımı önemlidir. Yapılan çalışmaların çoğunda kesir etkinliklerinde modellerin kullanılmasının fayda sağladığı belirtilmiştir (Cramer ve Henry, 2002; Kieren, 1988; Siebert ve Gaskin, 2006). Öğrencilerin kesir kavramını anlayabilmesi ve bu kavramın öğretimi sürecinde öğrencilerin soyut düşüncelerinin desteklenmesi amacıyla çeşitli somut modellerin kullanılmasını tavsiye etmektedir (NCTM, 2000). Kesir öğretiminde temsillerin kullanılması, parçalara ayırma şemasının kazandırılmasına, kesirlerin sembolik gösterimlerinden kaynaklı olarak oluşan öğrenme güçlüklerinin belirlenmesine ve kesirlerin anlamının öğrenilmesine katkı sağlar. Gerçek yaşam durumlarına uygun farklı temsillerin kullanımı, öğrencilerin kesir algılarını genişletir ve derinleştirir (Kieren, 1988).

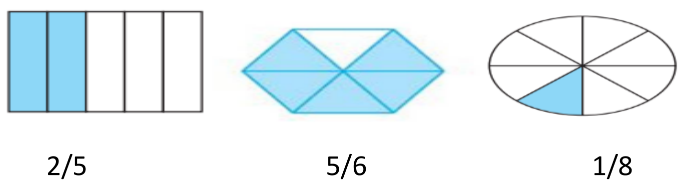
Literatür incelendiğinde kesir modellerine ilişkin farklı sınıflandırmaların yapıldığı görülmektedir. Kesirlerin modellerle gösteriminde, Alacacı (2015) bölge, çizim, küme ve alan olmak üzere dört farklı model, Van de Walle ve ark. (2018) bölge/alan, uzunluk ve küme/çokluk olmak üzere üç farklı model, Bingölbali ve Özmantar (2014) çizgi, küme, bölge ve alan olmak üzere dört farklı model, Toluk (2020), alan, küme, uzunluk ve sayı doğrusu olmak üzere dört farklı model kategorisi ifade etmektedir. Araştırmanın kavramsal çerçevesi doğrultusunda kesirlerin öğretiminde kullanılan dört farklı (alan, bölge, küme, uzunluk ya da sayı doğrusu) modelin/temsil bulunmaktadır.




**Şekil 2.14.** 1/4 kesrinin farklı temsilleri

### 2.4.2.1. Bölge Modeli

Bölge modelinde daire, dikdörtgen gibi basit dairesel ve dikdörtgensel geometrik şekiller kullanılır (Alacacı, 2010). Bu modelde basit geometrik şekiller kesrin paydasındaki sayı kadar eşit parçalara ayrılır ve kesrin payındaki sayı kadar parça taranarak seçilir. Bu model türünde önemli olan bölünen parçaların aynı alana ve şekle sahip olarak tanımlamaktır (Bingölbali ve Özmantar, 2014). Kesirleri temsil etmek için kullanılan dairesel pasta kısımları, dikdörtgensel bölgeler, geometri tahtasında dörtte birler, örüntü blokları ve kâğıt katlama, bölge modeline örnek olarak gösterilebilir.

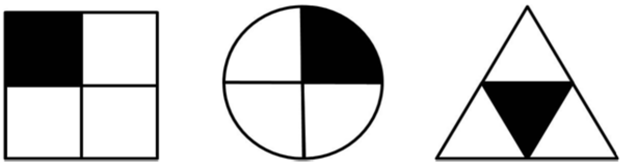



**Şekil 2.15.** Bölge modeli örnekleri

#### 2.4.2.2. Alan Modeli

Alan modeli, bölge modeline çoğunlukla benzemektedir. Bu nedenle bölge modelini alan modeli olarak değerlendirenler de vardır. Bölge ve alan modelini birbirinden ayıran tek fark, bölge modelinin parçalarının aynı şekil ve alana sahip olmasına karşılık, alan modelinin parçalarının aynı alana sahipken görüntü itibariye aynı şekle sahip olmaması olarak ifade edilmektedir (Bingölbali ve Özmantar, 2014).

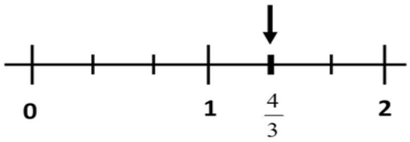
Bu modelin kullanımında bazı şekillerde parçaların eşliği kolayca görülebilirken, bazı şekillerde ve bölünmelerde öğrencinin geometri bilgisinin özellikle de şekillerin özelliklerinin bilinmesi önemlidir. Alan modelinde düzlemsel alanın eşit bölümlere ayrılması gerekmektedir. Bu gösterimde seçilecek şeklin bölünecek parçalara uygun olması gerekmektedir. Genellikle en sık kullanılan geometrik şekiller dikdörtgen ve karedir. Dikdörtgen eşit parçalaması kolay olan bir şekilken, daire ve üçgen şeklinin parçalara ayrılması diğer şekillere göre daha zordur (Toluk, 2020).



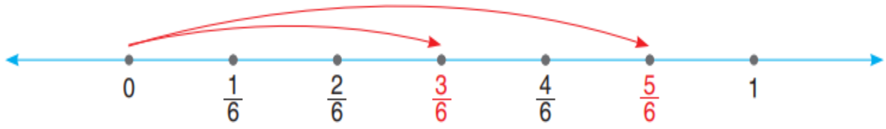
**Şekil 2.16.** Alan Modeli Örnekleri

#### 2.4.2.3. Sayı Doğrusu (Uzunluk) Modeli

Uzunluk modelinde bölge veya alan yerine öğrencilerin kesirleri anlamalarında önemli yere sahip olan uzunluklardan yararlanılır (Van De Walle ve ark., 2018). Uzunluk modelinde bir uzunluk yani bir doğru parçası bütün olarak kabul edilir, bir uzunluk eşit parçalara ayrılır ve her kesir sayı doğrusu üzerinde bir noktaya karşılık gelir. Diğer modellere göre anlaşılması zordur ve diğer modellerden sonra kullanılmalıdır (Olkun ve Uçar, 2014; Toluk, 2020).




**Şekil 2.17.** 4/3 kesri için sayı doğrusu temsili




**Şekil 2.18.** 3/6 ve 5/6 kesirlerinin sayı doğrusu (uzunluk) modeli

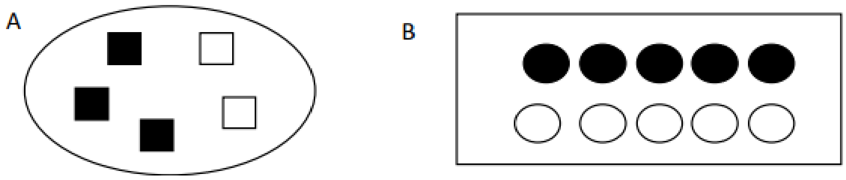
Sayı doğrusu modeli kesirleri ve rasyonel sayıları kavramsal olarak öğretmek için önemli araçlardır. Bu model sayı doğrusunun bütün kesirleri kapsaması ve sayıları karşılaştırmamıza imkân vermesi, sayı doğrusunda aynı noktaya karşılık gelen sonsuz sayıda kesir olduğunun görülebilmesi, iki kesir arasında sonsuz sayıda kesir olduğunun ve dolayısıyla bir kesrin ardılı ya da öncülü olmadığının sayı doğrusundan görülebilmesi konularında öğrencilere kolaylık sağlar (Toluk, 2020). Ayrıca sayı doğrusu modeli görsel bilgi ve sembolik bilgi formlarının entegrasyonunu gerektirir (Bright ve ark., 1988). Alan modelinde bir alan, uzunluk modelinde ise bir uzunluk eş parçalara ayrılır ve bu parçalardan bazıları kullanılarak kesir temsil edilir. Bu nedenle uzunluk temsili kesrin parça-bütün anlamıyla ilgilidir (Niemi, 1996). Uzunluklar, çubuk, bir parça ip, düzlemde çizilmiş doğru parçaları ve ince eşit kalınlıkta kesilmiş kâğıt sayı doğrusu modeline örnek olabilir (Baykul, 2014).

#### 2.4.2.4. Küme Modeli

Küme modelinde bir grup nesne bütünü belirten kümeyi temsil etmektedir. Bu kümenin bazı elemanları diğerlerinden farklı özellikleri sebebiyle kesrin gösteriminde kullanılmaktadır (Bingölbali ve Özmantar, 2014). Bu model çoğunlukla sayılan ve bölünemeyen nesneler (insan, hayvan, araba vb.) için kullanılmaktadır.

Bu modelde bir kümede bulunan nesnelerin bir bölümü temsil edilir ve dolayısıyla kümede bulunan elemanlar bütünü oluştururken bu kümenin alt kümesi olan bir grup nesne ise kesri oluşturur. Burada bütün nesnelerin bir kümesi olarak ele alınırken, kümenin ya da bütünün alt kümeleri kesri meydana getiren parçalar olarak ele alınır. Örneğin küme modeli, öğrencilere verilen bir sayının belirli bir kesir kadarını bulma konusunda yardımcı olur (Alacacı, 2010).

Küme modelinde bütün bir çokluktur ve kümenin elemanları sürekli olabileceği gibi ayrık da olabilir. Örneğin, bütün 12 elma olabileceği gibi 12'lik soda paketi de olabilir. Bu model ile bir kümede yer alan eşit sayıda eleman içeren ve buna ait alt kümeleri kesir olarak ifade edilmektedir.  Bu modelin anlaşılmasında öğrencilerin çarpma ve bölme işlemleri ile ilgili becerilerini kullanması önemlidir. Bu modelde bütünü oluşturan kümeler eş nesnelerden oluşabileceği gibi farklı nesnelerden de oluşabilir (Toluk, 2020). Küme modeli, öğrencilerin kesirlerin gerçek yaşamdaki birçok kullanımıyla ve oran kavramıyla önemli ilişkiler kurmasına kolaylık sağlar (Van De Walle ve ark., 2018).




**Şekil 2.19.** 3/5'in ve 5/10'un küme modeli (Olkun ve Uçar, 2004)

### 2.5. Konu ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Bu bölümde alan yazındaki çoklu temsiller, kesirler konusu ve kesirler temsili ile ilgili çalışmalar araştırılmış ve bu çalışmalara ilişkin bilgiler sunulmuştur.

#### 2.5.1. Matematik Eğitiminde Çoklu Temsiller ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Matematik dersi kapsamında temsillerin ve temsiller arası dönüşümlerin kullanımının öğrencilere faydaları, matematik öğrenmedeki önemi, öğrencilerin ve öğretmen adaylarının çoklu temsilleri kullanma düzeyleri, bu temsillerin kullanımını etkileyen faktörler ve öğretim yöntemlerinin bu kullanıma etkileri üzerine birçok çalışma yapılmıştır. Ancak kesirler konusuna yönelik çoklu temsiller ve temsiller arası dönüşüm yeterliliğinin detaylı bir şekilde incelendiği araştırmalar sınırlıdır. Yapılan araştırmalarda, öğrencilerin çoklu temsilleri ve temsiller arası dönüşümleri kullanmada eksiklik yaşadıkları görülmüştür (Ural, 2012; Özdemir ve Ayvaz-Reis, 2013; Çelik ve Sağlam-Arslan, 2012; Sert 2007; Gürbüz 2014).

Gürbüz (2014) ise 8. sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerilerini incelediği çalışmasında, öğrencilerin temsiller arasındaki geçiş becerilerinin istenilen düzeyde olmadığını ve en çok diğer temsil türlerinden grafiğe geçişte zorlandıklarını, en az ise tabloya geçişte zorlandıklarını tespit etmiştir.

Gürbüz ve Şahin (2015) sekizinci sınıf öğrencilerinin cebir öğrenme alanında çoklu temsiller (sözel, tablo, denklem ve grafik) arasındaki geçiş becerilerini incelemişlerdir. Bulgulara göre, öğrencilerin temsiller arası geçiş becerilerinin yeterli düzeyde olmadığı, özellikle sözel, tablo ve denklemden grafiğe geçişte zorlandıkları, ancak sözel, denklem ve grafikten tabloya geçişte daha az zorlandıkları belirlenmiştir.

Swafford ve Langrall (2000) ortaokul öğrencilerinin cebirsel problem çözme durumlarında kullandıkları temsilleri incelemiştir. Araştırma sonuçları, öğrencilerin cebirsel işlemleri metinsel ve sembolik olarak doğru açıkladıklarını ve bu açıklamalar arasında doğru genellemelerde bulunduklarını göstermiştir. Ancak, sembolik temsili yazmak ve uygun denklemi oluşturmanın öğrenciler için en zor görev olduğu saptanmıştır.

Moseley ve Brenner (1997) temsiller ve problem çözme becerileri arasındaki ilişkiyi araştırmışlardır. İlköğretim öğrencilerinin cebir eğitiminin problem çözme yaklaşımlarını nasıl etkilediğini inceleyen çalışmada, öğrencilerin farklı temsilleri daha çok kullandıkları ve sözel olarak verilen fonksiyonların çözümünde daha başarılı oldukları bulunmuştur.

Keller ve Hirsch (1998) öğrencilerin matematik derslerindeki temsil tercihlerini ve bu temsillerin bağlamsal ilişkilerini incelemişlerdir. Araştırmada, öğrencilerin bağlamsal ve püre matematiksel sorularda farklı temsil tercihleri yaptığı, püre matematiksel sorularda cebirsel temsilleri, bağlamsal sorularda ise tablosal temsilleri tercih ettikleri ortaya konmuştur.

Özgün-Koca (1998) çalışmasında, öğrenme güçlüğü çeken öğrencilerle yaptıkları araştırmada öğrencilerin matematiksel bir problemin çözümünde tercih ettikleri temsil türlerini incelemiştir. Araştırmada, öğrencilerin bilgisayar ortamında olan veya olmayan temsillere yönelik inançları, düşünceleri ve tutumları üzerinde durulmuştur. Araştırma sonucunda öğrencilerin matematiksel problemlerin çözümünde birden fazla temsil türünün kullanılabileceğine inanmalarına rağmen tek bir temsile odaklanmanın daha kolay ve etkili olacağına inandıkları belirlenmiştir.

Erbilgin (2003) uzamsal görselleştirme ve başarının öğrencilerin çoklu temsilleri kullanma becerilerine etkisini incelemiştir. Araştırma sonuçları, uzamsal görselleştirmenin ve başarının, öğrencilerin çoklu temsilleri kullanma düzeylerini olumlu yönde etkilediğini göstermektedir.

Kılıç (2009) beşinci sınıf öğrencilerinin problem çözümünde kullandıkları temsilleri araştırmıştır. Çalışma sonucunda, öğrencilerin problemi anlarken konuşma dilini, plan yaparken konuşma dili, görsel ve sembolik temsilleri, çözüm aşamasında ise yine konuşma dili, görsel ve sembolik temsilleri kullandıkları belirlenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin uygun temsiller geliştirmede ve yaptıkları çözümü temsillerle ilişkilendirmede zorlandıkları görülmüştür.

İncikabı (2017) ortaokul matematik ders kitaplarındaki temsil türlerini incelemiştir. Çalışmada, en çok kullanılan temsil türünün cebirsel temsiller olduğu, sözel temsillerin önemli bir yer tuttuğu, model temsillerin ise üçüncü sırada yer aldığı tespit edilmiştir. Ders kitaplarında tablo, grafik ve gerçek yaşam temsillerinin daha az kullanıldığı belirtilmiştir. Temsiller arası geçişlerin en fazla cebirsel, sözel ve model temsiller arasında gerçekleştiği, diğer ikili eşleşmelerin ise düşük oranlarda kaldığı saptanmıştır. Ayrıca, cebirsel, sözel ve model temsillerin her sınıf düzeyinde yaygın olarak kullanıldığı, tablo, grafik ve gerçek yaşam temsillerinin ise düşük oranlarda kaldığı belirlenmiştir.

Akkuş ve Çakıroğlu (2006) öğrencilerin cebirsel sözel problemlerinde kullandıkları temsilleri ve bu temsillerle ilgili açıklamalarını incelemişlerdir. Araştırma sonuçları, öğrencilerin temsil tercihlerini belirlemede sorunun türü, doğası, temsile dair algıları, öğretmen ve duygusal faktörlerin rol oynadığını ortaya koymuştur.

Sert (2007) çalışmasında, sekizinci sınıf öğrencilerinin, cebir öğrenme alanında çoklu temsiller kullanımı ve temsiller arasında dönüşüm yapma becerilerini incelemiştir. Çalışma sonucunda öğrencilerin en çok denklem, tablo ve grafikleri sözel olarak ifade etmekte zorluk yaşadıklarını, diğer temsil biçimlerinden tabloya yapılan dönüşümlerde ise zorlanmadıklarını ortaya koymuştur.

Warner ve ark. (2009) çalışmalarında, öğrencilerin problem çözmede kullandıkları temsil şekillerini ve bu temsilleri kullanmadaki esnekliklerini incelemiştir. Esneklik, temsil türleri arasında kolay geçiş yapabilme anlamında kullanılmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin problem genelleştirildiğinde temsil şeklini değiştirebildikleri ve problemin çözüm sürecini başkalarına anlatırken farklı temsil şekillerini kullandıkları tespit edilmiştir. Bu, öğrencilerin temsil şekillerini esnek bir şekilde kullanabildiklerini göstermektedir.

Baştürk (2010) dokuzuncu sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerinin kullanımını gerektiren sorulardaki performanslarını incelemiştir. Sonuç olarak, öğrencilerin grafik ve sözel temsillere kıyasla cebirsel temsilde daha başarılı oldukları, ancak bir temsilden diğerine geçişlerde büyük zorluklar yaşadıkları belirlenmiştir.

Ural (2012) öğrencilerin fonksiyon tanım bilgilerini çeşitli fonksiyon temsillerine aktarabilme yeterliklerini ve bu transfer sürecini olumsuz etkileyen nedenleri araştırmıştır. Sonuçlara göre, öğrenciler fonksiyon kavramını genellikle "Fonksiyonunun formal tanımı", "İki küme arasında herhangi bir eşleme" ve "Bir dönüştürme işlemi" olarak tanımlamaktadır.

Ayrıca, gerekli tanım bilgisine sahip olmamanın ve çeşitli temsillere dair kavram yanılgılarının dönüşüm sürecini olumsuz etkilediği tespit edilmiştir.

Kurnaz ve Yüzbaşıoğlu (2013) 1998-2012 yılları arasındaki liseye geçiş sınavlarında (LGS, OKS ve SBS) sorulan soruları temsil türleri ve temsil türleri arasındaki geçişler açısından incelemişlerdir. Sonuçlar, sınav sorularının yürürlükteki öğretim programının bilimsel süreç becerileriyle ilişkili kazanımlarını yeterince yansıtmadığını ve sorulardaki geçişlerin daha çok şekilden diğer temsil türlerine geçiş şeklinde olduğunu göstermiştir.

Şiap ve Duru (2004) ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerdeki işlemlerde geometrik temsilleri anlama ve kullanma becerilerini incelemiştir. Bulgulara göre, öğrenciler kesir kavramını tam olarak algılayamamaktadır. Kesir işlemlerinde, geometrik beceri gerektiren sorulara göre daha başarılıdırlar. Paydaları aynı olan sorularda başarı yüksek olup aralarında fark bulunmazken, paydaları farklı olan soruların geometrik beceri gerektiren bölümlerinde öğrenciler zorlanmakta ve başarısız olmaktadır. Ayrıca, öğrencilerin önce cebirsel olarak durumu temsil edip buna göre işlem yaptıkları ve erkek öğrencilerin, kız öğrencilere göre hem işlem hem de geometrik beceri gerektiren sorularda daha başarılı oldukları tespit edilmiştir.

Can (2014) araştırmasında 9. sınıf öğrencilerinin fonksiyonlar konusundaki başarılarını çoklu temsiller kullanarak öğretmenin etkisini incelemiştir. Yarı deneysel olarak gerçekleştirilen bu çalışma, çoklu temsillerle öğrenim gören deney grubunun, kontrol grubuna kıyasla, fonksiyonları çoklu temsillerle ifade etme ve bu temsiller arasında geçiş yapma becerilerinin daha yüksek olduğunu ortaya koymuştur. Özellikle tablodan grafiğe dönüşümlerde öğrencilerin yüksek başarı gösterdiği belirlenmiştir.

Delice ve Sevimli (2010) belirli integral konusuna yönelik temsiller ile problem çözme başarısı arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Bulgular, öğretmen adaylarının çoklu temsil kullanma becerilerinin yeterli olmadığını göstermektedir. Adaylar, tek bir temsille çözüme ulaşmaya çalışırken, temsil dönüşüm becerilerinin zayıf ve problem çözme başarılarının düşük olduğu belirlenmiştir. Çalışma ayrıca, problem çözme başarısını artırabilecek çeşitli öneriler sunmuştur.

Aksu ve Konyalıoğlu (2015) araştırmalarında, sınıf öğretmeni adaylarının kesirler konusundaki pedagojik alan bilgilerini değerlendirmiştir. Sonuçlar, adayların Shulman’ın tanımladığı 'gösterim temsilleri ve yöntemi' bilgisinde yeterli olmadığını ve bu alanda önemli eksiklikler taşıdığını ortaya koymuştur.

İpek ve Okumuş (2012) çalışmalarında, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının problem çözme süreçlerinde kullandıkları temsilleri ve bu temsillerle ilgili yaşadıkları sorunları incelemiştir. Araştırma, adayların problemleri çözerken konuşma dili temsilini diğer temsil türlerine (cebirsel, grafiksel, sayısal) göre daha sık kullandığını ortaya koymuştur. Ancak, problemleri anlama aşamasında uygun temsil oluşturamama ve temsiller arasında geçiş yapamama gibi sorunlar yaşadıkları belirlenmiştir.

Çelik ve Sağlam-Arslan (2012) araştırmalarında, sınıf öğretmeni adaylarının metinsel tablo ve şekilsel temsilleri grafiğe dönüştürme becerilerini incelemişlerdir. Sonuçlar, öğretmen adaylarının metinden grafiğe geçişte başarısız olduklarını ve uygun grafik seçimi ile verilerden grafik oluşturma konularında yetersiz olduklarını ortaya koymuştur.

Kardeş (2010) çalışmasında, matematik öğretmenlerinin lineer denklem sistemleri performansları ile öz-yeterlik algıları ve temsil dönüşüm başarıları arasında orta düzeyde bir ilişki bulmuştur. Öz-yeterlik algısının lineer denklem sistemlerini çözme performanslarını, çözme performanslarının ise temsil dönüşüm başarılarını etkilediği belirlenmiştir.

Toluk-Uçar (2016) araştırmasında, ortaokul öğretmeni adaylarının reel sayıları kavrayışlarında temsil türlerinin rolünü incelemiştir. Bulgular, adayların rasyonel sayıları belirlemede daha başarılı olduğunu ve rasyonel sayıları kesir ve tamsayılarla, irrasyonel sayıları ise köklü ifadelerle ilişkilendirdiklerini göstermiştir. Ayrıca, rasyonel sayılarda şeffaf, irrasyonel sayılarda ise opak temsili tercih ettikleri belirlenmiştir.

Yılmaz (2016) çalışmasında, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının farklı temsil türlerini kullanarak oluşturdukları örüntü problemlerini incelemiştir. Öğretmen adaylarının, kendi seviyelerine göre, öğretim yapacakları ortaokul öğrencileri seviyesine daha uygun problemler kurdukları tespit edilmiştir. Ayrıca, örüntü problemlerinde en çok resim temsili, en az sembolik temsili kullandıkları belirlenmiştir.

Düşünsel (2019) araştırmasında, sınıf öğretmenlerinin matematik dersinde çoklu temsilleri kullanma ile ilgili görüşlerini incelemiştir. Öğretmenler, matematiksel bilginin temsili için resimler, gerçek yaşam durumları ve somut nesneler kullanırken dikkat ettikleri noktaların olduğunu belirtmişlerdir. Çoklu temsillerin, öğrencilerin matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmelerine, ezberden uzaklaşmalarına, kalıcı ve kavramsal öğrenme gerçekleştirmelerine, somutlaştırma yapabilmelerine ve kavram yanılgılarını önlemelerine yardımcı olduğunu vurgulamışlardır.

Kuzu (2020b) tarafından yapılan çalışmada matematik öğretmeni adaylarının limit problemlerini çözme sürecinde kullandıkları temsiller belirlenmiş, temsiller arası dönüşüm yeterlilik düzeyleri araştırılmış ve aralarındaki ilişki incelenmiştir. Adayların en çok sözel temsil girdisi olan problemleri çözmede zorluk yaşadıkları, özellikle sözel temsilden sayısal temsile geçişte düşük performans gösterdikleri görülmüştür. Sayısal temsil girdisi olan problemlerde en yüksek performansı elde etmelerine rağmen grafiksel ve cebirsel temsil girdisi olan problemlerde de oldukça yüksek performans elde etmişlerdir. Özellikle cebirsel temsilden sözel temsile dönüşümü gerektiren problemlerde çok iyi performans göstermişlerdir. Ayrıca adayların sözel, grafiksel, cebirsel, nümerik temsil dönüşüm yeterlik düzeyleri arasında pozitif yönde anlamlı ilişkiler bulunmuştur. Bu çalışmada, kavram öğretiminde ve problem çözümünde birden çok temsil kullanılmasının, adayların kavramsal anlama düzeylerinin ve bilişsel süreç becerilerinin gelişmesine katkı sağlayacağına dair vurgu yapılmıştır (Kuzu, 2020b).

Kuzu (2020a) tarafından yapılan çalışmada ise, matematik öğretmeni adaylarının limit kavramına yönelik kullandıkları temsiller dış temsillere göre belirlenmiş ve temsiller arası dönüşüm sürecine ilişkin karşılaşılan sorunlar araştırılmıştır. Yanlış cevap veren adayların ağırlıklı olarak, kavram ve süreçte eksikliklerinin olduğu, limit problemini tam anlamlandıramadığı ortaya çıkmıştır. Özellikle, limit noktası kavramını bilmede, fonksiyonu belirlemede ve sözel veriyi yorumlamada güçlükler yaşandığı belirlenmiştir. Kavram ve süreçte doğru ilerleyen adayların ise işlem hatası ve dikkatsizlik nedeniyle yanlış yaptıkları görülmüştür. Hataların, girdi temsili sözel olan sorularda ağırlıklı olarak "alan bilgisi eksikliği" ve "okuduğunu anlama eksikliği" temalarında; girdi temsili grafik olan sorularda "dikkatsizlik" temasında; girdi temsili cebir ve nümerik olan sorularda ise "alan bilgisi eksikliği" teması altında toplandığı görülmüştür. Bu çalışmada gerek kavram öğretiminde gerekse problem çözme sürecinde çeşitli temsil türlerinin kullanılmasının bilgi ve bilişsel açısından üst düzey düşünme becerilerinin gelişmesine zemin hazırlayacağına yönelik vurgu yapılmıştır (Kuzu, 2020a).

### 2.5.2. Kesirler Konusu ve Kesir Temsilleri ile İlgili Yapılan Çalışmalar

Önal ve Yorulmaz (2017) çalışmalarında, ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda yaptığı hataları incelemişlerdir. Öğrencilerin matematik defterleri ve çalışma kağıtları kullanılarak yapılan araştırmada, en sık yapılan hatalar belirlenmiştir. Öğrencilerin kesirleri sıralarken doğal sayı gibi işlem yapmaları, toplama işleminde pay ve paydayı toplayarak sonucu doğal sayı olarak yazmaları, çıkarma işleminde pay ve paydaları ayrı düşünüp büyük sayıdan küçük sayıyı çıkarmaları ve sayı doğrusunda bütünü eşit parçalara ayırmamaları en yaygın hatalardır. Bu hatalar, öğrencilerin doğal sayı işlemlerini kesirlerde de uygulamaya çalıştıklarını ve kesirlerin toplama ve çıkarma işlemlerinin farklı olduğunu anlamada zorluk çektiklerini göstermektedir. Ayrıca, sayı doğrusu üzerinde belirtilen noktalara uygun kesri yazarken aralıkları sayarak yazmak yerine çizgileri saymaları ve tam sayılı kesirlerde basit kesri göstermede sorun yaşamaları da belirlenmiştir.

Biber ve arkadaşları (2013) araştırmalarında, 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerle ilgili kavram yanılgılarını ve bu yanılgıların kesir problemlerindeki çözümlerine etkisini incelemişlerdir. Öğrencilerin çoğunun kesirlerde sıralama, toplama-çıkarma ve çarpma konularında kavram yanılgılarına sahip olduğu tespit edilmiştir. Kesirlerde sıralama yaparken pay ve payda değerlerini ayrı ayrı sıralama, toplama işleminde pay ve paydaları kendi aralarında toplama, genişletme işlemini sadece paydaya uygulama ve çarpma işleminde payları çarpıp paydaları aynen yazma gibi hatalar belirlenmiştir. Ancak, kesir problemlerinde yanlış çözüm elde eden öğrencilerin daha az olduğu, bu durumun öğrencilerin problemleri çözerken kullandıkları modelleme ve şekillerden kaynaklandığı sonucuna ulaşılmıştır.

Mısral (2009) çalışmasında 6. sınıf öğrencilerinin kesirlerin farklı anlamlarına göre yapılan öğretimin kesirlerde toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinde kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerine etkisini incelemiştir. Öğrencilere çalışmanın başında ve sonunda kesir başarı testi uygulanmıştır. Sonuçlar, kesrin ölçme anlamına dayalı olarak yapılan öğretimin toplama ve çıkarma işlemlerinde kavramsal ve işlemsel bilgi düzeyine etkisinin olmadığını, ancak kesrin işlemci anlamına dayalı olarak yapılan öğretimin kesirlerde çarpma ve bölme işlemlerinde kavramsal düzeyde bilgileri üzerinde etkili olduğunu göstermiştir.

Aksu (1997) çalışmasında altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlere yönelik işlem başarıları ile sembolik, sözel ve kavramsal olarak sunulan kesir problemlerindeki performanslarını incelemiştir. Bulgular, öğrencilerin sembolik şekilde sunulan problemlerde, sözel ya da kavramsal problemlere göre daha başarılı olduklarını göstermiştir. Ayrıca, öğrencilerin toplamayı içeren sözel problemlerde zorlanmazken, çarpma işlemini içeren sözel problemlerde güçlük yaşadıkları belirlenmiştir.

Haser ve Ubuz (2003) çalışmalarında, 5. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki bilgi ve becerilerini kavramsal ve işlemsel durumlarda kullanma performanslarını incelemişlerdir. Kesir çeşitleri, gösterimleri, bileşik ve tam sayılı kesirler arasındaki ilişkiler, kesirlerin denkliği, sıralanması ve işlemleri içeren 14 kavramsal ve işlemsel sorudan oluşan bir sınav hazırlanarak uygulanmıştır. Sonuçlar, öğrencilerin kesirlerin tanımı ve gösterimlerine, parça-bütün anlamına, kesir çeşitleri arasındaki geçiş yapmaya, kesirlerin sıralanmasına ve kesirlerle çarpma, toplama ve çıkarma işlemleri yapmaya yönelik sorularda zorluklar yaşadıklarını ortaya koymuştur. Öğrencilerin kavramsal performansa yönelik sorularda kesir çeşitlerine göre farklı performans sergiledikleri, işlemsel performansa yönelik sorularda ise farklı tipte kesirler arasındaki çarpma ve çıkarma işlemlerinde toplama işlemine göre daha düşük performans gösterdikleri belirlenmiştir.

Kocaoğlu ve Yenilmez (2010) çalışmalarında, beşinci sınıf öğrencilerinin kesir problemlerinde yaptıkları hataları ve sahip oldukları kavram yanılgılarını incelemişlerdir. Yarı yapılandırılmış görüşmelerle gerçekleştirilen araştırmada, öğrencilerin problemleri anlamakta zorluk çektikleri ve hatalarının çoğunlukla bu durumdan kaynaklandığı belirlenmiştir. Öğrencilerin işlem hataları yaptıkları ve çözüme ilişkin işlem sırasını belirlemekte zorlandıkları görülmüştür. Kesrin gösterdiği çokluğu belirlemede pay ve paydayı birbirinin yerine kullanma yanılgısına düştükleri tespit edilmiştir. Araştırmacılar, bu durumun öğrencilerin parça-bütün ilişkisini tam olarak kavrayamamalarından kaynaklandığını belirlemişlerdir.

Soylu ve Soylu (2005) çalışmalarında 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerle ilgili sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve kesir problemleri konularındaki öğrenme güçlüklerini incelemişlerdir. Bulgular, öğrencilerin en önemli öğrenme güçlüklerinin, kesirlerin pay ve paydalarını ayrı ayrı düşünüp işlem yapmaları, kesirlerle ilgili daha önce öğrenmiş oldukları kuralları yeni işlemlere uygulamaları (örneğin, toplama işleminin kuralını çarpma işlemine uyarlamaları) ve sözel kesir problemlerini anlayamamalarından kaynaklandığını göstermiştir. Çalışmada, kesirlerde çarpma işlemi anlatılırken, toplama ve çarpma işlemlerinin kurallarının farklı olduğunu somut örneklerle gösterilmesi ve kesir problemlerinin anlaşılmasında önemli olan şekillerin kullanımına yönelik uygulamaların yapılması gerektiği önerilmiştir.

Okur ve Çakmak Gürel (2016) çalışmasında, ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki yaygın kavram yanılgılarını incelemişlerdir. Bulgular, öğrencilerin en çok parça-bütün ilişkisi ile ilgili kavram yanılgılarına sahip olduklarını göstermiştir. Bu yanılgıları sırasıyla, bir sayının sıfıra bölümü, kesirlerin sayı doğrusunda gösterimi, kesirlerde çarpma işlemi ve sıfırın bir sayıya bölümü yanılgıları takip etmektedir. Öğrencilerin en az kesirlerde toplama işlemi konusunda kavram yanılgısına sahip oldukları belirlenmiştir. Öğretmenlerin özellikle parça-bütün ilişkisi gibi önemli bir konu üzerinde durmaları önerilmiştir.

Işık ve Kar (2012) çalışmalarında, yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine yönelik kurdukları problemlerde karşılaşabilecekleri olası güçlükleri incelemişlerdir. Araştırma sonucunda, öğrencilerin sembolik kesir temsillerine yönelik problem kurmada karşılaştıkları güçlükler belirlenmiştir. Öğrencilerin kurdukları problemlerde; toplanan ikinci kesri bütünün kalanı üzerinden ifade edememe, parça-bütün ilişkisini kuramama, işlem sonucuna doğal sayı anlamı yükleme, birim kargaşası, toplanan kesir sayılarına doğal sayı anlamı yükleme, işlemi soru köküne yansıtamama ve tam sayılı kesirlerin tam kısımlarına anlam yükleyememe gibi yedi güçlük tespit edilmiştir. En fazla güçlük, sonucun tam sayılı kesir olduğu iki basit kesrin toplamına yönelik problem kurmada; en az güçlük ise sonucun basit kesir olduğu iki basit kesrin toplamına yönelik problem kurmada yaşanmıştır. Bu güçlüklerin, parça-bütün ilişkisini oluşturamama, kesir sayılarını algılayamama ve doğal sayılardaki alışkanlıkların kesirlere de aktarılma çabası üzerine yoğunlaştığı görülmüştür. Belirlenen güçlüklerin ve kurulan problemlerde tespit edilen yüksek sayıdaki güçlüklerin, öğrencilerin kesirler ve kesirlerde toplama işlemine yönelik kavramsal eksikliklerinin olduğunu göstermektedir.

Kar ve Işık'ın (2014) çalışması, ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine yönelik problem kurma süreçlerindeki hataları incelemiştir. Araştırmada, öğrencilere dört maddelik bir Problem Kurma Testi uygulanmıştır. Sonuçlara göre, öğrenciler genellikle işlem sonucuna ve kesirlere doğal sayı anlamı toplama hatası yapmışlardır.

Işık ve Kar'ın (2012) kesirlerle toplama işlemine yönelik tespit ettikleri hataların, kesirlerle çıkarma işleminde de ortaya çıktığı görülmüştür. Bu hataların kavramsal eksiklikler ve dilsel zorluklardan kaynaklandığı söylenebilir. Öğrencilerin, kesirlerle çıkarma işlemlerinde doğal sayı alışkanlıklarını sürdürmeye çalıştıkları belirlenmiştir. Ayrıca, bir tamsayılı kesirden başka bir tamsayılı kesri çıkarırken, günlük yaşam durumlarına uygun problemler kurmada zorluk yaşadıkları tespit edilmiştir. Genel olarak, kesirlerle çıkarma işlemine yönelik problem kurmada pek çok eksiklikleri olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Pesen (2007) çalışmasında üçüncü sınıf öğrencilerinin kesirlerle ilgili yaygın hataların arkasındaki kavram yanılgılarını incelemiştir. Sonuçlara göre, öğrencilerin kesir sayılarına ve okunuşlarına uygun model çiziminde zorlandıkları, bütünü eş parçalara ayırmada ve kesir sembollerini tek sayı olarak algılamada sorun yaşadıkları belirlenmiştir. Öğrencilerin çoğu modele uygun kesir sayısı yazmada zorlanırken, kesir sayısına uygun modeli çizmede daha başarılı olmuşlardır. Ayrıca, bazı öğrenciler kesir sayılarının sadece bir okunuşunu gerçekleştirebilmişlerdir.

Pesen (2008) çalışmasında kesirlerin sayı doğrusundaki temsilinde öğrencilerin yaşadığı öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgılarını incelemiştir. Araştırma sonucunda, bazı öğrencilerin sayı doğrusu üzerindeki bir bütünü eş parçalara ayırmada, bazı öğrencilerin ise kesrin sembolik temsili olan a/b'yi sayı doğrusu üzerinde temsil etmede zorlandıkları tespit edilmiştir. Öğrencilerin yarısından çoğu sayı doğrusu üzerindeki belirlenen noktaya karşılık gelen kesri yazmada başarısız olmuştur.

Pitta-Pantazi ve arkadaşları (2004) çalışmalarında, ilköğretim öğrencilerinin kesirlere yönelik zihinsel temsillerini incelemişlerdir. Bulgular, yüksek ve düşük başarı düzeyindeki öğrenciler arasında farklı türde zihinsel temsillerin tanımlanabileceğini göstermiştir. Ayrıca, farklı biçimdeki uyaranların (görsel ve sözel) farklı türde zihinsel temsillere yol açabileceği sonucuna varılmıştır.

Divrik ve Pilten (2021) üçüncü sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki hatalarını birim kesir, sembol ve model bağlamında incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre, öğrencilerin birim kesri belirlemede, sembolik ve iki boyutlu gösterimleri okunuşlarını yazmada ve dönüştürmede çeşitli hatalar yaptıkları tespit edilmiştir. Wong ve Evans'un (2007) çalışmalarında, 3. 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin denk kesirlerin kavramsal anlamalarını araştırmışlardır. Çalışmada, kesirlerin parça-bütün ve ölçme anlamları kullanılarak, denk kesirlerin Lesh çoklu temsil dönüşüm modeli içinde yer alan yazılı semboller ve resim temsilleri (alan ve sayı doğrusu) arasındaki dönüşümleri incelenmiştir. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin çoğunun denk kesrin sembolik temsillerini alan temsiline dönüştürmede güçlük yaşadığı görülmüştür. Bununla birlikte bu dönüşümü başaran öğrencilerin, sayı doğrusu temsiline dönüşümde de başarı sergiledikleri belirlenmiştir.

Tunç-Pekkan (2015) çalışmasında dördüncü ve beşinci sınıf öğrencilerinin daire, dikdörtgen ve sayı doğrusu gibi farklı grafik temsiller içeren kesir problemlerindeki performanslarını ve aynı kesir kavramı için farklı temsiller arasındaki ilişkileri incelemiştir. Bulgular, öğrencilerin daire ve dikdörtgen temsilleri içeren ve parça-bütün anlamını gerektiren sorularda benzer performans sergilediğini; ancak sayı doğrusu temsillerinin olduğu problemlerde performanslarının önemli ölçüde düştüğünü göstermiştir.

Bright ve arkadaşları (1988) 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin kesirleri sayı doğrusu üzerinde temsil etme biçimlerini incelemiştir. Sonuçlar, öğrencilerin çoğunun kesirlerin büyüklüklerini göstermekte ve özellikle parçalamaya dayalı olarak sayı doğrusunu kullanmakta ciddi zorluklar yaşadığını ortaya koymuştur.

Kılıç ve Özdaş (2010), ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren problemlerin çözümlerinde ne tür temsiller kullandığını ve bu temsillerle ilgili sorunlar yaşayıp yaşamadıklarını incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre, öğrenciler problemlerin çözümlerinde konuşma dili, sembolik ve resimle (çizim ve şekil) temsilleri kullanmışlardır. Ancak bazı öğrencilerin gerçek yaşam durumları ve somut nesne temsillerini kullanmadığı belirlenmiştir. Probleme uygun bir temsili etkili bir şekilde oluşturamayan ve kullanamayan öğrencilerin başka temsilleri de etkili bir biçimde kullanamadıkları tespit edilmiştir. Başarı düzeyi yüksek ve orta olan öğrenciler, temsiller arasında geçiş yapabilmişler; ancak başarı düzeyi düşük olan öğrenciler temsilleri kullanmakta ve temsiller arasında geçiş yapmakta zorlanmışlardır. Şiap ve Duru (2004), beşinci sınıf öğrencilerinin kesir işlemlerinde geometrik modelleri kullanma becerilerini incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre, öğrencilerin kesir kavramını tam olarak anlamadığı, cebirsel işlem gerektiren sorularda geometrik modelleme gerektiren sorulara göre daha başarılı olduğu, farklı paydalara sahip sorularda geometrik modelleme becerisinde zorlandıkları ve başarı sağlayamadıkları belirlenmiştir.

Şiap ve Duru (2004) beşinci sınıf öğrencilerinin kesir işlemlerinde geometrik modelleri kullanma becerilerini incelemiştir. Araştırma sonuçlarına göre, öğrencilerin kesir kavramını tam olarak anlamadığı, cebirsel işlem gerektiren sorularda geometrik modelleme gerektiren sorulara göre daha başarılı olduğu, farklı paydalara sahip sorularda geometrik modelleme becerisinde zorlandıkları ve başarı sağlayamadıkları belirlenmiştir.

Niemi (1996) çalışmasında ilköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde işlem yapma, kesirleri sıralama ve denklik konularında farklı temsil türlerini (alan, küme, uzunluk ve sayı doğrusu) kapsayacak şekilde genel başarı durumlarını incelemiştir. Bu çalışma kapsamında öğrencilere ön test uygulanmış, ardından 3 hafta boyunca kesirler konusunda eğitim verilmiş ve son test uygulanmıştır. Araştırmanın sonucunda, verilen eğitimle birlikte kavram yanılgılarının azaldığı ancak öğrencilerin kesirleri anlamayı ölçen karmaşık durumlarda hala zorlandıkları görülmüştür. Sayı doğrusu temsili kullanarak eğitim alan öğrencilerin, kesir kavramlarını anlamada alan, uzunluk ve küme temsili kullanarak eğitim alan öğrencilerden daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Ayrıca, kesir kavramının matematik derslerinde daha fazla işlenmesi gerektiği vurgulanmıştır.

Tabak ve arkadaşları (2010) çalışmalarında 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde kesirler konusunda modelleme becerilerini incelemişlerdir. Çalışmanın sonucunda, öğrencilerin sayı doğrusu, alan ve küme modellerini kullanarak kesir yazma becerileri incelenmiş ve sayı doğrusu modelinde düşük, alan ve küme modellerinde ise yüksek başarı gösterdikleri belirlenmiştir. Öğrencilerin alan ve küme modellerinde kesirleri yazmada yüksek başarı sağladıkları, ancak alan modelinde çeşitli geometrik şekiller (kare, dikdörtgen, daire ve paralel kenar) kullanmada başarılı oldukları, üçgen ve dik yamuk geometrik şekillerinde ise başarısız oldukları görülmüştür. Ayrıca, kesir problemlerini model kullanarak çözme becerilerinin düşük olduğu sonucuna ulaşılmıştır.

Ersoy ve Ardahan (2003) çalışmalarında öğrencilerin birim kesir kavramını tam olarak kavrayamadıklarını tespit etmişlerdir. Çalışmanın sonuçları, öğrencilerin kesirlerde toplama ve çıkarma işlemlerini sayı doğrusu üzerinde ifade edemediklerini, ondalık kesirlerde basamak değerlerini anlamakta zorlandıklarını ve ondalık kesirlerde denklik kavramını açıklayamadıklarını göstermiştir.

Ni (2001) araştırmasında ilköğretim 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayıların anlamlarını (parça-bütün ve ölçme) grafiksel temsillerle nasıl yapılandırdıklarını incelemiştir. Bu çalışmada, öğrencilerin denk kesirlerin sembolik temsillerini farklı kesir modelleriyle (alan, küme, uzunluk ve sayı doğrusu) ilişkilendirme becerilerini ölçmek için "Temsilsel Akıcılık Testi" kullanılmıştır. Araştırma bulgularına göre, beşinci sınıf öğrencileri denk kesirleri temsil etmede düşük performans sergilerken, alan temsillerinde daha başarılıdırlar. Altıncı sınıf öğrencileri ise parça-bütün anlamında başarılı olup, ölçme anlamında zorlanmaktadırlar. Çalışma, çarpımsal ilişkilerin kavranmasının denk kesir kavramını öğrenmede kritik olduğunu ve kesirlerin denk ve sade formlarının parça-bütün ve ölçme anlamlarında paralel gelişim göstermediğini; parça-bütün anlamının ölçme anlamına göre daha erken kazanıldığını ortaya koymuştur.

Kurt (2006) çalışmasında 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki farklı temsil biçimleri arasında dönüşüm yapabilme becerilerini araştırmıştır. Araştırmanın sonuçları, öğrencilerin sayı doğrusu ve bileşik kesirleri alan modelleriyle dönüştürmede en sık hata yaptıklarını ve genel olarak kesirler konusunda dönüşüm becerilerinin düşük olduğunu ortaya koymuştur.

Uslu (2006) araştırmasında, 5., 8. ve 10. sınıf öğrencilerinin matematiğin belirli temel kavramlarındaki eksiklik ve hatalı öğrenmelerini tespit etmek ve bu grupları karşılaştırmak amaçlanmıştır. Çalışmanın sonuçlarına göre, 5. ve 8. sınıf öğrencilerinin %27'si ve 10. sınıf öğrencilerinin %25,1'i bileşik kesirleri sözel olarak ifade etmekte başarısız olmuşlardır. Ayrıca, 5. ve 8. sınıf öğrencilerinin %55,5'i ve 10. sınıf öğrencilerinin %47,5'i kesirleri modelle gösterme konusunda zorluk yaşamış ve çeşitli yanlış anlamalara sahip oldukları belirlenmiştir. Birim kesir kavramını anlamada ise, 5. ve 8. sınıf öğrencilerinin %84'ü ve 10. sınıf öğrencilerinin %81,8'i başarısız olmuştur.

Gürbüz ve Birgin (2008) araştırmalarında, 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayıların cebirsel, geometrik ve sayı doğrusu gösterimlerini kullanarak işlem yapma becerilerini karşılaştırmışlardır. Çalışmanın sonuçları, öğrencilerin kavramları kural temelli öğrendiklerini ve kavramsal bir öğrenme gerçekleşmediğini göstermiştir. Öğrencilerin cebirsel gösterim biçimini kullanarak işlem yapma becerileri diğer gösterim biçimlerine kıyasla daha iyi olmasına rağmen, genel olarak rasyonel sayıların cebirsel gösterimlerini kullanmada dahi yüksek bir performans gösteremedikleri belirlenmiştir.

Yanik ve Bağdat (2016) çalışmalarında ortaokul öğrencilerinin basit kesirleri alan ve sayı doğrusu temsilleriyle nasıl ve ne ölçüde temsil ettiklerini incelemişlerdir. Araştırmanın sonuçlarına göre, öğrencilerin çoğunluğu basit kesirleri alan temsili kullanarak gösterebilirken, sayı doğrusu temsili kullanmada büyük bir kısmının başarısız olduğu görülmüştür. Sonuç olarak, ortaokul öğrencilerinin sayı doğrusu temsili kullanmada, alan temsiline göre daha çok zorlandıkları ortaya konmuştur.

Yıldız (2016) çalışmasında 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda sözel, sembolik ve görsel dili kullanma düzeylerini incelemiştir. Araştırma bulguları, öğrencilerin kesirler konusunda matematiksel dilin alt boyutları olan sözel, sembolik ve görsel dili kısmen doğru kullandıklarını, ancak modellemede oldukça yetersiz olduklarını göstermektedir. Görsel dili kullanmada sembolik dile göre daha etkin oldukları tespit edilmiştir. Ayrıca, matematiksel dili anlama ve kullanma düzeyi ile matematik başarısı arasında yüksek bir korelasyon olduğu belirlenmiş ve matematiksel dili doğru kullanabilen öğrencilerin matematik başarılarının da arttığı sonucuna ulaşılmıştır.

Doğan-Temur (2011) çalışmasında, dördüncü ve beşinci sınıf öğretmenlerinin kesir öğretimine ilişkin görüşlerini ve deneyimlerini incelemiştir. Sonuçlara göre, öğretmenlerin tamamı kesir öğretiminde öncelikli olarak alan modellerini kullandıklarını belirtmişlerdir.

Toptaş ve ark. (2017) çalışmasında, sınıf öğretmenlerinin kesirlerin farklı anlamları ve modelleri konusundaki bilgi ve görüşlerini incelemişlerdir. Araştırmanın bulgularına göre, öğretmenlerin çoğunluğu kesirlerin farklı modelleri hakkında yeterli bilgiye sahip değildir ve bu modelleri göstermede yetersiz kalmaktadır.

Şen (2021) çalışmasında, bir ortaokul öğretmeninin 5. sınıf kesirler konusundaki öğretme bilgisini değerlendirmiştir. Araştırma sonuçları, öğretmenin sadece parça-bütün anlamına odaklandığını ve öğretimde de sadece bu anlamı kullanarak alan/bölge modelini tercih ettiğini göstermektedir. Öğretmen, somut kesir materyalleri kullanmamış ve kesir modelleri hakkında yeterli bilgiye sahip olmadığı tespit edilmiştir. Bununla birlikte öğretmenin kesir modellerine ilişkin yetersiz alan bilgisine sahip olduğu tespit edilmiştir.

Yavuz-Mumcu (2018) çalışmasında, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesir işlemlerinde model kullanma performanslarını değerlendirmiştir. Araştırma bulguları, öğretmen adaylarının alan modellerini toplama, çıkarma ve çarpma işlemlerinde başarıyla kullanırken, bölme işleminde zorlandıklarını ortaya koymuştur. Ayrıca, küme ve sayı doğrusu modellerini genel olarak kullanabilmelerine rağmen, özellikle çarpma ve bölme işlemlerinde bu modelleri kullanmada güçlük çektikleri belirlenmiştir. Öğretmen adaylarının, kesir işlemlerinde algoritmaları ve kesirlerin gösteriminde bütün ile kesir parçalarının ilişkisini model kullanarak ifade etmede zorlandıkları, toplama ve çıkarma işlemlerinde alan, sayı doğrusu ve küme modellerini başarıyla kullanabildikleri, ancak çarpma ve bölme işlemlerinde bu modelleri kullanmakta güçlük çektikleri tespit edilmiştir.

Tuna ve arkadaşlarının (2013) çalışması, matematik öğretmeni adaylarının kesirlerle ilgili gerçek yaşam problemlerini çözmedeki matematiksel modelleme becerilerini değerlendirmiştir. Araştırma sonuçlarına göre, öğretmen adaylarının modelleme becerileri her problem için yeterli seviyede değildir. Adayların yaklaşık %60'ı, özellikle kalan verilip bütün istendiğinde modelleme yapmada yetersiz kalmıştır. Verilen oranların paydaları birbirinin katı olduğunda modelleme başarısı %70'e ulaşırken, paydalar birbirinin katı olmadığında başarı oranı %30'a düşmektedir.

Aksu ve Konyalıoğlu (2015) çalışmasında, sınıf öğretmeni adaylarının kesirler konusundaki pedagojik alan bilgilerini incelemişlerdir. Araştırma sonuçları, öğretmen adaylarının "öğrenciyi anlama" ve "gösterim temsilleri ve yöntemi" bilgisi açısından yeterli olmadıklarını, verilen soruların çözümüne uygun gösterim temsilleri ve model kullanımı konusunda büyük eksiklikleri olduğunu ortaya koymuştur.

Durmuş (2005) çalışmasında ilköğretim öğretmen adaylarının rasyonel sayıları anlama düzeylerini belirlemeye çalışmıştır. Matematik, fen bilgisi ve sınıf öğretmenliği anabilim dallarında öğrenim gören öğretmen adaylarıyla yapılan çalışmada, adaylara Rasyonel Sayıları Anlama Testi ve yarı yapılandırılmış mülakat formu uygulanmıştır. Elde edilen bulgular, öğretmen adaylarının kesirlerin parça-bütün, oran ve ölçme anlamlarını iyi bildiklerini, bölüm ve işlemci anlamlarını ise farkında olmadan kullandıklarını göstermiştir. Öğretmen adaylarının toplama ve çıkarma işlemlerini öğretirken bu anlamları "alan" modeliyle ilişkilendirdikleri, ancak "sayı doğrusu" temsilinde zorlandıkları tespit edilmiştir. Öğretmen adaylarının modelleri belirli bir seviyede kullanıp hemen kuralı verme veya bir iki örnek üzerinde durarak kuralı verme eğiliminde oldukları ortaya çıkmıştır.

Doğan-Temur (2011) çalışmasında sınıf öğretmenlerinin kesir öğretimine ilişkin görüşlerini ve bu konudaki deneyimlerini incelemiştir. Araştırmaya katılan altı sınıf öğretmeni, öğrencilerin kesirler konusunda en çok kesir sıralama, kesirleri sayı doğrusu üzerinde gösterme, kesir problemleri çözme, kesir okuma, kesir kuralları, kesirlerde denklik ve pay ile paydayı karıştırma gibi alanlarda hatalar yaptığını belirtmişlerdir. Öğretmenler, kesir öğretiminde kullanılan modelleri sıralarken, dört öğretmen hacim özelliğini esas alan modelleri ilk sırada kullanacağını, hepsi ise alan özelliğine dayalı modelleri ilk sıralarda kullandıklarını ifade etmişlerdir. Beş öğretmen uzunluk özelliğini esas alan modelleri ilk sıralarda kullanırken, bir öğretmen bu modelleri son sıralarda yer vermiştir. Öğretmenler, modelleri somuttan soyuta, bilinenden bilinmeyene, tecrübelerine göre ve kolaydan zora doğru bir sıralama ile kullandıklarını belirtmişlerdir. Elde edilen bulgular, öğretmenlerin kesir öğretimi ve kullanılan yöntemler konusunda bazı eksik ve yanlış bilgilere sahip olduklarını göstermiştir.

Yılmaz (2016) çalışmasında ortaokul matematik öğretmenlerinin çoklu temsilleri kullanarak kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerini öğretme yaklaşımlarını incelemiştir. Araştırmanın bulgularına göre, ortaokul matematik öğretmenlerinin kullandıkları temsillerin kurallarını bildikleri, ancak bu temsiller kullanılırken hangi matematiksel fikirlerin üzerinde durulması gerektiği ve bu fikirlerin nasıl aktarılması gerektiği konusunda yetersiz oldukları belirlenmiştir. Ayrıca, öğretmenlerin işlemlerin altında yatan anlamaları bilmedikleri ve nedenlerini açıklayamadıkları, matematiksel fikirleri veya işlemleri açıklamak için uygun temsili seçme konusunda dikkatli olmadıkları, temsillerin benzerlik ve farklılıklarına değinmedikleri ve temsiller arası esnek geçişlerde bulunmadıkları görülmüştür. Öğrencilerin genellemeye ulaşmasını sağlama konusunda başarısız oldukları, temsilleri kullanırken öğrencilerin kavram yanılgılarının farkında olmadıkları, ancak örnekleri iyi seçip sıralamada başarılı oldukları tespit edilmiştir.

Kuzu ve Çil (2021) tarafından yapılan çalışmada ise ilköğretim matematik ve sınıf öğretmeni adaylarının kesirler konusuna yönelik kazanım sınıflandırma ve problem kurma becerileri incelenmiş, ne tür hatalar yaptıkları araştırılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, bilişsel süreç boyutu açısından hem ilköğretim matematik hem de sınıf öğretmeni adaylarının anlamak ve uygulamak basamağındaki kazanımları sınıflandırırken birbiri ile karıştırdıkları ve düşük oranda doğru bir sınıflandırma yaptıkları görülmüştür. Bilgi boyutu açısından ise adayların kavramsal ve işlemsel bilgi basamağındaki kazanımları sınıflandırırken birbiri ile karıştırmadıkları ve orta oranda doğru bir sınıflandırma yaptıkları görülmüştür. Diğer taraftan, bu çalışmada hem ilköğretim matematik hem de sınıf öğretmeni adaylarının kazanımın bilgi ve bilişsel süreç boyutuna uygun problem kurabildikleri görülürken, kazanımları ve bu kazanımlara yönelik hazırlanan problemleri sınıflandırmada ise aynı performansı sergileyemedikleri dikkatleri çekmiştir. Adayların problem kurma sürecinde yaptıkları hatalar incelendiğinde ise hataların “kazanım dışı sorular“, “alan bilgisine yönelik sınırlılıklar”, “problem kurma becerisine yönelik sınırlılıklar” şeklinde üç kategori altında toplandığı görülmüştür. Adayların problem kurma sürecinde kazanımın eğitsel amacına ve ifadesine dikkat ederek, bilgi ve bilişsel süreç açısından ölçülmek istenilen davranışa uygun problem kurulmasının öğrenme ve öğretme sürecinde oldukça önemli olduğu belirtilmiştir. Ayrıca, Parça-bütün ilişkisi gibi önemli bir kavramsal ifadeyi içeren, günlük yaşam problemlerinde sıklıkla kullanılabilen ancak öğrenilmesi güç konulardan biri olan kesirlerle işlemler konusu için kazanıma yönelik uygun soruların hazırlanabilmesi öğrencilerdeki bilişsel düzeylerin gelişmesine, daha etkili ve kalıcı öğrenme ortamının oluşmasına yardımcı olacağına vurgu yapılmıştır (Kuzu ve Çil, 2021).

Ortaokul matematik dersi öğretim programında kazandırılması öngörülen temel beceriler arasında bulunan çoklu temsiller ve çoklu temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterliklerinin öğrencilere kazandırılması ve kazandırılmasında kullanılacak yöntemler matematik öğretimi açısından önemlidir. Literatürde çoklu temsiller ve çoklu temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterlik düzeyini belirlemeyi amaçlayan çeşitli çalışmalar yapıldığı tespit edilmiştir. Ancak yapılan çalışmalar sayıca yetersiz bulunmuştur. Bu yetersizliği bir nebze giderebilmek amacıyla yapılan bu çalışmada kesirler konusuna yönelik çoklu temsiller arası dönüşüm yeterlikleri ele alınarak titizlikle incelenmiştir.

# 3. MATERYAL VE METOT

Bu bölümde, araştırmanın materyali ve metodu ile ilgili bilgiler sunulmuştur.

## 3.1. Materyal

Bu çalışmada, ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm yeterlik düzeylerinin incelenmesi amacıyla bu tez çalışması kapsamında hazırlanan “Kesirlere Yönelik Temsil Dönüşüm Testi” kullanılmıştır. Bu bölümde veri toplama aracı olarak kullanılan teste ilişkin bilgiler sunulmuştur.

### 3.1.1. Kesirlere Yönelik Temsil Dönüşüm Testi

Bu araştırma kapsamında ortaokul öğrencilerinin kesirlere yönelik temsiller arası dönüşüm süreci yeterliklerinin incelenmesi amacıyla toplam altı açık uçlu sorudan oluşan “Kesirlere Yönelik Temsil Dönüşüm Testi” hazırlanmıştır (Ek-1). Bu testteki her bir sorunun hazırlanış sürecinde Lesh ve ark. (1983) tarafından belirlenen sınıflama temel alınmış ve gerçek yaşam durumları, resimler, yazılı semboller, konuşma dili ve manipülatifer, şeklindeki temsillerden yararlanılmıştır. Bu doğrultuda, araştırma kapsamında gerçek yaşam durumları “Gerçek Yaşam (GY)” temsili ile, resimler “Görsel/Sayı Doğrusu (GSD)” ve “Görsel/Model (GM)” temsilleri ile, yazılı semboller “Sembolik (S)” temsil ile, konuşma dili “Dilbilimsel (D)” temsil ile ve manipülatifler ise “Manipülatif (M)” temsili ile gösterilmiştir. Bu temsil türlerinin her biri için birer açık uçlu soru hazırlanmış ve araştırma kapsamında temsiller arası dönüşüm süreci inceleneceğinden bu altı soru birbirinden farklı dört alt soru içermiştir. Böylece, toplam 24 soru ile ortaokul öğrencilerinin kesirlere yönelik temsil dönüşüm süreci yeterlikleri araştırılmıştır. İlgili problemin ifadesi girdi temsili, çözümü ise çıktı temsili olarak nitelendirilmiş ve büyük harfler girdi temsiline, küçük harfler ise çıktı temsiline karşılık gelmiştir. Örneğin, GYd biçiminde gösterilen bir soru, gerçek yaşam temsili ile hazırlanan ve dilbilimsel temsil ile de yanıtlanması gereken bir soru olarak ifade edilmiştir. Kesirlere yönelik temsil dönüşüm testinin soru dağılımı Tablo 3.1’de sunulmuştur.

**Tablo 3.1.** Kesirlere yönelik temsil dönüşüm testinin soru dağılımı

| Girdi | Gerçek Yaşam (GY) | | | | Görsel/Sayı Doğrusu (GSD) | | | | Görsel/Model (GM) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Çıktı | s | gm | d | m | s | d | gy | m | s | d | m | gy |
| Girdi | S (Sembolik) | | | | D (Dilbilimsel) | | | | M (Manipülatif) | | | |
| Çıktı | m | gsd | d | gy | s | gsd | m | gy | s | gy | gsd | d |

GY/gy: Gerçek yaşam; GSD/gsd: Görsel/Sayı doğrusu; GM/gm: Görsel/Model; S/s: Sembolik; D/d: Dilbilimsel, M/m: Manipülatif

## 3.2. Metot

Bu bölümde araştırmanın modeli, araştırmanın katılımcıları, veri toplama süreci ve verilerin analizi ile ilgili bilgiler sunulmuştur.

### 3.2.1. Araştırmanın Modeli

Ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm sürecine ilişkin yeterlik düzeylerinin incelendiği bu çalışmada, verilerin niteliği, veri toplama süreci ve verilerin analizi dikkate alındığında nicel araştırma yaklaşımı benimsenmiş olup betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Nicel araştırma, temel olarak matematik temellere dayalı teknikler kullanarak değişkenler arasındaki ilişkileri çeşitli istatistikler ve sayısal verilerle açıklayan bir araştırma yaklaşımıdır (Patton, 2005). Tarama modelleri ise, bir konu üzerinde mevcut olan görüşleri, ilgileri, becerileri ve tutumları belirlemeyi amaçlayan bir modeldir ve bu model kullanılarak birden fazla değişken arasındaki değişimin varlığı, yönü ve derecesi belirlenmektedir (Büyüköztürk ve ark., 2023; Fraenkel ve ark., 2012).

### 3.2.2. Çalışma Grubu

Araştırmanın çalışma grubunu 2022-2023 eğitim öğretim yılı Aksaray İl Milli Eğitim Müdürlüğü'ne bağlı bir devlet okulunda öğrenim görmekte olan ortaokul öğrencileri oluşturmaktadır. Araştırmaya gönüllülük esasına dayalı olarak her sınıf düzeyinden 14 katılımcı dahil edilmiş olup toplam 56 katılımcı ile araştırma yürütülmüştür. Araştırmaya ortaokulda farklı sınıf düzeylerinde öğrenim görmekte olan 32 kız, 24 erkek olmak üzere toplam 56 öğrenci katılmıştır. İlgili okulun seçiminde kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Kolay ulaşılabilir örnekleme yöntemi, ulaşılması hızlı ve kolay olan öğelerin seçildiği bir yöntemdir (Patton, 2005).

**Tablo 3.2.** Çalışma grubuna ilişkin cinsiyet ve sınıf düzeyi dağılımı

| Cinsiyet / Sınıf | 5. Sınıf | 6. Sınıf | 7. Sınıf | 8. Sınıf | Toplam |
|---|---|---|---|---|---|
| Kız | 8 | 10 | 9 | 5 | 32 |
| Erkek | 6 | 4 | 5 | 9 | 24 |
| Toplam | 14 | 14 | 14 | 14 | 56 |

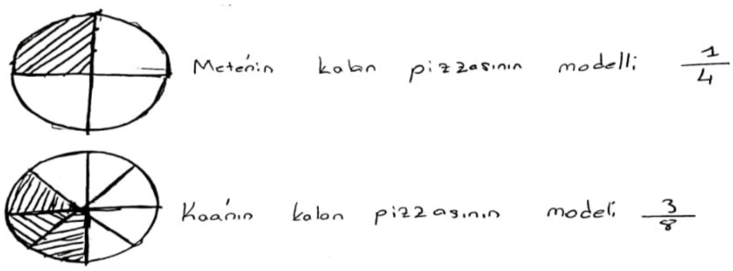
### 3.2.3. Verilerin Toplanması ve Analizi

Verilerin toplanması sürecinde, öncelikle bu tez araştırması kapsamında hazırlanan ölçme aracının ortaokul öğrencilerine uygulanabilmesi için için gerekli izin alınmıştır (Ek-2). Nihai uygulamadan önce, hazırlanan ölçme aracındaki soruların öğrenci seviyesine ve çalışmanın amacına uygunluğu, matematik eğitimi alanında uzman iki öğretim elemanı ve iki matematik öğretmeni tarafından incelenmiş ve testin kapsam geçerliğine sahip olduğu belirlenmiştir. Ayrıca, hazırlanan ölçme aracında yer alan soruların anlaşılırlığı ve cevaplanabilirliği için sekiz katılımcıdan görüş alınmış ve ölçme aracındaki sorularda herhangi bir sorun olmadığı görülmüştür. Araştırma 2022-2023 eğitim öğretim yılında yürütülmüş ve her bir sınıf düzeyine "Kesirlere Yönelik Temsil Dönüşüm Testi" iki ders saati olarak uygulanmıştır. Testin güvenirliğini belirlemek amacıyla cevap kâğıtları matematik eğitimi alanında uzman bir öğretim elemanı ile bir matematik öğretmeni tarafından birbirinden bağımsız olarak incelenmiş ve Krippendorff Alfa (α) istatistiği ile puanlayıcılar arası güvenirlik hesaplanmıştır. Krippendorff Alfa ($\alpha$) istatistiği, iki veya daha fazla puanlayıcı içeren ve herhangi büyüklükteki örneklemlere uygulanabilen bir güvenirlik tekniğidir ve şansla oluşan yüzdeyi hesaba katıp devre dışı bıraktığından daha güvenilir uyum derecesi verir (Krippendorff, 1995, 2004). İki puanlayıcı için $\alpha$ katsayısı

$$\begin{array}{c|cccccc|l}
 & 1 & . & k & . & . & & \\
\hline
1 & o_{11} & . & o_{11} & . & . & & n_1 \\
. & . & & . & & & & . \\
. & . & & . & & & & . \\
c & o_{c1} & & o_{ck} & . & . & & n_c = \sum_k o_{ck} \\
. & . & & . & & & & \\
\hline
 & n_1 & . & n_k & . & . & & n = \sum_c \sum_k o_{ck}
\end{array}$$

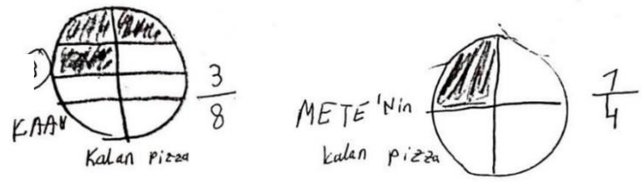
$$\alpha = 1 - \frac{D_o}{D_e} = \frac{(n-1)\sum_c o_{cc} - \sum_c n_c(n_c - 1)}{n(n-1) - \sum_c n_c(n_c - 1)}$$

şeklinde hesaplanır ve burada $D_o$ gözlenen uyumsuzluğu, $D_e$ ise şansa bağlı beklenen uyumsuzluğu ifade eder (Krippendorff, 2011). $\alpha$ katsayısının 1 olması puanlayıcılar arasında mükemmel uyumun olduğunu, 0 olması ise tam uyumsuzluğun olduğunu gösterir. $\alpha$ katsayısı 0.67 den düşük ise zayıf, 0.67 ile 0.80 arasında ise orta, 0.80 den yüksek ise puanlayıcılar arasında yüksek düzeyde uyumun olduğuna işaret eder (Krippendorff, 1995, 2004). Bu çalışmada her bir soru ayrı ayrı incelenmiş ve kavram, süreç ve yanıt doğru şekilde ise "2", kavram doğru ancak süreç ve/veya yanıt doğru değilse "1", kavram, süreç ve/veya yanıt yanlış ise "0" olarak kodlanmıştır. Örneğin, girdi temsil türü "Gerçek Yaşam" çıktı temsil türü ise "Görsel/Model" olan soruyu dikkate alalım. Bu soruya ilişkin 2 puan verilen doğru yanıt örneği Şekil 3.1.'de sunulmuştur.



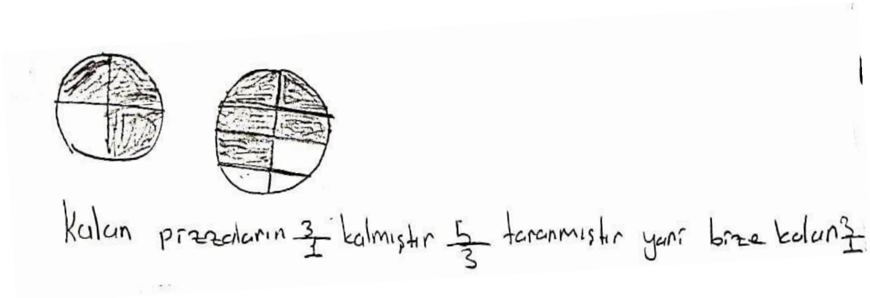

**Şekil 3.1.** GYgm sorusuna ilişkin doğru yanıt örneği

Öte yandan, kısmen doğru yanıt örneği için öğrencilerin bir bütünü eş parçalara ayırma noktasında eksikliklerinin olduğu, ancak geriye kalan pizzaya uygun kesrin (3/8) model üzerinde ne anlama geldiğini (8'te 3) bildiği görülmüş ve 1 puan verilerek değerlendirilmiştir. Kısmen doğru yanıt örneği Şekil 3.2.'de sunulmuştur.




**Şekil 3.2.** GYgm sorusuna ilişkin kısmen doğru yanıt örneği

Yanlış yanıt örneği için ise, öğrencilerin hem bir bütünü eş parçalara ayırma noktasında eksikliklerinin olduğu hem de geriye kalan pizzaya uygun kesrin (3/8) model üzerinde ne anlama geldiğini (8'te 3) bilmediği görülmüş ve 0 puan verilerek değerlendirilmiştir. Yanlış yanıt örneği Şekil 3.3.'te sunulmuştur.




**Şekil 3.3.** GYgm sorusuna ilişkin yanlış yanıt örneği

Araştırmaya katılan 56 katılımcı için her bir sorunun temsil türü açısından puanlayıcılar arası güvenirliği ayrı ayrı hesaplanmıştır. Örneğin girdi temsili gerçek yaşam, çıktı temsili ise dilbilimsel temsil olan (GYd) olan soruya ait iki puanlayıcı arasındaki güvenirliğin hesaplanması aşağıda verilmiştir:

$$\begin{array}{c|ccc|c} & 0 & 1 & 2 & \\ \hline 0 & o_{00} & o_{01} & o_{02} & n_0 \\ 1 & o_{10} & o_{11} & o_{12} & n_1 \\ 2 & o_{20} & o_{21} & o_{22} & n_2 \\ \hline & n_0 & n_1 & n_2 & n = 2N \end{array} \qquad \begin{array}{c|ccc|c} & 0 & 1 & 2 & \\ \hline 0 & 38 & 2 & 0 & 40 \\ 1 & 2 & 4 & 2 & 8 \\ 2 & 0 & 2 & 62 & 64 \\ \hline & 40 & 8 & 64 & 112 \end{array}$$

$$\alpha = 1 - \frac{D_o}{D_e} = \frac{(112-1)(38+4+62) - [40(40-1) + 8(8-1) + 64(64-1)]}{112(112-1) - [40(40-1) + 8(8-1) + 64(64-1)]} = 0{,}87$$

Her bir maddeye ve ölçme aracının geneline ait puanlayıcılar arası güvenirlik Krippendorff Alfa (α) istatistiği ile hesaplanmış ve elde edilen bulgular Tablo 3.4.'te ayrıntılı olarak hesaplanmıştır. İki puanlayıcının yaptığı bağımsız kodlama sonrasında, görüş farklılıkları olan maddeler için görüşülmüş ve ortak bir yargıda buluşulmuştur.

**Tablo 3.2.** Her bir soruya ait puanlayıcılar arası güvenirlik değerleri

| Soru | Gerçek Yaşam (GY) | | | | Görsel/Sayı Doğrusu (GSD) | | | | Görsel/Model (GM) | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Girdi/Çıktı | GYs | GYgm | GYd | GYm | GSDs | GSDd | GSDgy | GSDm | GMs | GMd | GMm | GMgy |
| $\alpha_{\text{soru}}$ | 0,92 | 0,88 | 0,87 | 0,85 | 0,82 | 0,82 | 0,87 | 0,81 | 0,79 | 0,85 | 0,85 | 0,84 |
| Soru | S (Sembolik) | | | | D (Dilbilimsel) | | | | M (Manipülatif) | | | |
| Girdi/Çıktı | Sm | Sgsd | Sd | Sgy | Ds | Dgsd | Dm | Dgy | Ms | Mgy | Mgsd | Md |
| $\alpha_{\text{soru}}$ | 0,86 | 0,82 | 0,85 | 0,85 | 0,90 | 0,91 | 0,92 | 0,93 | 0,79 | 0,80 | 0,82 | 0,81 |

$\alpha_{\text{test}}$: 0,86

Bu çalışmada elde edilen nicel veriler SPSS 25 programına aktarılmış ve adayların limit problemlerini yanıtlamaları yüzde ve frekans dağılımı ile araştırılmış, temsiller arası dönüşüm yeterlik düzeyleri toplam puan ortalamaları ile incelenmiştir. Yapılan analizler sonucunda elde edilen ortalama puanlar incelendiğinde, kavram, süreç ve cevap noktasında ortalama puanlar 2'ye yaklaştıkça öğrencilerin daha yetkin olduğu; 0'a yaklaştıkça ise eksikliklerinin daha çok olduğu söylenmektedir. Ortalama puanların 1 civarında olması durumunda ise kavramın doğru ancak süreç ve/veya cevap noktasında eksikliklerinin olduğu söylenmektedir. Ayrıca, Pearson Korelasyon testi yardımıyla ortaokul öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik temsil becerileri arasındaki ilişki girdi temsillerinden elde ettiği toplam puan ortalamaları üzerinden araştırılmıştır. Elde edilen korelasyon katsayısı (r), $r<0{,}20$ ise çok zayıf; $0{,}20 \leq r < 0{,}40$ ise zayıf; $0{,}40 \leq r < 0{,}60$ ise orta; $0{,}60 \leq r < 0{,}80$ ise yüksek; $0{,}80 \leq r \leq 1{,}00$ ise çok yüksek düzeyde ilişkinin olduğunu göstermektedir (Evans, 1996).

# 4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde, ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm yeterlik düzeylerine ilişkin bulgular araştırmanın alt problemleri doğrultusunda sunulmuştur. Bu bağlamda, ortaokul öğrencilerin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeyleri her bir sınıf düzeyinde yüzde, frekans ve ortalama puan üzerinden tablolar halinde sunulmuştur.

## 4.1. Ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin bulgular

Bu bölümde, ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin yüzde, frekans ve puan dağılımları her bir sınıf düzeyinde ayrı ayrı incelenmiş ve elde edilen bulgular sunulmuştur. Bu çalışmada her bir soru ayrı ayrı incelenmiş ve kavram, süreç ve yanıt doğru şekilde ise “2”, kavram doğru ancak süreç ve/veya yanıt doğru değilse “1”, kavram, süreç ve/veya yanıt yanlış ise “0” olarak kodlanmıştır.

Yapılan analizler sonucunda elde edilen ortalama puanlar incelendiğinde, kavram, süreç ve cevap noktasında ortalama puanlar 2’ye yaklaştıkça öğrencilerin daha yetkin olduğu; 0’a yaklaştıkça ise eksikliklerinin daha çok olduğu söylenmektedir. Ortalama puanların 1 civarında olması durumunda ise kavramın doğru ancak süreç ve/veya cevap noktasında eksikliklerinin olduğu söylenmektedir. Bu bağlamda, çalışmada elde edilen puanların yorumlanmasında, Kuzu (2021) tarafından yapılan çalışma dikkate alınmıştır. Buna göre, $0 \leq \bar{\chi} < 0{,}66$ arasında alınan ortalama puan için öğrencilerin kesir kavramına ve temsiller arası dönüşüm sürecine ilişkin ciddi eksikliklerinin olduğu belirtilmiştir. $0{,}66 \leq \bar{\chi} < 1{,}33$ arasında alınan ortalama puan için öğrencilerin kesir kavramını nispeten bildiği ancak temsiller arası dönüşüm sürecinde eksiklikler yaşadığı belirtilmiştir. $1{,}33 \leq \bar{\chi} < 2{,}00$ arasında alınan ortalama puan için ise öğrencilerin kesir kavramını nispeten bildiği ve temsiller arası dönüşüm sürecinde de nispeten yeterli olduğu sonucuna ulaşılmıştır. $\bar{\chi} = 2{,}00$ olması durumunda ise öğrencilerin tam anlamıyla kesir kavramını bildiği ve temsiller arası dönüşüm sürecine hakim olduğu belirtilmiştir.

### 4.1.1. Beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin bulgular

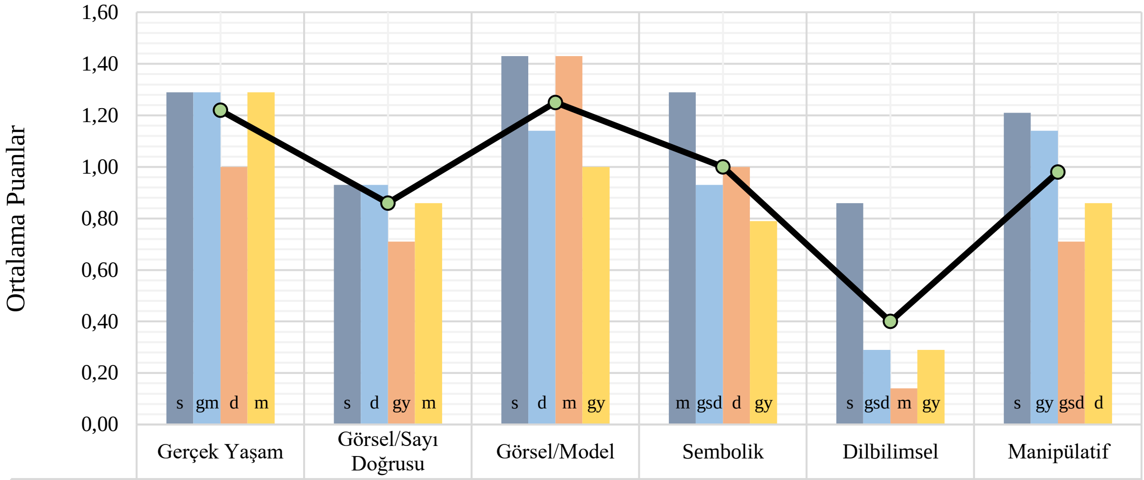
Bu bölümde, beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeyleri araştırılmış; yüzde, frekans ve puan dağılımları Tablo 4.1.'de sunulmuştur.

**Tablo 4.1.** Beşinci sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin yüzde, frekans ve puan dağılımı

| Soru | Girdi Temsili | Çıktı Temsili | 2 | 1 | 0 | $\bar{\chi}$ | Ss | $\bar{\chi}$ | Ss |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | GY | s | 9(%64) | 0(%0) | 5(%36) | 1,29 | 0,99 | 1,22 | 0,90 |
| | | gm | 8(%57) | 2(%14) | 4(%29) | 1,29 | 0,91 | | |
| | | d | 6(%43) | 2(%14) | 6(%43) | 1,00 | 0,96 | | |
| | | m | 9(%64) | 0(%0) | 5(%36) | 1,29 | 0,99 | | |
| 2 | GSD | s | 6(%43) | 1(%7) | 7(%50) | 0,93 | 1,00 | 0,86 | 0,92 |
| | | d | 6(%43) | 1(%7) | 7(%50) | 0,93 | 1,00 | | |
| | | gy | 3(%21) | 4(%29) | 7(%50) | 0,71 | 0,83 | | |
| | | m | 5(%36) | 2(%14) | 7(%50) | 0,86 | 0,95 | | |
| 3 | GM | s | 10(%71) | 0(%0) | 4(%29) | 1,43 | 0,94 | 1,25 | 0,87 |
| | | d | 8(%57) | 0(%0) | 6(%43) | 1,14 | 1,03 | | |
| | | m | 10(%71) | 0(%0) | 4(%29) | 1,43 | 0,94 | | |
| | | gy | 7(%50) | 0(%0) | 7(%50) | 1,00 | 1,04 | | |
| 4 | S | m | 8(%57) | 2(%14) | 4(%29) | 1,29 | 0,91 | 1,00 | 0,83 |
| | | gsd | 5(%36) | 3(%21) | 6(%43) | 0,93 | 0,92 | | |
| | | d | 7(%50) | 0(%0) | 7(%50) | 1,00 | 1,04 | | |
| | | gy | 3(%21) | 5(%36) | 6(%43) | 0,79 | 0,80 | | |
| 5 | D | s | 6(%43) | 0(%0) | 8(%57) | 0,86 | 1,03 | 0,40 | 0,59 |
| | | gsd | 1(%7) | 2(%14) | 11(%79) | 0,29 | 0,61 | | |
| | | m | 1(%7) | 0(%0) | 13(%93) | 0,14 | 0,53 | | |
| | | gy | 1(%7) | 2(%14) | 11(%79) | 0,29 | 0,61 | | |
| 6 | M | s | 7(%50) | 3(%21) | 4(%29) | 1,21 | 0,89 | 0,98 | 0,88 |
| | | gy | 8(%57) | 0(%0) | 6(%43) | 1,14 | 1,03 | | |
| | | gsd | 5(%36) | 0(%0) | 9(%64) | 0,71 | 0,99 | | |
| | | d | 6(%43) | 0(%0) | 8(%57) | 0,86 | 1,03 | | |

GY/gy: Gerçek yaşam; GSD/gsd: Görsel/Sayı doğrusu; GM/gm: Görsel/Model; S/s: Sembolik; D/d: Dilbilimsel, M/m: Manipülatif

Tablo 4.1. incelendiğinde, beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik temsiller arası dönüşüm süreci yeterliklerine ilişkin en yüksek performansları girdi temsil türü GM olan sorularda ($\bar{\chi}_{\text{GM}} = 1{,}25$) ve GY olan sorularda ($\bar{\chi}_{\text{GY}} = 1{,}22$) gösterdikleri görülmüştür. En düşük performansın ise girdi temsil türü girdi temsil türü D olan sorularda ($\bar{\chi}_{\text{D}} = 0{,}40$) olduğu ortaya çıkmıştır. Ayrıca girdi ve çıktı temsil türü açısından incelendiğinde, beşinci sınıf öğrencilerinin en yüksek performansları GMs ($\bar{\chi}_{\text{GMs}} = 1{,}43$), GMm ($\bar{\chi}_{\text{GMm}} = 1{,}43$) sorularında ve GYs ($\bar{\chi}_{\text{GYs}} = 1{,}29$), GYgm ($\bar{\chi}_{\text{GYgm}} = 1{,}29$), GYm ($\bar{\chi}_{\text{GYm}} = 1{,}29$) sorularında gösterdiği ortaya çıkmıştır. Öte yandan, öğrenciler en düşük performansı, girdi temsil türü D olan sorularda ($\bar{\chi}_{\text{D}} = 0{,}40$) göstermiştir. Ayrıca girdi ve çıktı temsil türü açısından beşinci sınıf öğrencilerinin en düşük performansları Dgsd ($\bar{\chi}_{\text{Dgsd}} = 0{,}29$), Dgy ($\bar{\chi}_{\text{Dgy}} = 0{,}29$) ve Dm ($\bar{\chi}_{\text{Dm}} = 0{,}14$) sorularında gösterdiği ortaya çıkmıştır. Beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin sütun-çizgi grafiği Şekil 4.1.'de sunulmuştur.

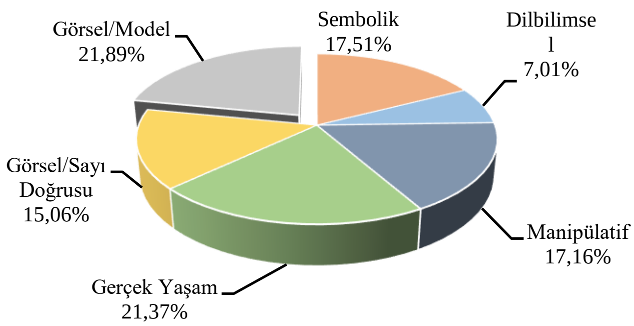



| | Gerçek Yaşam | Görsel/Sayı Doğrusu | Görsel/Model | Sembolik | Dilbilimsel | Manipülatif |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Çıktı1 | 1,29 | 0,93 | 1,43 | 1,29 | 0,86 | 1,21 |
| Çıktı2 | 1,29 | 0,93 | 1,14 | 0,93 | 0,29 | 1,14 |
| Çıktı3 | 1,00 | 0,71 | 1,43 | 1,00 | 0,14 | 0,71 |
| Çıktı4 | 1,29 | 0,86 | 1,00 | 0,79 | 0,29 | 0,86 |
| X | 1,22 | 0,86 | 1,25 | 1,00 | 0,40 | 0,98 |

GY/gy: Gerçek yaşam; GSD/gsd: Görsel/Sayı doğrusu; GM/gm: Görsel/Model; S/s: Sembolik; D/d: Dilbilimsel; M/m: Manipülatif; X: Girdi temsiline göre ortalama puan

**Şekil 4.1.** Beşinci sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin sütun-çizgi grafiği

Şekil 4.1.'de de görüldüğü üzere, beşinci sınıf öğrencilerin genel performansları incelendiğinde, girdi temsil türü GY, GSD, GM, S ve M olan bütün sorularda öğrenciler kavramı doğru anlamlandırsa da süreç ve/veya yanıt noktasında eksikliklere sahip olduğu; girdi temsil türü D olan sorularda ise hem kavram hem süreç hem de cevap noktasında eksikliklerinin daha çok olduğu söylenebilir. Beşinci sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterliklerine sahip olma yüzdelerine ilişkin pasta grafiği Şekil 4.2.'de sunulmuştur.




**Şekil 4.2.** Beşinci sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterliklerine sahip olma yüzdelerine ilişkin pasta grafiği

### 4.1.2. Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin bulgular

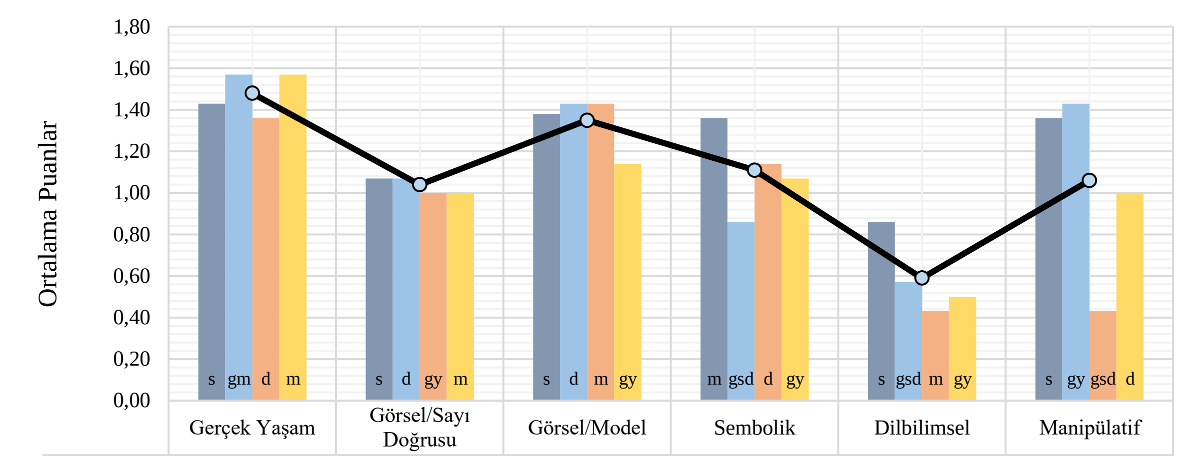
Bu bölümde altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeyleri araştırılmış; yüzde, frekans ve puan dağılımları Tablo 4.2.'de sunulmuştur.

**Tablo 4.2.** Altıncı sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin yüzde, frekans ve puan dağılımı

| Soru | Girdi Temsili | Çıktı Temsili | 2 | 1 | 0 | $\bar{\chi}$ | Ss | $\bar{\chi}$ | Ss |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | GY | s | 10(%71) | 0(%0) | 4(%29) | 1,43 | 0,94 | 1,48 | 0,83 |
| | | gm | 11(%79) | 0(%0) | 3(%21) | 1,57 | 0,85 | | |
| | | d | 9(%64) | 1(%7) | 4(%29) | 1,36 | 0,93 | | |
| | | m | 10(%71) | 2(%14) | 2(%14) | 1,57 | 0,76 | | |
| 2 | GSD | s | 6(%43) | 3(%21) | 5(%36) | 1,07 | 0,92 | 1,04 | 0,90 |
| | | d | 6(%43) | 3(%21) | 5(%36) | 1,07 | 0,92 | | |
| | | gy | 5(%36) | 4(%29) | 5(%36) | 1,00 | 0,88 | | |
| | | m | 6(%43) | 2(%14) | 6(%43) | 1,00 | 0,96 | | |
| 3 | GM | s | 9(%64) | 0(%0) | 4(%31) | 1,38 | 5,59 | 1,35 | 1,76 |
| | | d | 10(%71) | 0(%0) | 4(%29) | 1,43 | 0,94 | | |
| | | m | 10(%71) | 0(%0) | 4(%29) | 1,43 | 0,94 | | |
| | | gy | 8(%57) | 0(%0) | 6(%43) | 1,14 | 1,03 | | |
| 4 | S | m | 8(%57) | 3(%21) | 3(%21) | 1,36 | 0,84 | 1,11 | 0,80 |
| | | gsd | 5(%36) | 2(%14) | 7(%50) | 0,86 | 0,95 | | |
| | | d | 8(%57) | 0(%0) | 6(%43) | 1,14 | 1,03 | | |
| | | gy | 5(%36) | 5(%36) | 4(%29) | 1,07 | 0,83 | | |
| 5 | D | s | 6(%43) | 0(%0) | 8(%57) | 0,86 | 1,03 | 0,59 | 0,71 |
| | | gsd | 3(%21) | 2(%14) | 9(%64) | 0,57 | 0,85 | | |
| | | m | 3(%21) | 0(%0) | 11(%79) | 0,43 | 0,85 | | |
| | | gy | 2(%14) | 3(%21) | 9(%64) | 0,50 | 0,76 | | |
| 6 | M | s | 8(%57) | 3(%21) | 3(%21) | 1,36 | 0,84 | 1,06 | 0,70 |
| | | gy | 9(%64) | 2(%14) | 3(%21) | 1,43 | 0,85 | | |
| | | gsd | 2(%14) | 2(%14) | 10(%71) | 0,43 | 0,76 | | |
| | | d | 7(%50) | 0(%0) | 7(%50) | 1,00 | 1,04 | | |

GY/gy: Gerçek yaşam; GSD/gsd: Görsel/Sayı doğrusu; GM/gm: Görsel/Model; S/s: Sembolik; D/d: Dilbilimsel; M/m: Manipülatif

Tablo 4.2. incelendiğinde, altıncı sınıf öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik temsiller arası dönüşüm süreci yeterliklerine ilişkin en yüksek performansları girdi temsil türü GY olan sorularda ($\bar{\chi}_{\mathrm{GY}} = 1{,}48$) ve GM olan sorularda ($\bar{\chi}_{\mathrm{GM}} = 1{,}35$) gösterdikleri görülmüştür. Ayrıca girdi ve çıktı temsil türü açısından incelendiğinde, altıncı sınıf öğrencilerinin en yüksek performansları GYgm ($\bar{\chi}_{\mathrm{GYgm}} = 1{,}57$), GYm ($\bar{\chi}_{\mathrm{GYm}} = 1{,}57$), GYs ($\bar{\chi}_{\mathrm{GYs}} = 1{,}43$), GYd ($\bar{\chi}_{\mathrm{GYd}} = 1{,}36$) sorularında; GMd ($\bar{\chi}_{\mathrm{GMd}} = 1{,}43$), GMm ($\bar{\chi}_{\mathrm{GMm}} = 1{,}43$), GMs ($\bar{\chi}_{\mathrm{GMs}} = 1{,}38$) sorularında ve Mgy ($\bar{\chi}_{\mathrm{Mgy}} = 1{,}43$), Ms ($\bar{\chi}_{\mathrm{Ms}} = 1{,}36$) sorularında gösterdiği ortaya çıkmıştır. Öte yandan, öğrenciler en düşük performansı, girdi temsil türü D olan sorularda ($\bar{\chi}_{\mathrm{D}} = 0{,}59$) göstermiştir. Ayrıca girdi ve çıktı temsil türü açısından altıncı sınıf öğrencilerinin en düşük performansı Dgsd ($\bar{\chi}_{\mathrm{Dgsd}} = 0{,}57$), Dgy ($\bar{\chi}_{\mathrm{Dgy}} = 0{,}50$), Dm ($\bar{\chi}_{\mathrm{Dm}} = 0{,}43$), Mgsd ($\bar{\chi}_{\mathrm{Mgsd}} = 0{,}43$) sorularında gösterdiği ortaya çıkmıştır. Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin sütun-çizgi grafiği Şekil 4.3.'te sunulmuştur.

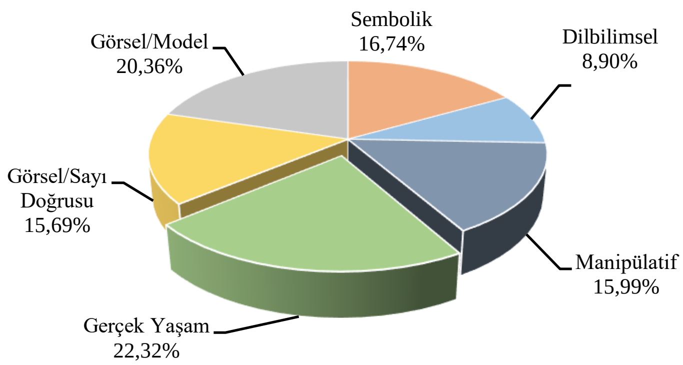



| | Gerçek Yaşam | Görsel/Sayı Doğrusu | Görsel/Model | Sembolik | Dilbilimsel | Manipülatif |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Çıktı1 | 1,43 | 1,07 | 1,38 | 1,36 | 0,86 | 1,36 |
| Çıktı2 | 1,57 | 1,07 | 1,43 | 0,86 | 0,57 | 1,43 |
| Çıktı3 | 1,36 | 1,00 | 1,43 | 1,14 | 0,43 | 0,43 |
| Çıktı4 | 1,57 | 1,00 | 1,14 | 1,07 | 0,50 | 1,00 |
| X | 1,48 | 1,04 | 1,35 | 1,11 | 0,59 | 1,06 |

GY/gy: Gerçek yaşam; GSD/gsd: Görsel/Sayı doğrusu; GM/gm: Görsel/Model; S/s: Sembolik; D/d: Dilbilimsel; M/m: Manipülatif; X: Girdi temsiline göre ortalama puan

**Şekil 4.3.** Altıncı sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin sütun-çizgi grafiği

Şekil 4.3.'te de görüldüğü üzere, altıncı sınıf öğrencilerin genel performansları incelendiğinde, girdi temsil türü GY olan sorularda öğrencilerin diğer sorulara oranla kavramı doğru anlamlandırdığı ve temsiller arası dönüşüm sürecine hâkim olduğu söylenebilir. Öte yandan, GSD, GM, S ve M olan bütün sorularda öğrenciler kavramı doğru anlamlandırsa da süreç ve/veya yanıt noktasında eksikliklere sahip olduğu; girdi temsil türü D olan sorularda ise hem kavram hem süreç hem de cevap noktasında eksikliklerinin daha çok olduğu söylenebilir. Altıncı sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm yeterliklerine sahip olma yüzdelerine ilişkin pasta grafiği Şekil 4.4.'te sunulmuştur.




**Şekil 4.4.** Altıncı sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterliklerine sahip olma yüzdelerine ilişkin pasta grafiği

### 4.1.3. Yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin bulgular

Bu bölümde yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeyleri araştırılmış; yüzde, frekans ve puan dağılımları Tablo 4.3.'te sunulmuştur.

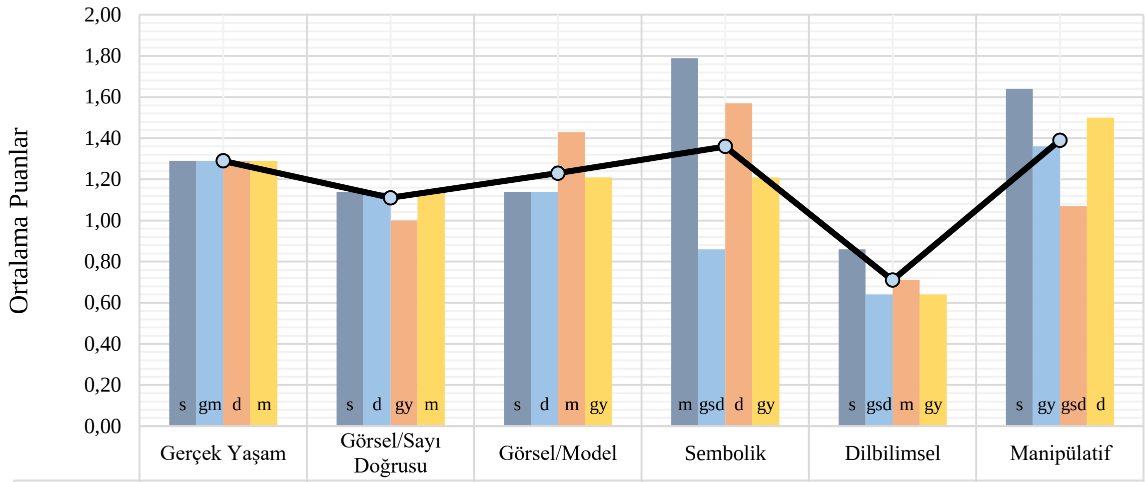
**Tablo 4.3.** Yedinci sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin yüzde, frekans ve puan dağılımı

| Soru | Girdi Temsili | Çıktı Temsili | 2 | 1 | 0 | $\bar{X}$ | Ss | $\bar{X}$ | Ss |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | GY | s | 9(%64) | 0(%0) | 5(%36) | 1,29 | 0,99 | 1,29 | 0,94 |
| | | gm | 9(%64) | 0(%0) | 5(%36) | 1,29 | 0,99 | | |
| | | d | 9(%64) | 0(%0) | 5(%36) | 1,29 | 0,99 | | |
| | | m | 9(%64) | 0(%0) | 5(%36) | 1,29 | 0,99 | | |
| 2 | GSD | s | 8(%57) | 0(%0) | 6(%43) | 1,14 | 1,03 | 1,11 | 1,00 |
| | | d | 8(%57) | 0(%0) | 6(%43) | 1,14 | 1,03 | | |
| | | gy | 6(%43) | 2(%14) | 6(%43) | 1,00 | 0,96 | | |
| | | m | 8(%57) | 0(%0) | 6(%43) | 1,14 | 1,03 | | |
| 3 | GM | s | 8(%57) | 0(%0) | 6(%43) | 1,14 | 1,03 | 1,23 | 0,93 |
| | | d | 8(%57) | 0(%0) | 6(%43) | 1,14 | 1,03 | | |
| | | m | 10(%71) | 0(%0) | 4(%29) | 1,43 | 0,94 | | |
| | | gy | 8(%57) | 1(%7) | 5(%36) | 1,21 | 0,97 | | |
| 4 | S | m | 11(%79) | 3(%21) | 0(%0) | 1,79 | 0,43 | 1,36 | 0,59 |
| | | gsd | 6(%43) | 0(%0) | 8(%57) | 0,86 | 1,03 | | |
| | | d | 11(%79) | 0(%0) | 3(%21) | 1,57 | 0,85 | | |
| | | gy | 5(%36) | 7(%50) | 2(%14) | 1,21 | 0,70 | | |
| 5 | D | s | 6(%43) | 0(%0) | 8(%57) | 0,86 | 1,03 | 0,71 | 0,89 |
| | | gsd | 4(%29) | 1(%7) | 9(%64) | 0,64 | 0,93 | | |
| | | m | 4(%29) | 2(%14) | 8(%57) | 0,71 | 0,91 | | |
| | | gy | 4(%29) | 1(%7) | 9(%64) | 0,64 | 0,93 | | |
| 6 | M | s | 11(%79) | 1(%7) | 2(%14) | 1,64 | 0,74 | 1,39 | 0,77 |
| | | gy | 9(%64) | 1(%7) | 4(%29) | 1,36 | 0,93 | | |
| | | gsd | 7(%50) | 1(%7) | 6(%43) | 1,07 | 1,00 | | |
| | | d | 10(%71) | 1(%7) | 3(%21) | 1,50 | 0,85 | | |

GY/gy: Gerçek yaşam; GSD/gsd: Görsel/Sayı doğrusu; GM/gm: Görsel/Model; S/s: Sembolik; D/d: Dilbilimsel; M/m: Manipülatif

Tablo 4.3. incelendiğinde, yedinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik temsiller arası dönüşüm süreci yeterliklerine ilişkin en yüksek performansları girdi temsil türü M olan sorularda ($\bar{X}_{\mathrm{M}} = 1{,}39$) ve S olan sorularda ($\bar{X}_{\mathrm{S}} = 1{,}36$) gösterdikleri görülmüştür. Ayrıca girdi ve çıktı temsil türü açısından incelendiğinde, yedinci sınıf öğrencilerinin en yüksek performansları Ms ($\bar{X}_{\mathrm{Ms}} = 1{,}64$), Md ($\bar{X}_{\mathrm{Md}} = 1{,}50$), Mgy ($\bar{X}_{\mathrm{Mgy}} = 1{,}36$) sorularında ve Sm ($\bar{X}_{\mathrm{Sm}} = 1{,}79$), Sd ($\bar{X}_{\mathrm{Sd}} = 1{,}57$) sorularında gösterdiği ortaya çıkmıştır. Öte yandan, öğrenciler en düşük performansı, girdi temsil türü D olan sorularda ($\bar{X}_{\mathrm{D}} = 0{,}71$) göstermiştir. Ayrıca girdi ve çıktı temsil türü açısından yedinci sınıf öğrencilerinin en düşük performansı Dm ($\bar{X}_{\mathrm{Dm}} = 0{,}71$), Dgsd ($\bar{X}_{\mathrm{Dgsd}} = 0{,}64$) ve Dgy ($\bar{X}_{\mathrm{Dgy}} = 0{,}64$) sorularında gösterdiği ortaya çıkmıştır.

Yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin sütun-çizgi grafiği Şekil 4.5.'te sunulmuştur.

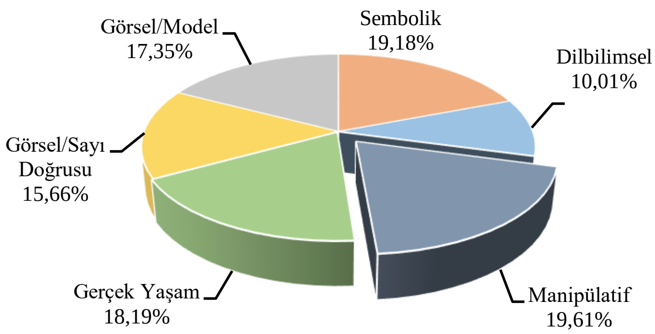



| | Gerçek Yaşam | Görsel/Sayı Doğrusu | Görsel/Model | Sembolik | Dilbilimsel | Manipülatif |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Çıktı1 | 1,29 | 1,14 | 1,14 | 1,79 | 0,86 | 1,64 |
| Çıktı2 | 1,29 | 1,14 | 1,14 | 0,86 | 0,64 | 1,36 |
| Çıktı3 | 1,29 | 1,00 | 1,43 | 1,57 | 0,71 | 1,07 |
| Çıktı4 | 1,29 | 1,14 | 1,21 | 1,21 | 0,64 | 1,50 |
| X | 1,29 | 1,11 | 1,23 | 1,36 | 0,71 | 1,39 |

GY/gy: Gerçek yaşam; GSD/gsd: Görsel/Sayı doğrusu; GM/gm: Görsel/Model; S/s: Sembolik; D/d: Dilbilimsel; M/m: Manipülatif; X: Girdi temsiline göre ortalama puan

**Şekil 4.5.** Yedinci sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin sütun-çizgi grafiği

Şekil 4.5.'te de görüldüğü üzere, yedinci sınıf öğrencilerin genel performansları incelendiğinde, girdi temsil türü S ve M olan sorularda öğrencilerin diğer sorulara oranla kavramı doğru anlamlandırdığı ve temsiller arası dönüşüm sürecine hâkim olduğu söylenebilir. Öte yandan, GY, GSD, GM ve D olan bütün sorularda öğrenciler kavramı doğru anlamlandırsa da süreç ve/veya yanıt noktasında eksikliklere sahip olduğu söylenebilir. Yedinci sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm yeterliklerine sahip olma yüzdelerine ilişkin pasta grafiği Şekil 4.6.'da sunulmuştur.




**Şekil 4.6.** Yedinci sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterliklerine sahip olma yüzdelerine ilişkin pasta grafiği

### 4.1.4. Sekizinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin bulgular

Bu bölümde sekizinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeyleri araştırılmış; yüzde, frekans ve puan dağılımları Tablo 4.4.'te sunulmuştur.

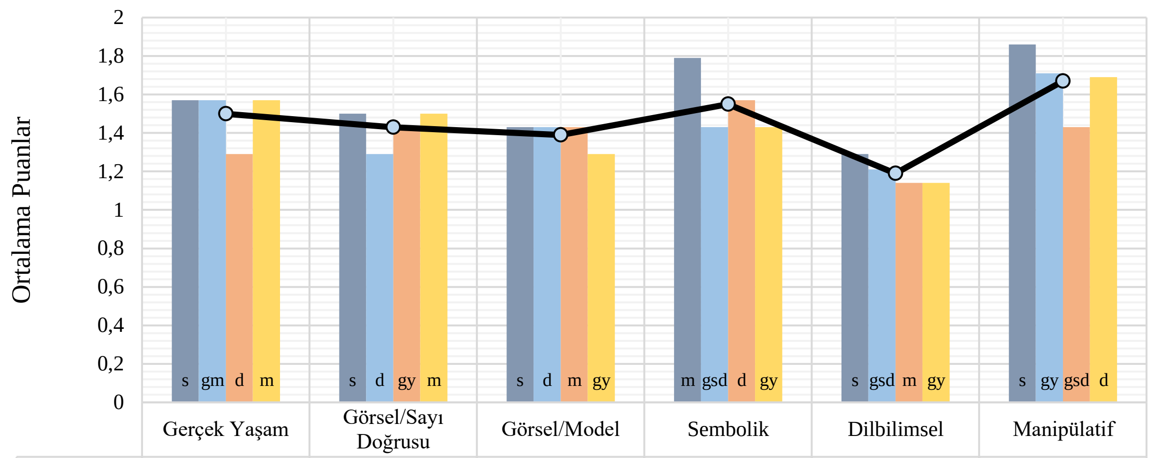
**Tablo 4.4.** Sekizinci sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin yüzde, frekans ve puan dağılımı

| Soru | Girdi Temsili | Çıktı Temsili | 2 | 1 | 0 | $\bar{\chi}$ | Ss | $\bar{\chi}$ | Ss |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | GY | s | 11(%79) | 0(%0) | 3(%21) | 1,57 | 0,85 | 1,50 | 0,83 |
| | | gm | 11(%79) | 0(%0) | 3(%21) | 1,57 | 0,85 | | |
| | | d | 9(%64) | 0(%0) | 5(%36) | 1,29 | 0,99 | | |
| | | m | 11(%79) | 0(%0) | 3(%21) | 1,57 | 0,85 | | |
| 2 | GSD | s | 10(%71) | 1(%7) | 3(%21) | 1,50 | 0,85 | 1,43 | 0,82 |
| | | d | 8(%57) | 2(%14) | 4(%29) | 1,29 | 0,91 | | |
| | | gy | 9(%64) | 2(%14) | 3(%21) | 1,43 | 0,85 | | |
| | | m | 10(%71) | 1(%7) | 3(%21) | 1,50 | 0,85 | | |
| 3 | GM | s | 10(%71) | 0(%0) | 4(%29) | 1,43 | 0,94 | 1,39 | 0,92 |
| | | d | 10(%71) | 0(%0) | 4(%29) | 1,43 | 0,94 | | |
| | | m | 10(%71) | 0(%0) | 4(%29) | 1,43 | 0,94 | | |
| | | gy | 9(%64) | 0(%0) | 5(%36) | 1,29 | 0,99 | | |
| 4 | S | m | 12(%86) | 1(%7) | 1(%7) | 1,79 | 0,58 | 1,55 | 0,70 |
| | | gsd | 10(%71) | 0(%0) | 4(%29) | 1,43 | 0,94 | | |
| | | d | 11(%79) | 0(%0) | 3(%21) | 1,57 | 0,85 | | |
| | | gy | 9(%64) | 2(%14) | 3(%21) | 1,43 | 0,85 | | |
| 5 | D | s | 9(%64) | 0(%0) | 5(%36) | 1,29 | 0,99 | 1,19 | 0,89 |
| | | gsd | 6(%43) | 5(%36) | 3(%21) | 1,21 | 0,80 | | |
| | | m | 7(%50) | 2(%14) | 5(%36) | 1,14 | 0,95 | | |
| | | gy | 8(%57) | 0(%0) | 6(%43) | 1,14 | 1,03 | | |
| 6 | M | s | 12(%86) | 2(%14) | 0(%0) | 1,86 | 0,36 | 1,67 | 0,64 |
| | | gy | 12(%86) | 0(%0) | 2(%14) | 1,71 | 0,73 | | |
| | | gsd | 9(%64) | 2(%14) | 3(%21) | 1,43 | 0,85 | | |
| | | d | 11(%79) | 0(%0) | 2(%15) | 1,69 | 0,75 | | |

GY/gy: Gerçek yaşam; GSD/gsd: Görsel/Sayı doğrusu; GM/gm: Görsel/Model; S/s: Sembolik; D/d: Dilbilimsel, M/m: Manipülatif

Tablo 4.4. incelendiğinde, sekizinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik temsiller arası dönüşüm süreci yeterliklerine ilişkin en yüksek performansları girdi temsil türü M olan sorularda ($\bar{\chi}_{\mathrm{M}} = 1{,}67$) ve S olan sorularda ($\bar{\chi}_{\mathrm{S}} = 1{,}55$) gösterdikleri görülmüştür. Ayrıca girdi ve çıktı temsil türü açısından incelendiğinde, yedinci sınıf öğrencilerinin en yüksek performansları Sm ($\bar{\chi}_{\mathrm{Sm}} = 1{,}79$) sorusunda ve Ms ($\bar{\chi}_{\mathrm{Ms}} = 1{,}86$), Mgy ($\bar{\chi}_{\mathrm{Mgy}} = 1{,}71$), Md ($\bar{\chi}_{\mathrm{Md}} = 1{,}69$) sorularında gösterdiği ortaya çıkmıştır. Öte yandan, çok düşük olmasa da kendi sınıf düzeyi açısından öğrencilerin en düşük performansı, girdi temsil türü D olan sorularda ($\bar{\chi}_{\mathrm{D}} = 1{,}19$) gösterdiği görülmüştür. Ayrıca, girdi ve çıktı temsil türü açısından incelendiğinde de benzer şekilde çok düşük olmasa da kendi sınıf düzeyleri açısından en düşük performansın Dgsd ($\bar{\chi}_{\mathrm{Dgsd}} = 1{,}21$), Dm ($\bar{\chi}_{\mathrm{Dm}} = 1{,}14$) ve Dgy ($\bar{\chi}_{\mathrm{Dgy}} =$

1,14) sorularında gösterildiği ortaya çıkmıştır. Sekizinci sınıf öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin sütun-çizgi grafiği Şekil 4.7.'de sunulmuştur.

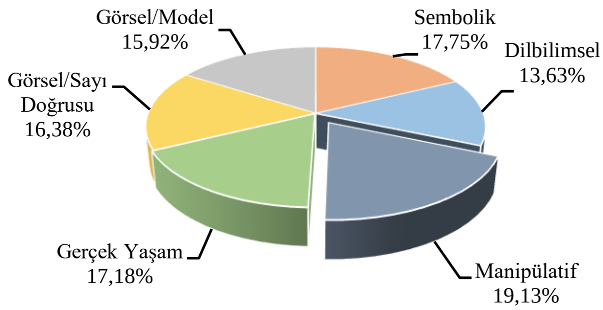



| | Gerçek Yaşam | Görsel/Sayı Doğrusu | Görsel/Model | Sembolik | Dilbilimsel | Manipülatif |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Çıktı1 | 1,57 | 1,5 | 1,43 | 1,79 | 1,29 | 1,86 |
| Çıktı2 | 1,57 | 1,29 | 1,43 | 1,43 | 1,21 | 1,71 |
| Çıktı3 | 1,29 | 1,43 | 1,43 | 1,57 | 1,14 | 1,43 |
| Çıktı4 | 1,57 | 1,5 | 1,29 | 1,43 | 1,14 | 1,69 |
| X | 1,50 | 1,43 | 1,39 | 1,55 | 1,19 | 1,67 |

GY/gy: Gerçek yaşam; GSD/gsd: Görsel/Sayı doğrusu; GM/gm: Görsel/Model; S/s: Sembolik; D/d: Dilbilimsel; M/m: Manipülatif; X: Girdi temsiline göre ortalama puan

**Şekil 4.7.** Sekizinci sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin sütun-çizgi grafiği

Şekil 4.7.'de de görüldüğü üzere, sekizinci sınıf öğrencilerin genel performansları incelendiğinde, girdi temsil türü GY, GSD, GM, S ve M olan bütün sorularda öğrencilerin diğer sorulara oranla kavramı doğru anlamlandırdığı ve temsiller arası dönüşüm sürecine hâkim olduğu söylenebilir. Öte yandan, girdi temsil türü D olan sorularda öğrenciler kavramı doğru anlamlandırsa da süreç ve/veya yanıt noktasında eksikliklere sahip olduğu söylenebilir. Sekizinci sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm yeterliklerine sahip olma yüzdelerine ilişkin pasta grafiği Şekil 4.8.'de sunulmuştur.




**Şekil 4.8.** Sekizinci sınıf öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterliklerine sahip olma yüzdelerine ilişkin pasta grafiği

### 4.1.5. Ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin bulgular

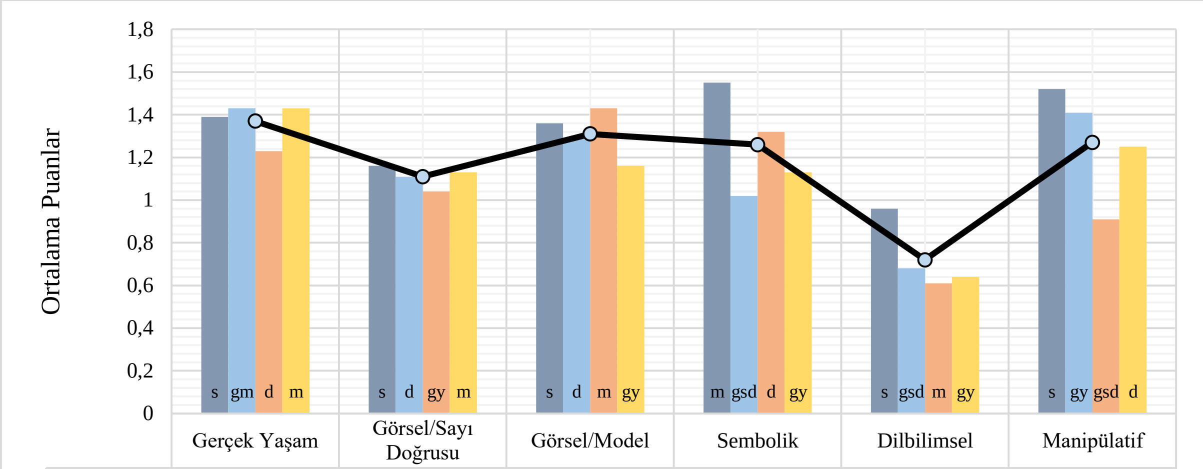
Bu bölümde ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeyleri araştırılmış; yüzde, frekans ve puan dağılımları Tablo 4.5.'te sunulmuştur.

**Tablo 4.5.** Ortaokul öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin yüzde, frekans ve puan dağılımı

| Soru | Girdi Temsili | Çıktı Temsili | 2 | 1 | 0 | $\bar{\chi}$ | Ss | $\bar{\chi}$ | Ss |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | GY | s | 39(%70) | 0(%0) | 17(%30) | 1,39 | 0,93 | 1,37 | 0,86 |
| | | gm | 39(%70) | 2(%4) | 15(%27) | 1,43 | 0,89 | | |
| | | d | 33(%59) | 3(%5) | 20(%36) | 1,23 | 0,95 | | |
| | | m | 39(%70) | 2(%4) | 15(%27) | 1,43 | 0,89 | | |
| 2 | GSD | s | 30(%54) | 5(%9) | 21(%38) | 1,16 | 0,95 | 1,11 | 0,91 |
| | | d | 28(%50) | 6(%11) | 22(%39) | 1,11 | 0,95 | | |
| | | gy | 23(%41) | 12(%21) | 21(%38) | 1,04 | 0,89 | | |
| | | m | 29(%52) | 5(%9) | 22(%39) | 1,13 | 0,95 | | |
| 3 | GM | s | 38(%68) | 0(%0) | 18(%32) | 1,36 | 0,94 | 1,31 | 1,17 |
| | | d | 36(%64) | 0(%0) | 20(%36) | 1,29 | 0,97 | | |
| | | m | 40(%71) | 0(%0) | 16(%29) | 1,43 | 0,91 | | |
| | | gy | 32(%57) | 1(%2) | 23(%41) | 1,16 | 0,99 | | |
| 4 | S | m | 39(%70) | 9(%16) | 8(%14) | 1,55 | 0,74 | 1,26 | 0,75 |
| | | gsd | 26(%46) | 5(%9) | 25(%45) | 1,02 | 0,96 | | |
| | | d | 37(%66) | 0(%0) | 19(%34) | 1,32 | 0,96 | | |
| | | gy | 22(%39) | 19(%34) | 15(%27) | 1,13 | 0,81 | | |
| 5 | D | s | 27(%48) | 0(%0) | 29(%52) | 0,96 | 1,01 | 0,72 | 0,82 |
| | | gsd | 14(%25) | 10(%18) | 32(%57) | 0,68 | 0,86 | | |
| | | m | 15(%27) | 4(%7) | 37(%66) | 0,61 | 0,89 | | |
| | | gy | 15(%27) | 6(%11) | 35(%63) | 0,64 | 0,88 | | |
| 6 | M | s | 38(%68) | 9(%16) | 9(%16) | 1,52 | 0,76 | 1,27 | 0,78 |
| | | gy | 38(%68) | 3(%5) | 15(%27) | 1,41 | 0,89 | | |
| | | gsd | 23(%41) | 5(%9) | 28(%50) | 0,91 | 0,96 | | |
| | | d | 34(%61) | 2(%4) | 20(%36) | 1,25 | 0,96 | | |

GY/gy: Gerçek yaşam; GSD/gsd: Görsel/Sayı doğrusu; GM/gm: Görsel/Model; S/s: Sembolik; D/d: Dilbilimsel, M/m: Manipülatif

Tablo 4.5. incelendiğinde, ortaokul öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik temsiller arası dönüşüm süreci yeterliklerine ilişkin en yüksek performansları girdi temsil türü GY olan sorularda ($\bar{\chi}_{\mathrm{GY}} = 1,37$) ve GM olan sorularda ($\bar{\chi}_{\mathrm{GM}} = 1,31$) gösterdikleri görülmüştür. Ayrıca girdi ve çıktı temsil türü açısından incelendiğinde, ortaokul öğrencilerinin en yüksek performansları Sm ($\bar{\chi}_{\mathrm{Sm}} = 1,55$), Ms ($\bar{\chi}_{\mathrm{Ds}} = 1,52$), GYgm ($\bar{\chi}_{\mathrm{GYgm}} = 1,43$), GYm ($\bar{\chi}_{\mathrm{GYm}} = 1,43$), GMm ($\bar{\chi}_{\mathrm{GMm}} = 1,43$) sorularında gösterdiği ortaya çıkmıştır. Öte yandan, öğrenciler en düşük performansı, girdi temsil türü D olan sorularda ($\bar{\chi}_{\mathrm{D}} = 0,72$) göstermiştir. Ayrıca girdi ve çıktı temsil türü açısından öğrencilerin öğrencilerinin en düşük performansları Dm ($\bar{\chi}_{\mathrm{Dm}} = 0,61$), Dgy ($\bar{\chi}_{\mathrm{Dgy}} = 0,64$) ve Dgsd ($\bar{\chi}_{\mathrm{Dgsd}} = 0,68$) sorularında gösterdiği ortaya çıkmıştır. Ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin sütun-çizgi grafiği Şekil 4.9.’da sunulmuştur.

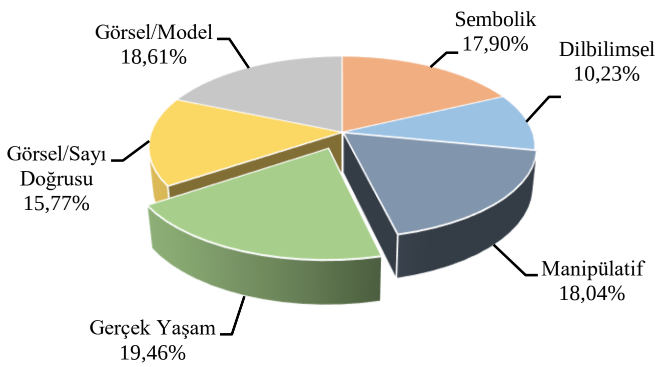



| | Gerçek Yaşam | Görsel/Sayı Doğrusu | Görsel/Model | Sembolik | Dilbilimsel | Manipülatif |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Çıktı1 | 1,39 | 1,16 | 1,36 | 1,55 | 0,96 | 1,52 |
| Çıktı2 | 1,43 | 1,11 | 1,29 | 1,02 | 0,68 | 1,41 |
| Çıktı3 | 1,23 | 1,04 | 1,43 | 1,32 | 0,61 | 0,91 |
| Çıktı4 | 1,43 | 1,13 | 1,16 | 1,13 | 0,64 | 1,25 |
| X | 1,37 | 1,11 | 1,31 | 1,26 | 0,72 | 1,27 |

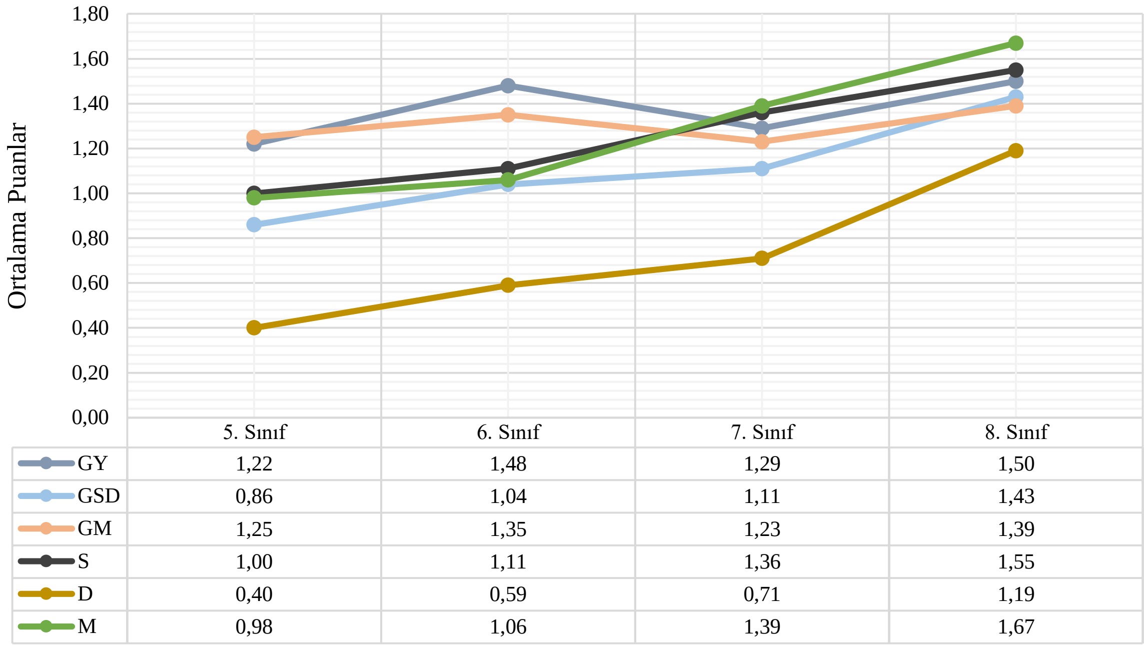
GY/gy: Gerçek yaşam; GSD/gsd: Görsel/Sayı doğrusu; GM/gm: Görsel/Model; S/s: Sembolik; D/d: Dilbilimsel; M/m: Manipülatif; X: Girdi temsiline göre ortalama puan

**Şekil 4.9.** Ortaokul öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin sütun-çizgi grafiği

Şekil 4.9.’da da görüldüğü üzere, ortaokul öğrencilerinin genel performansları incelendiğinde, girdi temsil türü GY olan sorularda öğrencilerin diğer sorulara oranla kavramı doğru anlamlandırdığı ve temsiller arası dönüşüm sürecine hâkim olduğu söylenebilir. Girdi temsil türü GSD, GM, S, D ve M olan bütün sorularda ise öğrenciler kavramı doğru anlamlandırsa da süreç ve/veya yanıt noktasında eksikliklere sahip olduğu söylenebilir. Ortaokul öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm yeterliklerine sahip olma yüzdelerine ilişkin pasta grafiği Şekil 4.10.’da sunulmuştur.




**Şekil 4.10.** Ortaokul öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterliklerine sahip olma yüzdelerine ilişkin pasta grafiği




**Şekil 4.11.** Ortaokul öğrencilerinin temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerinin sınıf seviyesine göre dağılımına ilişkin çizgi grafiği

Şekil 4.11. incelendiğinde sınıf düzeyi arttıkça girdi temsil türü görsel/sayı doğrusu, sembolik, dilbilimsel ve manipülatif olan sorularda öğrencilerin performanslarında bir artış olduğu görülmüştür.

## 4.2. Ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm yeterlikleri arasındaki ilişkiye dair bulgular

Bu bölümde, ortaokul öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik temsiller arası dönüşüm yeterlikleri arasındaki ilişki girdi temsillerinden elde ettiği toplam puan ortalamalar üzerinden Pearson Korelasyon testi yardımıyla araştırılmış ve elde edilen bulgular Tablo 4.6.'da sunulmuştur.

**Tablo 4.6.** Ortaokul öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik temsil becerileri arasındaki ilişki

| r | GY | GSD | GM | S | D | M |
|---|---|---|---|---|---|---|
| GY | 1,00* | 0,74* | 0,66* | 0,78* | 0,61* | 0,55* |
| GSD | | 1,00* | 0,66* | 0,89* | 0,75* | 0,71* |
| GM | | | 1,00* | 0,66* | 0,46* | 0,40* |
| S | | | | 1,00* | 0,72* | 0,79* |
| D | | | | | 1,00* | 0,56* |
| M | | | | | | 1,00* |

*p<.05; GY: Gerçek yaşam; GSD: Görsel/Sayı doğrusu; GM: Görsel/Model; S: Sembolik; D: Dilbilimsel, M: Manipülatif

Tablo 4.6. incelendiğinde, GSD-S arasında çok yüksek düzeyde pozitif yönde bir ilişki bulunmuştur (p=0,00; r=0,89). Bu bağlamda girdi temsil türü "Görsel/Sayı Doğrusu" olan sorulardan yüksek puan alan ortaokul öğrencilerinin girdi temsil türü "Sembolik" olan sorulardan da yüksek; "Görsel/Sayı Doğrusu" olan sorulardan düşük puan alan ortaokul öğrencilerinin girdi temsil türü "Sembolik" olan sorulardan da düşük puan alacağı söylenmektedir. Öte yandan, GY-GSD, GY-GM, GY-S, GY-D, GSD-GM, GSD-D, GSD-M, GM-S, S-D, S-M arasında yüksek düzeyde pozitif yönde anlamlı bir ilişki görülmüştür. GY-M, GM-D, GM-M, D-M arasında ise orta düzeyde ve yine pozitif yönde anlamlı bir ilişki bulunmuştur. En düşük ilişki orta düzeyde de olsa, genel olarak bakıldığında öğrencilerin temsil becerileri arasında en düşük ilişkinin girdi temsili "Görsel/Model" olan sorular ile girdi temsili "Manipülatif" olan sorular arasında olduğu belirlenmiştir (p=0,00; r=0,40).

### 4.3. Ortaokul öğrencilerinin kesirlerde temsiller arası dönüşüm süreci yeterlik düzeylerine ilişkin tartışma

Bu çalışmada, beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerinin girdi temsil türü görsel/model ve gerçek yaşam olan sorularda diğer temsil türlerine oranla daha yüksek performanslar elde ettiği; girdi temsili dilbilimsel olan sorularda ise çok düşük performanslar elde ettiği görülmüştür. Bu yaş grubundaki öğrencilerin somut görsel materyaller veya günlük yaşam senaryoları ile daha iyi ilişkilendirme yapabildiklerini ve bu temsil türlerini anlamada daha başarılı olduklarını göstermektedir. Beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerinin 10-11 yaşlarında olduğu ve bu yaş aralığının somut işlem dönemine karşılık geldiği göz önüne alındığında öğrencilerin somut nesneler ve olaylar üzerinden mantıksal düşünme yeteneklerinin geliştiği dönem olduğu bilinmektedir. Bu dönemdeki öğrencilerin soyut düşüncelerden uzak gerçek yaşam deneyimlerine dayalı mantıksal işlemler yaptığı görülmektedir (Piaget, 1971). Bu dönemden sonra soyut sembolik güçlerin gelişiminin başladığı soyut işlemler dönemine girilmektedir (Kolb, 1984). 12-13 yaşlarında olan ve soyut işlemler döneminde yer alan yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin bu çalışmada girdi temsil türü manipülatif ve sembolik olan sorularda daha yüksek performanslar elde ettiği görülürken, yine girdi temsil türü dilbilimsel olan sorularda zorlandıkları ortaya çıkmıştır. Bu yaş grubundaki öğrencilerin soyut matematiksel sembollerle veya manipülatif araçlarla çalışma yeteneklerinin geliştiği ve bu tür temsil türlerini daha etkili kullandıkları görülmektedir. Kesirlerin öğretiminde modellerin ve manipulatif araçların kullanılması, kesirlerin somut hale getirilmesine ve kavramın daha kolay öğrenilmesine olanak sağlamaktadır (Şiap ve Duru, 2004).

Öte yandan, dilbilimsel temsil türünde öğrencilerin performanslarının düşük olmasının nedenleri arasında bu yaş grubu için dilbilimsel kavramların soyutluğunun veya karmaşıklığının zorlayıcı olması olabilir. Nitekim bu yaş grubundaki çocuklar, dilbilimsel kavramlarla karşılaştıklarında genellikle somut deneyimlere dayalı kavramları daha kolay anlayabilirler. Ancak dilbilimsel kavramlar, soyut ve genelleyici doğalarıyla öğrenciler için daha zorlayıcı olabilir. Nitekim soyut kavramlar öğrenciler tarafından zor kazanılır ve bu nedenle soyut kavramların öğretim sürecinde somutlaştırılarak verilmesi tavsiye edilir (Baykul, 1999). Yaş ilerledikçe soyut düşünme kapasitesi de yaşantıya bağlı olarak genişler ve soyut kavramların anlamlandırılması kolaylaşır (Koğ ve Başer, 2011). Bu nedenle sınıf düzeyi arttıkça dilbilimsel temsillerde öğrencilerin daha yüksek performanslar elde ettiği görülmektedir. Öte yandan, dilbilimsel kavramlar genellikle dilin yapısına, kelime anlamlarına veya cümle yapılarına dayalıdır. Bu tür kavramlar, öğrencilerin dilbilgisel yeteneklerini ve kelime dağarcıklarını gerektirir. Ortaya çıkan bu duruma göre de yaş arttıkça öğrencilerin deneyimlerinin artmasına ve beraberinde dilbilimsel açıdan daha yüksek performanslar elde edilmesine zemin hazırlayabilir.

Girdi ve çıktı temsil türü açısından incelendiğinde, beşinci ve altıncı sınıf öğrencilerin en çok dilbilimsel temsilden manipülatif temsile dönüşüm yapmada; yedinci ve sekizinci sınıf öğrencilerinin ise dilbilimselden gerçek yaşam temsile dönüşüm yapmada zorlandıkları belirlenmiştir. Öte yandan, sınıf düzeyi arttıkça girdi temsil türü görsel/sayı doğrusu, sembolik, dilbilimsel ve manipülatif olan sorularda öğrencilerin performanslarında bir artış olduğu görülmüştür. Bu temsil türlerinin diğer temsillere oranla daha soyut ve karmaşık bir yapıya sahip olması daha alt sınıflarda öğrenim gören öğrencilerin daha düşük performanslar sergilemesinin bir nedeni olabilir. Sınıf düzeyi arttıkça öğrencilerin hem bilişsel olarak ilerlemesi hem de bu temsil türlerine yönelik öğretim sürecinde deneyim kazanması daha yüksek performanslar elde etmesine zemin hazırlamış olabilir. Öğretim sürecinde kesirlerin farklı temsil türleri ile çeşitlendirilerek sunulması öğrencilerin bilişsel gelişimlerini destekleyebilir. Örneğin, kesirlerin gerçek yaşam temsiline karşılık gelen günlük yaşam örneklerine yer verilmesi, görsel temsiller içeren interaktif materyallerin kullanılması, dilbilimsel temsilleri destekleyen metinlerin sunulması, sembolik temsili öne çıkaran problemlerin kurulması veya manipülatif temsilleri destekleyen matematiksel oyunların oynatılması ile öğretimin zenginleştirilmesi, kesir öğretimi sürecine katkı sağlayabilir.

# 5. SONUÇ VE ÖNERİLER

## 5.1. Sonuç

Bu bölümde; bulgulardan yola çıkılarak ulaşılan sonuçlara yer verilmiştir. Bu araştırmanın amacı Ortaokul öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterliklerinin incelenmesidir. Bu nedenle öğrencilere her bir soru gerçek yaşam durumları "Gerçek Yaşam (GY)'', resimler "Görsel/Sayı Doğrusu (GSD)" ve "Görsel/Model (GM)", yazılı semboller "Sembolik (S)", konuşma dili "Dilbilimsel (D)" ve manipülatifler ise "Manipülatif (M)" temsillerden yalnız biri ile hazırlanmış ve temsiller arası dönüşümü incelemek amacıyla birbirinden farklı dört soru ile desteklenerek toplam 24 tane açık uçlu sorudan oluşan "Kesirlere Yönelik Temsil Dönüşüm Testi (KTDT)'' uygulanmış ve elde edilen veriler analiz edilerek bulgular başlığında sunulmuştur. Öğrencilere sunulan test sonucunda katılımcıların temsiller arası dönüşüm sürecinde güçlük yaşadıkları görülmüştür.

Beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterliklerine ilişkin en yüksek performansları girdi temsil türü GM olan sorularda ve GY olan sorularda gösterdikleri belirlenmiştir. En düşük performansın ise girdi temsil türü D olan sorularda olduğu belirlenmiştir. Ayrıca girdi ve çıktı temsil türü açısından incelendiğinde, beşinci sınıf öğrencilerinin en yüksek performansları GMs, GMm sorularında ve GYs, GYgm, Gym sorularında gösterdiği belirlenmiştir. Diğer taraftan girdi ve çıktı temsil türü açısından beşinci sınıf öğrencilerinin en düşük performansları Dgsd, Dgy ve Dm sorularında gösterdiği belirlenmiştir. Beşinci sınıf öğrencilerin genel performansları incelendiğinde, girdi temsil türü GY, GSD, GM, S ve M olan bütün sorularda öğrenciler kavramı doğru anlamlandırsa da süreç ve/veya yanıt noktasında eksikliklere sahip olduğu; girdi temsil türü D olan sorularda ise hem kavram hem süreç hem de cevap noktasında eksikliklerinin daha çok olduğu söylenebilir.

Altıncı sınıf öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik temsiller arası dönüşüm süreci yeterliklerine ilişkin en yüksek performansları girdi temsil türü GY olan sorularda ve GM olan sorularda gösterdikleri belirlenmiştir. En düşük performansın ise girdi temsil türü D olan sorularda olduğu belirlenmiştir. Ayrıca girdi ve çıktı temsil türü açısından incelendiğinde, altıncı sınıf öğrencilerinin en yüksek performansları GYgm, GYm, GYs, GYd sorularında; GMd, GMm, GMs sorularında ve Mgy, Ms sorularında gösterdiği belirlenmiştir. Diğer taraftan girdi ve çıktı temsil türü açısından altıncı sınıf öğrencilerinin en düşük performansları Dgsd, Dgy, Dm ve Mgsd sorularında gösterdiği belirlenmiştir.

Altıncı sınıf öğrencilerin genel performansları incelendiğinde, girdi temsil türü GY olan sorularda öğrencilerin temsiller arası dönüşüm sürecine hâkim olduğu söylenebilir. Diğer taraftan GSD, GM, S ve M olan bütün sorularda öğrenciler kavramı doğru anlamlandırsa da süreç ve/veya yanıt noktasında eksikliklere sahip olduğu söylenebilir. Ayrıca girdi temsil türü D olan sorularda ise hem kavram hem süreç hem de cevap noktasında eksikliklerinin daha çok olduğu söylenebilir. Öğrencilerin kesirler konusuna yönelik temsil dönüşüm sürecinde en yüksek performansları görsel temsil ve gerçek yaşam temsil türlerinde göstermeleri kesrin soyut yapısına bağlı olarak kesirler konusunun öğretiminde görsel temsillerin ve gerçek yaşam temsillerin öğretmenler tarafından sıklıkla kullanılması ile açıklanabilir.

Yedinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik temsiller arası dönüşüm süreci yeterliklerine ilişkin en yüksek performansları girdi temsil türü M olan sorularda ve S olan sorularda gösterdikleri belirlenmiştir. Ayrıca girdi ve çıktı temsil türü açısından incelendiğinde, yedinci sınıf öğrencilerinin en yüksek performansları Ms, Md, Mgy sorularında ve Sm, Sd sorularında gösterdiği belirlenmiştir. En düşük performansın ise girdi temsil türü D olan sorularda olduğu belirlenmiştir. Diğer taraftan girdi ve çıktı temsil türü açısından yedinci sınıf öğrencilerinin en düşük performansları Dm, Dgsd ve Dgy sorularında gösterdiği belirlenmiştir. Yedinci sınıf öğrencilerinin genel performansları incelendiğinde, girdi temsil türü S ve M olan sorularda öğrencilerin temsiller arası dönüşüm sürecine hâkim olduğu söylenebilir. Öte yandan GY, GSD, GM ve D olan bütün sorularda öğrenciler kavramı doğru anlamlandırsa da süreç ve/veya yanıt noktasında eksikliklere sahip olduğu söylenebilir.

Sekizinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik temsiller arası dönüşüm süreci yeterliklerine ilişkin en yüksek performansları girdi temsil türü M olan sorularda ve S olan sorularda gösterdikleri belirlenmiştir. Ayrıca girdi ve çıktı temsil türü açısından incelendiğinde, sekizinci sınıf öğrencilerinin en yüksek performansları Sm sorusunda ve Ms, Mgy, Md sorularında gösterdiği belirlenmiştir. Diğer taraftan çok düşük olmasa da kendi sınıf düzeyi açısından öğrencilerin en düşük performansı, girdi temsil türü D olan sorularda gösterdiği belirlenmiştir. Ayrıca girdi ve çıktı temsil türü açısından incelendiğinde de benzer şekilde çok düşük olmasa da kendi sınıf düzeyleri açısından en düşük performansın Dgsd, Dm, Dgy sorularında gösterildiği belirlenmiştir. Sekizinci sınıf öğrencilerin genel performansları incelendiğinde, girdi temsil türü GY, GSD, GM, S ve M olan bütün sorularda öğrencilerin temsiller arası dönüşüm sürecine hâkim olduğu söylenebilir. Öte yandan, girdi temsil türü D olan sorularda öğrenciler kavramı doğru anlamlandırsa da süreç ve/veya yanıt noktasında eksikliklere sahip olduğu söylenebilir.

Kesirlerde temsiller arası dönüşüm sürecinde bazı öğrencilerin kavramı doğru anlamlandırsa da süreç ve/veya yanıt noktasında güçlükler yaşadıkları görülmüştür. Belirlenen güçlüklerin içeriği öğrencilerin kesirlere, kesir işlemlerine ve kesir problemlerine yönelik kavramsal boyutta eksikliklerinin olduğuna işaret etmektedir (Charalambous, Delaney, Mhuire, Hsu ve Mesa, 2010; Işık & Kar, 2012, 2014). Ortaokul matematik ders kitaplarında yer alan kesirler konusuna yönelik temsil türlerinin öğrencilerin kesirlerde temsiller arası dönüşüm yapabilme yeterliklerini etkilediği söylenebilir. Yapılan çalışmalar, ortaokulun her kademesindeki ders kitaplarında temsillerin sınıflara göre dağılımına ait bulgulara bakıldığında cebirsel, sözel ve model temsillere, daha fazla yer verildiğini ortaya koymuştur (İncikabı, 2017). Öğrencilerin kesirler konusuna yönelik temsil dönüşüm sürecinde en yüksek performansları görsel (model) temsil ve gerçek yaşam temsil türlerinde göstermeleri kesrin soyut yapısına bağlı olarak kesirler konusunun öğretiminde görsel temsillerin ve gerçek yaşam temsillerin öğretim sürecinde sıklıkla tercih edilmesiyle açıklanabilir.

Kesirlerin öğretiminde öğrencilerin parça bütün ilişkisini tam olarak anlamaları için parça-bütün ilişkisine ağırlık verilmekte ve bu gösterimler de sıklıkla öğretmenler tarafından alan/bölge modelleri kullanılmaktadır. Bu kapsamda öğretim süreçlerindeki model kullanımının, öğrencilerin görsel temsil tercihlerine etkisi olduğu söylenebilir. Araştırmada öğrencilerin kesirlerin görsel (sayı doğrusu) temsilinde göstermeyle ilgili güçlük yaşadıkları belirlenmiştir. Kesirlerin öğretiminde bölge modelleri kullanıldıktan sonra sayı doğrusu modelinin kullanımına geçilmesi önerilmektedir (Pesen, 2008).

Kesirlerde parça-bütün ilişkisi öğretiminde öğrencilerin görsel (sayı doğrusu) temsil kullanmaya yönelik etkinliklere ağırlık verilmesi görsel (sayı doğrusu) temsil sorularında daha başarılı olmalarını sağlayabilir. Öğrencilerin kesirler konusuna yönelik temsil dönüşüm sürecinde yaşadıkları güçlüklerin sebebi kesirler konusu öğretilirken ezbere hesaplamalar yapmaya ve kural ezberlemeye yönelik öğretime ağırlık verilmiş olmasından kaynaklanabilir. Öğretmenlerin kesirlerde temsil dönüşüm sürecinde dilbilimsel temsil kullanımına sıklıkla yer vermesi öğrencilerin dilbilimsel temsili daha rahat kullanmalarını ve dilbilimsel temsil sorularında daha başarılı olmalarını sağlayabilir. Ayrıca ders ortamlarında dilbilimsel temsil içeren etkinliklere yer verilmesi öğrencilerin dilbilimsel temsil sürecinde yaşadığı zorlukları gidermeye katkı sağlayabilir.

Araştırma sonuçlarında GSD-S arasında çok yüksek düzeyde pozitif yönde bir ilişki belirlenmiştir. Diğer taraftan, GY-GSD, GY-GM, GY-S, GY-D, GSD-GM, GSD-D, GSD-M, GM-S, S-D, S-M arasında yüksek düzeyde pozitif yönde anlamlı bir ilişki görülmüştür. GY-M, GM-D, GM-M, D-M arasında ise orta düzeyde ve yine pozitif yönde anlamlı bir ilişki bulunmuştur. En düşük ilişki orta düzeyde de olsa, genel olarak bakıldığında öğrencilerin temsil becerileri arasında en düşük ilişkinin girdi temsili "Görsel/Model" olan sorular ile girdi temsili "Manipülatif" olan sorular arasında olduğu belirlenmiştir.

Bu araştırmada ortaokul öğrencilerinin genel performansları incelendiğinde, girdi temsil türü GY olan sorularda öğrencilerin temsiller arası dönüşüm sürecine hâkim olduğu söylenebilir. Girdi temsil türü GSD, GM, S, D ve M olan bütün sorularda ise öğrenciler kavramı doğru anlamlandırsa da süreç ve/veya yanıt noktasında eksikliklere sahip olduğu söylenebilir. Ayrıca sınıf düzeyi arttıkça girdi temsil türü görsel/sayı doğrusu, sembolik, dilbilimsel ve manipülatif olan sorularda öğrencilerin performanslarında bir artış olduğu görülmüştür. Bu temsil türlerinin diğer temsillere oranla daha soyut ve karmaşık bir yapıya sahip olması daha alt sınıflarda öğrenim gören öğrencilerin daha düşük performanslar sergilemesinin bir nedeni olabilir. Sınıf düzeyi arttıkça öğrencilerin hem bilişsel olarak ilerlemesi hem de bu temsil türlerine yönelik öğretim sürecinde deneyim kazanması daha yüksek performanslar elde etmesine zemin hazırlamış olabilir. Öğretim sürecinde kesirlerin farklı temsil türleri ile çeşitlendirilerek sunulması öğrencilerin bilişsel gelişimlerini destekleyebilir. Örneğin, kesirlerin gerçek yaşam temsiline karşılık gelen günlük yaşam örneklerine yer verilmesi, görsel temsiller içeren interaktif materyallerin kullanılması, dilbilimsel temsilleri destekleyen metinlerin sunulması, sembolik temsili öne çıkaran problemlerin kurulması veya manipülatif temsilleri destekleyen matematiksel oyunların oynatılması ile öğretimin zenginleştirilmesi, kesir öğretimi sürecine katkı sağlayabilir.

## 5.2. Öneriler

Bu araştırmada ortaokul öğrencilerinin verilen kesirler konusuna yönelik soruları farklı temsil türleri ile çözmeleri istenmiş ve öğrencilerin bazı temsil türlerinde zorlandıkları ve temsil dönüşüm süreçlerinde bazı hatalar yaptıkları belirlenmiştir. Araştırmanın sonuçları doğrultusunda literatüre kazandırılacak yeni çalışmalar için öneriler aşağıda sunulmuştur.

Öğrencilerin zorlandıkları kurallar, işlemler ve semboller vb. öğrencilere soyut gelebilmekte ve anlaşılmayı zorlaştırabilmektedir. Kesirler, kesirlerle işlemler anlatılırken modellerden, şekillerden, somut materyallerden ve gerçek yaşam durumlarından yararlanılmalıdır. Kesir sorularına yönelik çizilmiş şekiller, kullanılan modeller ve somut materyaller soruyu somutlaştırır, anlamayı kolaylaştırarak doğru çözümün yapılmasına kolaylık sağlar. Kesirlerin ve kesirlerle ilgili problemlerin gerçek yaşam durumlarıyla ilişkilendirilmesi öğrencilerin zihninde soyut olan kesirler konusunu somutlaştırır ve kavranılmasını kolaylaştırır. Matematik dersi öğretim programında da kesirlerin öğretiminde somut nesne ve temsilin, özellikle görsel temsilin kullanımı desteklenmiştir. Bununla birlikte kesirleri gerçek yaşamda karşılaştığı durumlar ile ilişkilendirme becerisinin geliştirilmesi hedeflenmiştir. Ayrıca öğretim programında öğrencilerden beklenen durum matematiksel kavramları farklı temsil biçimleri ile ifade edebilmeleridir. Ancak bu şekilde öğrenciler kesirler konusuna yönelik temsil dönüşüm sürecini tam olarak anlayabilirler (MEB, 2018).

Kesirler ve kesir işlemlerinde formülleri ve algoritmayı ezberlemeye yönelik öğretim ve öğrencilerin kesirlerin pay ve paydasının farklı iki doğal sayı olarak algılaması kesirlerin öğrenilmesini zorlaştırmaktadır (Şiap ve Duru, 2004). Yapılan araştırmalar kesirlerin öğretiminde sözel problemlere, eşit paylaşım ortamlarına dayalı ve anlam oluşturmaya yönelik öğretimin öğrencilerin kesirlerle ilgili yaşadığı sorunları ortadan kaldırdığını göstermektedir (Lamon, 1999; Empson, 2001). Kesir konusuna yönelik temsiller arası dönüşümde de öğretmenlerin kesirlerin anlamlarına, sözel problemlere, eşit paylaşım ortamlarına, somut modellere, somut paylaşım problemlerine ve gerçek yaşam durumlarına dayalı öğretim ortamları sunmaları öğrencilerin kesir temsillerinde yaşadığı sorunların ortadan kaldırılmasına katkı sağlayabilir. Öğrencilerin ‘Kesirlere Yönelik Temsil Dönüşüm Testi’ne verdikleri cevaplar dikkate alındığında, ortaya çıkan temsil dönüşüm sürecindeki eksikliklerin giderilmesi için kesir kavramına yönelik kavramsal boyutta çalışmalar yapılmasının gerektiği düşünülmektedir.

Öğretmenler kesirler konusunun öğretimi sürecinde öğrencilerin farklı temsil türlerini bir arada kullanabilecekleri ve temsiller arası dönüşüm yapmalarını sağlayıcı etkinlikler sunmalıdırlar. Ayrıca öğretmenler öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik kullandıkları temsillerle ilgili yaşadıkları güçlüklerin neler olduğunu belirlemeli ve öğrencilerin yaşadıkları bu güçlüklerin giderilmesini sağlayıcı öğrenme ortamları hazırlamalıdırlar. Buna ek olarak öğretmen ve öğrenciler tarafından sıklıkla kullanılan ortaokul matematik ders kitaplarında yer alan kesir temsil türlerinin zenginleştirilmesi gerekmektedir. Öğrencilerin temsil dönüşüm süreçlerinde zorluk yaşaması ve tek temsil türüne bağlı kalarak problem çözmeleri kavramsal anlama düzeylerinin yeterli ölçüde gelişemeyeceğini göstermektedir (Lesh ve Doerr, 2003). Ayrıca, kavram öğretiminde geleneksel yöntemlerin yerine öğrenciyi sürece dâhil eden ve aktif katılımını sağlayan süreç temelli öğretim yaklaşımlarının kullanılması, matematiksel bilgi ve becerilerin günlük hayata transfer edilmesi daha anlamlı öğrenmenin oluşmasına imkân sunacaktır (Çil ve ark., 2019). Bu bağlamda öğrencilerin kavramsal anlama düzeylerini ve bilişsel süreç becerilerini geliştirmek amacıyla kavram öğretimlerinde ve problem çözümlerinde birden çok temsil kullanılabilir. Ayrıca, temsil dönüşümüne imkân sunan dijital öyküleme, dijital modelleme ve animasyonlar gibi çeşitli teknolojik süreçlere ve gerçek yaşam problemlerine yer verilerek ders içerikleri daha zengin hale getirilebilir (Kuzu, 2020).

Öğrencilerin kesirler konusuna yönelik temsiller arası dönüşümde güçlük yaşaması bu güçlüklerin nedenlerini, öğrencilerin nasıl düşündüklerini ve anlam yüklediklerini ortaya çıkarmaya yönelik daha fazla araştırmaya gerek olduğunu göstermektedir. Kesirler konusuna yönelik temsiller arası dönüşüm süreci üzerine daha fazla sayıda araştırmalar yapmak, temsil dönüşüm sürecinde ortaya çıkan güçlüklerin giderilmesine yönelik öğretim süreçlerinin tasarlanmasına da katkı sağlayabilecektir.

## 6. KAYNAKLAR


Adadan, E. (2006). *Promoting high school students conceptual understandings of the particulate nature of matter through multiple representations* (Unpublished Doctoral Dissertation). The Ohio State University, Ohio.

Adadan, E. (2013). Using multiple representations to promote grade 11 students scientific understanding of the particle theory of matter. *Research in Science Education*, *43*, 1079–1105.

Adu-Gyamfi, K. (1993). *External multiple representations in mathematics teaching* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Raleigh: Graduate Faculty of North Carolina State University, USA.

Adu-Gyamfi, K. (2007). *Connections among representations: The nature of students coordinations on a linear function task* (Unpublished PhD). North Carolina State University, Mathematics Science And Technology Education, Raeligh.

Ainsworth, S. (1999). The functions of multiple representations. *Computers & Education, 33*(2), 131-152.

Ainsworth, S. E., Bibby, P.A. ve Wood, D. J. (2002). Examining the effects of different multiple representational systems in learning primary mathematics. *The Journal of the Learning Sciences, 11*(1), 25-61.

Ainsworth, S., & Van Labeke, N. (2004). Multiple forms of dynamic representation. *Learning and Instruction*, *14*(3), 241-255.

Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction, 16*(3), 183–198.

Ainsworth, S. (2008). The educational value of multiple-representations when learning complex scientific concepts. In Gilbert, J.K., Reiner, M. ve Nakhleh, M. (Eds), *Visulaziation: Theory and Practice in Science Education* (pp.191-208). Springer.

Akkan, Y., Baki, A., & Çakıroğlu, Ü. (2012). 5-8. sınıf öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin problem çözme bağlamında incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 43*, 1-13.

Akkoyunlu, B., & Kurbanoğlu, S. (2003). Öğretmen adaylarının bilgi okuryazarlığı ve bilgisayar öz-yeterlik algıları üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24*(24).

Akkuş, O., & Çakıroğlu, E. (2006). Seventh grade students' use of multiple representations in pattern related algebra tasks. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31*, 13-24.

Akkuş, R. (2009). Yazma ile problem çözme arasındaki ilişki: Matematikte öğrenme amaçlı yazma. *8. Matematik Ssempozyumunda sunulan bildiri*. (Kasım, Ankara).

Akkuş, O. (2004). *The effects of multiple representations-based instruction on seventh grade students' algebra performance, attitude toward mathematics, and representation preference* (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Middle East Technical University, Ankara.

Aksu, Z., & Konyalıoğlu, A. C. (2015). Sınıf öğretmeni adaylarının kesirler konusundaki pedagojik alan bilgisi. *K. Ü Kastamonu Eğitim Dergisi*, *23*(2), 723-738.

Aksu, M. (1997). Student performance in dealing with fractions. *The Journal of Educational Research, 90*(6), 375 – 380.

Alacacı, C. (2010). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. İçinde E. Bingölbali & M. F. Özmantar. (Eds.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (ss. 63-95). Ankara: Pegem Akademi.

Alacacı, C. (2015). İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri. İçinde E. Bingölbali & M. F. Özmantar (Eds.), Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları (ss. 63-95). Ankara: Pegem Akademi.

Alagic, M. (2003). Technology in the mathematics classroom: Conceptual orientation. *The Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, *22*(4), 381-99.

Alakoç, Z. (2003). Matematik öğretiminde teknolojik modern öğretim yaklaşımları. *The Turkish Online Journal of Educational Technology, 2* (1), 43-49.

Altun, M. (1998). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için matematik öğretimi*. Bursa: Alfa basım yayım dağıtım.

Altun, M. (2005). *İlköğretim İkinci kademe (6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi*. Bursa: Aktüel.

Altun, M. (2014). *Ortaokullarda (5, 6, 7 ve 8. sınıflarda) matematik öğretimi.* Bursa: Alfa Akademi.

Ardahan, H., & Ersoy, Y. (2002). İlköğretim okullarında kesirlerin öğretimi I: Öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve ortak yanlışlıkları. *Matematik Etkinlikleri-2002 Bildiri Kitabı*. Ankara: Matematikçiler Derneği Yayıncılık.

Argün, Z., Arıkan, A., Bulut, S. & Halıcıoğlu, S. (2014). *Temel matematik kavramlarının künyesi*. Ankara: Gazi Kitabevi.

Bali-Çalıkoğlu, G. (2002). Matematik öğretiminde dil ölçeği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *23*, 57-61.

Barmby, P., Harries, T., Higgins, S., & Suggate, J. (2007, December). How can we assess mathematical understanding. In *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, No. 1, pp. 41-48).

Başgün, M., & Ersoy, Y. (2001). Sayılar ve aritmetik-II: Hesap makinesi kullanarak kesir sayılarının öğretimi. *IV.Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi 2000 Bildiri Kitabı,* (ss. 598-603). Ankara: MEB Yayınları.

Başkan, T., Bizim, O., & Cangül, İ. N. (2006). *Metrik uzaylar ve genel topolojiye giriş*. Ankara: Nobel Yayınevi.

Baştürk, S. (2010). Öğrencilerinin fonksiyon kavramının farklı temsillerindeki matematik dersi performansları. *Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *30*(2), 465-482.

Baykul, Y. (2005). 2004-2005 *Yıllarında çıkarılan matematik programı üzerine düşünceler.* Eğitimde Yansımalar: VIII Yeni İlköğretim Programını Değerlendirme Sempozyumu, 231-238. Ankara: Sim Matbaası.

Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi 6-8. sınıflar*. Ankara: Pegem Akademi.

Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi (5-8 sınıflar).* (2. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Behr, M. J., Lesh, R., & Post, T. (1981). Rational number ıdeas and the role of representational systems. *Paper presented at the 1981 Annual Meeting of the American Educational Research Association*. Los Angeles, California.

Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver, E. (1983). Rational number concepts. In R. A. Lesh, & M. Landau (Eds.), *The acquisition of mathematical concepts and processes.* New York: Academic Press.

Behr, M. J., Harel, G., Post, T. R. & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 296-333). New York: Macmillan.

Behr, M., Harel, G., Post, T. & Lesh, R. (1993). Rational Numbers: Toward a Semantic Analysis-Emphasis on the Operator Construct. In T. P. Carpenter, E. Fennema, & T.A. Romberg, (Eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research* (pp.13-47). NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Booker, G. (1998). Children's construction of initial fraction concepts. *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, 128- 135). Stellenbosh: South Africa.

Booker, G. (1996). Constructing mathematical conventions formed by the abstraction and generalization of earlier ideas: The development of initial fraction ideas. In Steff, L., Cobb, P. & Nesher, P. (Eds.,) *Theories of Mathematics Learning* (pp. 381-395). Hillsdale, NJ: Earlbaum.

Bright, G., Behr, M., Post, T. R., & Wachsmuth, I. (1988). Identifying fractions on number lines. *Journal for Research in Mathematics Education, 19*, 215-232.

Bingölbali & Özmantar (2010). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. İçinde E. Bingölbali & M. F. Özmantar. (Eds.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* (ss. 63-95). Ankara: Pegem Akademi.

Bingölbali, E., & Özmantar, M. F. (2014). *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Biber, A. Ç., Tuna, A., & Aktaş, O. (2013). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları ve bu yanılgıların kesir problemleri çözümlerine etkisi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 3*(2), 152-162.

Birgin, O., & Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *22*(2), 529-550.

Bosse, M. J., Adu-Gyamfi, K., & Cheetham, M. (2011). Translations among mathematical representations: Teacher beliefs and practices. *Mathematical Translations & Teacher Beliefs*. Greenville: East Caroline University.

Burns, M. (1996). How to make the most of math manipulatives. *Instructor, 105*(7), 45-51.

Altunay, B., Uysal Saraç, M., & Büyüköztürk, Ş. (2023). Developing Orientation and Mobility Skills Checklist and Determining Its Cut-off Scores. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Özel Eğitim Dergisi, 24*(1), 55-74.

Cai, J. (2005). US and Chinese teachers' knowing constructing, knowing, evaluating and constructing representations in mathematics instruction. *Mathematical Thinking and Learning*, *7*(2), 135-169. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0702_3

Can, C. (2014). *Fonksiyonlar konusunun çoklu temsiller ile öğretiminin öğrenci başarısına etkisinin incelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Balıkesir Üniversitesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanlar Eğitimi Anabilim Dalı, Balıkesir.

Charalambous C. Y., & Pitta-Pantazi, D. P. (2005). Revisiting a theoretical model on fractions: Implications for teaching and research. In Chick, H.L. ve Vincent, J. L. (Eds.), *Proceedings of the29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* (vol 2, pp.233 – 240). Melbourne: University of Melbourne.

Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, *64*(3), 293-316. Doi: 10.1007/s10649-006-9036-2

Cathcart, W. G., Pothier, Y., Vance, J. H. & Bezuk, N. S. (2003). *Learning mathematics in elementary and middle schools*: *A learner-centred approach* (4th ed.). Upper Saddle River, NJ: Pearson Prentice Hall.

Carpenter, T. P., & Lehrer, R. (1999). Teaching and learning mathematics with understanding. In E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Mathematics classrooms that promote understanding* (pp. 19–32). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Chapin, S., & Johnson, A. (2006). *Math matters: Understanding the math that you teach, grades*, *K-8*. Sausalito, CA: Math Solutions Publications.

Chen, G., & Fu, X. (2003). Effects of multimodal information on learning performance and judgment of learning. *Journal of Educational Computing Research*, *29(*3), 349-362.

Choike, J. R. (2000). Teaching strategies for "Algebra for all". *Mathematics Teacher*, *93*(7), 556-560.

Clement, Lisa L. (2004). A model for understanding, using and connecting representations. *Teaching Children Mathematics*, *11*(2), 97-102.

Cramer, K. A., & Henry, A. (2002). Using manipulative models to build number sense for addition of fractions: NCTM 2002 yearbook. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Yearbook of Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 41-48). NCTM, Virginia: Reston.

Cramer, K., & Post, T. (1995). Facilitating children's development of rational number knowledge. In D. Owens, M. Reed, & G. Millsaps (Eds.), *Proceedings of the Seventeenth Annual. Meeting of PME-NA* (pp. 377-382). Columbus, OH: PME.

Cramer, K., Post, T. R., & delMas, R. C. (2002). Initial fraction learning by fourth- and fifthgrade students: A comparison of the effects of using commercial curricula with the effects of using the rational number project curriculum. *Journal for Research in Mathematics Education*, *33*(2), 111–44.

Cramer, K., Behr, M. J., Post, T., & Lesh, R. (1997). *Rational Numbers Project: Fraction lessons for the middle grades.* Dubuque, IA: Kendall Hunt.

Çelik, B. (2006). *Temel matematik.* Ankara: Nobel Yayın.

Cuoco, A. A., & Curcio, F. R. (Eds.). (2001). *The roles of representation in school mathematics.* The National Council of Teachers of Mathematics.

Çıkla-Akkuş, O. (2004). *Çoklu temsil temelli öğretimin yedinci sınıf öğrencilerinin cebir performansına, matematiğe karşı tutumuna ve temsil tercihlerine etkisi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Çelik, B. (2006). *Temel matematik.* Ankara: Nobel Yayınları.

Çelik D., & Sağlam-Arslan A. (2012). Öğretmen adaylarının çoklu gösterimleri kullanma becerilerinin analizi. *İlköğretim Online, 11*(1), 239-250.

Çiçek, M. İ. (2020). *Matematik öğretmenlerinin fonksiyon öğretiminde ders imecesi ve çoklu temsilleri kullanabilme düzeylerinin incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi, Erzurum.

Çil, O., Kuzu, O., & Şimşek, A.S. (2019). 2018 Ortaöğretim matematik programının revize edilmiş Bloom taksonomisine ve programın ögelerine göre incelenmesi. *YYÜ Eğitim Fakültesi Dergisi, 16*(1), 1402- 1418.

Davis, E. G. (2003). Teaching and classroom experiments dealing with fractions and proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior, 22,* 107–111.

Delice, A., & Sevimli, E. (2010). Öğretmen adaylarının çoklu temsil kullanma becerilerinin problem çözme başarıları yönüyle incelenmesi: Belirli integral örneği. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 10*(1), 111-149.

Delice A., & Sevimli, E. (2016). Matematik eğitiminde çoklu temsiller. İçinde E. Bingölbali, S. Arslan & İ.Ö. Zembat (Eds.), *Matematik Eğitiminde Teoriler* (ss.519-536). Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık.

Divrik, R., & Pilten, P. (2021). Analysis of the primary school 3rd graders' errors on fractional numbers in terms of the unit fraction, symbol, and model. *Eğitim Kuram Ve Uygulama Araştırmaları Dergisi, 7*(1), 62-73.

Doğan-Temur, Ö. (2011). Dördüncü ve beşinci sınıf öğretmenlerinin kesir öğretimine ilişkin görüşleri: Fenomenografik araştırma. *Dumlupınar Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 29,* 203-212.

Doğan, M., & Yeniterzi, B. (2011). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki hazır bulunuşlukları. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, *31*, 217-237.

Driscoll, M. (1999). *Fostering algebraic thinking: A guide for teachers, grades 6-10.* Portsmouth, NH: Heinemann.

Doruk, B. K., & Umay, A. (2011). Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *41*, 124-135.

Duval, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*. *5*, 37-65.

Durmuş, S. (2005). İlköğretim öğretmen adaylarının rasyonel sayıları anlama düzeylerinin belirlenmesi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, *5*(2), 639-666.

Dufour-Janvier, B., Bednarz, N., & Belanger M. (1987). Pedagogical considerations concerning the problem of representation. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp.109-122). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Düşünsel, C. M. (2019). *Sınıf Öğretmenlerinin matematik dersinde çoklu temsilleri kullanma ile ilgili görüşlerinin incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). Kırıkkale Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Kırıkkale.

Ergene, B., (2011). *Matematik öğretmen adaylarının türev kavramına ilişkin teknolojik pedagojik alan Bilgilerinin çoklu temsiller bileşeninde incelenmesi* (Yayımlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Erbaş, K. A. (2005). Çoklu gösterimlerle problem çözme ve teknolojinin rolü. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, *4*(4), 88-92.

Erbilgin, E. (2003). *Effects of spatial visualization and achievement on students' use of multiple representations* (Unpublished Master Thesis). Florida State University,ABD.

Ergöl, H., & Sezgin-Memnun, D. (2020). Ortaokul öğrencilerinin kesir kavramına ilişkin ürettikleri metaforlar. *OPUS International Journal of Society Researches*, *15*(23), 1920-1939.

Ersoy, Y., & Erbaş, K. (2005). Kassel projesi cebir testinde bir grup türk öğrencinin genel başarısı ve öğrenme güçlükleri. *İlköğretim-Online*, *4*(1), 18-39.

Ersoy, V., & Ardahan, H. (2003). İlköğretim okullarında kesirlerin öğretimi-II: Tanıya yönelik etkinlikler düzenleme. www.matder.org.tr

Ertuna, L. (2013). *İlköğretim 4-7. sınıf öğrencilerinin denk kesirlerin sembolik ve grafiksel temsillerini ilişkilendirme becerilerinin incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.

Evans JD. (1996) *Straightforward Statistics for the Behavioral Sciences*. Brooks/Cole Publishing; Pacific Grove, Calif.

Even, R. (1998). Factors ınvolved in linking representations of functions. *Journal of Mathematical Behavior, 17*(1), 105-121.

Fraenkel, J. R., Wallen, N. E. & Hyun, H. H. (2012). *How to design and evaluate research in education* (8th. ed). New York: McGraw-Hill.

Friedlander, A., & Tabach, M. (2001). Promoting multiple representations in algebra. In A.A. Cuoco & F.R. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics* (pp.173-185). National Council of Teachers of Mathematics.

Goldin, G. A. (1990). Epistemology, constructivism and discovery learning in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education*, *4*, 31-47.

Goldin, G. A. (1998). Representational systems, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, *17(*2), 137-165.

Goldin, G. A. (2003). Representation in school mathematics: A unifying research perspective. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics (*pp. 275-285). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Goldin, G. A., & Kaput, J. J. (1996). A joint perspective on the idea of representation in learning and doing mathematics. In L. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin, & B. Greer (Eds.), *Theories of mathematical learning* (pp. 397–430). Hillsdale: Erlbaum.

Goldin, G. A., & Janvier, C. (1998). Representations and the psychology of mathematics education. *Journal of Mathematical Behavior*, *17*(1), 1-4.

Goldin, G. A. (1998). Representations, learning, and problem solving in mathematics. *The Journal of Mathematical Behavior, 17*(2), 137-165.

Goldin, G. A. (2004). Representations in school mathematics: A unifying research perspectives. In J. Kilpatrick, W. G. Martin & D. Schifter (Eds.), *A Research Companion to Principles and Standards for School Mathematics* (pp. 275 285). Reston, VA: NCTM.

Gray, E., & Tall, D. (1993). “Success and Failure in Mathematics: the Flexible Meaning of Symbols as Process and Concept”, *Mathematics Teaching, 142,* 6-10.

Greeno, J. G., & Hall, R. P. (1997). Practicing representation. *Phi Delta Kappan, 78*(5), 361-367.

Gür, H., ve Korkmaz, E. (2003). İlköğretim 7. Sınıf öğrencilerin problem ortaya atma becerilerinin belirlenmesi. *7. Matematik Sempozyumu Sergi ve Şenlikleri.* Matematikçiler Derneği. www.matder.org.tr.

Gürbüz, R., & Birgin, O. (2008). Farklı öğrenim seviyesindeki öğrencilerin rasyonel sayıların farklı gösterim şekilleriyle işlem yapma becerilerinin karşılaştırılması. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 23*(23), 85-94.

Gürbüz, Ş. & Şahin S., (2014). 8. Sınıf öğrencilerinin çoklu temsiller arasındaki geçiş becerileri. *K. Ü. Kastamonu Eğitim Dergisi*, *23*(4), 1869-1888.

Hart, K.M., (1993). Fractions. In K. M. Hart (Ed.), *In Children’s understanding of mathematics:* 11-16, (pp. 66-81). London: John Murray.

Hasemann, K. (1981). On difficulties with fractions. *Educational Studies in Mathematics, 12*(1), 71–87.

Haser, Ç., & Ubuz, H. (2003). Students’ conception of fractions: A study of 5th grade students, *Hacettepe Üniversitesi Eğitim fakültesi Dergisi*, *24,* 64-69.

Hansen, A. (2014). *Children’s errors in mathematics*. Los Angeles: Learning Matters.

Haylock, D., & Cockburn, A. (2013). *Understanding Mathematics for Young Children: A Guide for Teachers of Children 3-8*. Sage Publications.

Hull, L. (2005). *Fraction Models That Promote Understanding for Elementary Students* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). University of Central.

Hiebert, J. (1985) Children’s Knowledge of Common and Decimal Fractions. *Education and Urban Society, 17*, 427-437. https://doi.org/10.1177/0013124585017004006

Hiebert, J., & Carpenter, T. (1992). Learning and teaching with understanding. In D. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp.65-100). Reston, VA.

Hines, E. (2002). Developing the concept of linear function: One student’s experiences with dynamic physical models. *Journal of Mathematical Behavior*, *20,* 337-361.

Işık, A., Çiltaş, A., ve Bekdemir, M. (2008). Matematik Eğitimin Gerekliliği ve Önemi. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, 17*, 174–184.

Işık, C. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi* Dergisi, *41*, 231-243.

Işık, C., & Kar, T., (2012). 7 Sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online, 11*(4), 1021-1035.

Işıksal, M. (2006). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye ilişkin alan ve pedagojik içerik bilgileri üzerine bir çalışma* (Yayımlanmamış doktora tezi). Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

İncikabı, S. (2017). Çoklu temsiller ve matematik öğretimi: Ders kitapları üzerine bir inceleme. *Cumhuriyet İnternational Journal Of Education, 6*(1), 66-81.

İpek, A. S., & Okumuş, S. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel problem çözmede kullandıkları temsiller. *Gaziantep Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi, 11*(3), 681-700.

İpek, S.A., Işık, C. & Albayrak, M. (2005). Sınıf öğretmeni adaylarının kesir işlemleri konusundaki kavramsal performansları. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi, 1*, 537-547.

İzgiol, D. (2014). *Teknoloji destekli çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin lineer cebir öğrenimine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.

Janvier, C. (1987). Representations and understanding: The notion of function as an example. In C. Janvier (Ed.), *Problems of Representations in the Learning and Teaching of Mathematics* (pp. 67-73). New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

Janvier, C., Girardon, C. & Morand, J. (1993). Mathematical symbols and representations. In P. S. Wilson (Eds.), *Research ideas for the classroom: High school mathematics* (pp. 79-102). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. NCTM.

Jao, L. (2012). The nulticultural mathematics classroom: Culturally aware teaching through cooperative learning & multiple representations. *Multicultural Education, 19*(39), 2-10.

Kaput, J.J. (1987). Representation system and mathematics. In C. Janvier (Ed.), *Problems of representation in the teaching and learning of mathematics* (pp.19-26). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Kaput, J. J. (1989). Linking representations in the symbol systems of algebra. In S. Wagner & C. Kieran (Eds). *Research issues in the learning and teaching of algebra* (pp. 167-194). Hillsdale, NJ: LEA.

Kaput, J. J. (1998). Representations, inscriptions, descriptions and learning: A kaleidoscope of windows. *The Journal of Mathematical Behavior, 17*(2), 265 281.

Kaput, J. J. (1989). Linking representations in the symbol systems of algebra. In S. Wagner & C. Kieran (Eds*), Research issues in the learning and teaching of algebra* (pp. 167-194). Hillsdale, NJ: LEA.

Kaput, J. J. (1991). Notations and representations as mediators of constructive processes. In E. von Glasersfeld (Ed.), *Radical constructivism in mathematics education* (pp. 53-74). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Kaput, J. J. (1992) Technology and mathematics education. In D. A. Grouws, (Ed.) *Handbook* of *research on mathematics teaching and learning* (pp. 515-556). New York: Macmillan.

Kaput, J. J. (1994). The representational roles of technology in connecting mathematics with authentic experience. In R. Biehler, R. W. Scholz, R. Strasser, & B. Winkelman (Eds.), *Didactics in Mathematics as a Scientific Discipline* (pp. 379-397), Netherlands: Kluwer Academic Publishers.

Kaput, J. J. (1999). Linking representations in the symbol systems of algebra. In S. Wagner & C. Kieran (Eds). *Research issues in the learning and teaching of algebra* (pp. 167-194), Hillsdale, NJ: LEA.

Kar, T., & Işık, C. (2014). Ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle çıkarma işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online, 13*(4), 1223-1239.

Karapınar, F. (2003). "Oluşturmacı anlayışı yansıtması açısından Türk ve İngiliz fen Bilgisi ve kimya ders kitaplarındaki görsel öğeler", *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 25, 25.

Kardeş, D. (2010). *Matematik öğretmen adaylarının lineer denklem sistemleri çözüm süreçlerinin öz-yeterlilik algısı ve çoklu temsil bağlamında incelenmesi* (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.

Kaya, D. (2015). *Çoklu temsil temelli öğretimin öğrencilerin cebirsel muhakeme becerilerine, cebirsel düşünme düzeylerine ve matematiğe yönelik tutumlarına etkisi üzerine bir inceleme* (Yayınlanmamış doktora tezi). Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimler Enstitüsü, İzmir.

Keller, B. A., & Hirsch, C. R. (1998). Student preferences for representations of functions. *International Journal ScienceTechnology, 29*(1), 1-17.

Kennedy, L. M. (1986). Rationale. *Arithmetic Teacher, 33*, 6-7, 32.

Kerrigan, J. (2002). Powerful software to enhance the elementary school mathematics program. *Teaching Children Mathematics, 8*(6), 364–377.

Kılıç, Ç. (2009). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin matematiksel problemlerin çözümlerinde kullandıkları temsiller* (Yayınlanmamış doktora tezi). Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimler Enstitüsü, Eskişehir.

Kılıç, Ç., & Özdaş, A. (2010). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin kesirlerde karşılaştırma ve sıralama yapmayı gerektiren problemlerin çözümlerinde kullandıkları temsiller. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *18*(2), 513-530.

Kieren, T. E. (1976). On the Mathematical, Cognitive and Instructional Foundations of Rational Numbers. In R. Lesh (Ed.), *Number and Measurement:Papers from a Research Workshop ERIC/SMEAC* ( pp. 101–144). Columbus, OH.

Kieran, T. (1976). On the mathematical, cognitive, and instructional foundations of rational numbers. In R. Lesh (Ed.), *Number and measurement: Papers from a research workshop* (pp. 101-144). Columbus, OH: ERIC/SMEAC.

Kieren, T.E. (1988). Personal knowledge of rational numbers: Its intuitive and formal development. In J. Hiebert and M. Behr (Eds.), *Research Agenda for Mathematics Education: Number Concepts and Operations in the Middle Grades* (Vol 2, pp. 162–181). Lawrence Erlbaum,Virginia.

Kieren, T. E. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. In T.P. Carpenter, E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp.49-84). Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey.

Kilpatrick, J., Swafford, J. and Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics.* Washington, DC: National Academy Press.

Krishnan, S., McAndrew, A. & Vale, C. (2011). Connecting with the horizon: Developing teachers' appreciation of mathematical structure. *Journal of Mathematics Teacher Education, 14*(3), 193-212.

Koğ, O. U., & Başer, N. E. (2011). Görselleştirme yaklaşımının matematikte öğrenilmiş çaresizliğe ve soyut düşünmeye etkisi. *Batı Anadolu Eğitim Bilimleri Dergisi, 2*(3), 89-108.

Kolb, D. (1984) Experiential Learning: Experience as the Source of Learning and Development. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Kurnaz, M. A., Gültekin, N. G., & Çağlar, A. (2012). Dört ve beşinci sınıf fen ve teknoloji ders kitaplarında yer alan gösterim yöntemlerinin 'kuvvet ve hareket' üniteleri kapsamında incelenmesi. Paper presented at *Uluslararası Türk Kültür Coğrafyasında Eğitim Bilimleri Araştırmaları Sempozyumu*, Sinop, Türkiye.ÇIKSIN

Kurnaz, M. A., ve Yüzbaşıoğlu M. K. (2013). Ortaöğretim kurumlarına giriş sınav sorularının bazı gösterim türleri arasındaki geçişler açısından incelenmesi. *Bartın Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi 2*(2), 267-279.

Kurt, G. (2006). *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin kesirler konusunda temsil biçimleri arasındaki dönüşümleri yapabilme becerileri* (Yüksek Lisans Tezi). ODTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 128 s.

Kuzu, O. (2017). Matematik ve fen bilgisi öğretmen adaylarının integral konusundaki kazanımlarının incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi, 18*(3), 948-970.

Kuzu, O., & Çalışkan, N. (2018). Investigation of the preservice teachers' personality traits according to the activity behavior pattern. *International Journal of Eurasia Social Sciences, 9(*34), 2069–2085.

Kuzu, O. (2020a) Preservice mathematics teachers' competencies in theprocess of transformation between representations for the concept of limit: A qualitativestudy. *Pegem Journal of Education and Instruction, 10*(4), 1037–1066.

Kuzu, O. (2020b). Preservice mathematics teachers' representation transformation competence levels in the process of solving limit problems. *Acta Didactica Napocensia, 13*(2), 306-315.

Kuzu, O., & Çil, O. (2021). Öğretmen adaylarının kesirler konusuna yönelik kazanım sınıflandırma ve problem kurma becerilerinin incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 30*(1), 141-160.

Küçük, A., & Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanılgıları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 13*, 97-112.

Kocaoğlu, T., & Yenilmez, K. (2010). Beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda yaptıkları hatalar ve kavram yanılgıları. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, *14*, 71-85.

Korkmaz, E., & Gür, H. (2006). Öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin belirlenmesi. *Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, *8*(1), 65-74.

Krippendorff, K. (1995). On thereliability of unitizingcontinuousdata. *Sociological Methodology, 25*, 47-76.

Krippendorff, K. (2004). *Content Analysis: An Introduction to Its Methodology*. (2nd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage Publications.

Kress, G., Jewitt, C., Ogborn, J. and Tsatsarelis, C. (2001). *Multimodal teaching and learning: The rhetorics of the science classroom*. London: Continuum

Lamon, S. J. (1994). Ratio and proportion: Cognitive foundations in unitizing and norming. In G. Harel, & J. Confrey (Eds.), *The Development of Multiplicative Reasoning in the Learning of Mathematics* (pp. 89-120). Albany, NY: State University of New York Press.

Lamon, S. J. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding. Essential content knowledge and instructional strategies for teachers*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum.

Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework for research. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 629–667). Charlotte, NC: Information Age Publishing.

Lesh, R. (1979). Mathematical learning disabilities: Considerations for identification, diagnosis and remediation. *Applied mathematical problem solving*, 111-180. ERIC/SMEAC.

Lesh, R. (1981). Applied mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, *12*(2), 235-264.

Lesh, R., & Doerr, H. (2003). Foundations of a models and modeling perspective on mathematics teaching, learning, and problem solving. In R. Lesh & H. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism* (pp. 3 34). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Lesh, R. ve Kelly, A. E. (1997). Teachers' evolving conceptions of one-to-one tutoring: A three-tiered teaching experiment. *Journal of Research in Mathematics Education, 28,* 398-430.

Lesh, R., Post, T. R., & Behr, M. (1987). Representations and translations among representations in mathematics learning and problem solving. In C. Janiver (Ed.), *Problems of representations in the teaching and learning of mathematics* (pp. 33-40). Lawrence Erlbaum.

Lesh, R., Surber, D., & Zawojewski, J. (1983). Phases in Modelling and Phase-Related Processes. JC Bergeron ve N. Herscovics. *Proceedings of the Fifth Annual Meetig Psychlogy of Mathematics Education, North American Chapter, 2*, 129-36.

Leinhardt, G. & Smith, D. (1984). *Expertise in mathematics instruction: Subject matter knowledge*. ERIC (ED247137).

Lemke, J. (2004). The literacies of science. In Saul E. W. (Ed.), *Crossing borders in literacy* and *science instruction: Perspectives on theory and practice* (pp. 33–47). Newark: International Reading Association/National Science Teachers Association.

Mack, N.K. (1995). Confounding whole-number and fraction concept when building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, *26*(5), 422-441.

Mack, N. K. (1990). Learning fractions with understanding: Building on informal knowledge. *Journal for Research in Mathematics Education*, *21*, 16-32.

Mallet, D. G. (2007) Multiple representations for systems of linear equations via the computer algebra system Maple. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *2*(1), 16-32.

Mayer, R. (2003). The promise of multimedia learning using the same instructional design methods across different media. *Learning and Instruction*, *13*(2), 125- 139.

McGowan, M., & Tall, D. (2001). *Flexible thinking, consistency, and stability of responses: A study of divergence*. URL: http://www.warwick.ac.uk/staff/David.Tall/drafts/dot2001-mcgowen tall-draft.pdf

McKendree, J., Small, C. & Stenning, K. (2002). The role of representation in teaching and learning critical thinking. *Educational Review, 54* (1), 1–10.

Mısral, M. (2009). *Kesrin farklı anlamlarına göre yapılan öğretimin ilköğretim altıncı sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama çıkarma ve çarpma işlemlerinde kavramsal ve işlemsel bilgi düzeylerine etkisi* (Yüksek lisans tezi). Selçuk Üniversitesi, Konya.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2009). *Matematik dersi öğretim programı* (1.2.3.4.5.sınıflar). Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2013). *Ortaöğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB] (2018). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara: T.C. Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.

Misquitta, R. (2011). A review of the literature: Fraction instruction for struggling learners in mathematics. *Learning Disabilities Research ve Practice, 26*(2), 109–119.

Mooney, E. S. (2002). A framework for characterizing middle school students' statistical thinking. *Mathematical Thinking and Learning, 4*(1), 23–63.

Montague, M. (2008). Math problem solving for middle school students with disabilities. *Research report of the Access Centre: Improving outcomes for All Students K-8*. [Online] http://www.k8accesscenter.org/default.asp.

Monaghan, J. D., Sun, S., & Tall, D. O. (1994). Construction of the limit concept with a computer algebra system. *Proceedings of the 18th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* ( July 29 August 3), Vol. 3, 279 - 286, Lisbon: Portugal.

Moseley, B., & Brenner, M. E. (1997). *Using multiple representations for conceptual change in pre-algebra: A comparision of variable usage with graphic and text based problems*. ERIC Document Reproduction Service: ED413184.

Mourad, N. M. (2005). *Inductive reasoning in the algebra classroom* (Published Master Thesis). (UMI No: 1431298).

Nakahara, T. (2008). Cultivating mathematical thinking through representation. *In Utilizing the representational system. Talk given at the APEC-Tsukuba International Conference (III), Tsukuba, Japan. Retrieved November*, Vol. 17, p. 2019.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (1989). Curriculum and evaluation standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teacher Mathematics (NCTM) (2010). Priciples and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: NCTM.

National Research Council (NRC) (1989). *Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education.* Washington, DC: National Academy Press.

Newstead, K., & Murray, H. (1998). Young student's construction of fractions. *Proceedings of the 22nd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol.3, 295-302). Stellenbosh: South Africa.

Niemi, D. (1996). Assessing conceptual understanding in mathematics. *Journal of Educational Research*, *89*(6), 351-363.

Niemi, D. (1996). Instructional influence on content area explanations and represenational knowledge: Evidence for the construct validity of measures of principled understanding. *CSE Technical Report 403*. National Center for Research on Evaluation, Standards, and Student Testing, Los Angeles, CA: University of California.

Ni, Y. J. (1999). The understanding of the meaning and nature of fraction of Grade fifth and sixth. *Psychological Development and Education*, *11*, 26–30.

Ni, Y. J. (2001). Semantic domains of rational numbers and the acquisition of fraction equivalence. *Contemporary Educational Psychology*, *26*, 400-417.

Niven, I. (1961). *Numbers: rational and irrational* (Vol. 1). New York: Random House.

Norris, S., & Phillips, L. (2003). How literacy in its fundamental sense is central to scientific literacy. *Science Education*, *87*, 224-240.

Okur, M., & Gürel, Z. Ç. (2016). Ortaokul 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *18*(2), 922-952.

Orhun, N. (2007). Kesir işlemlerinde formal aritmetik ve görselleştirme arasındaki bilişsel boşluk. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *8*(14), 99-111.

Olkun, S., & Toluk, Z. (2001). *İlköğretimde matematik öğretimi: 1-5 sınıflar.* Ankara: Artım Yay.

Olkun, S., & Toluk-Uçar, Z. (2004). *Matematik öğretimi*, Ankara: Anı Yayıncılık.

Olkun, S., & Toluk-Uçar, Z. (2006). *İlköğretimde matematik öğretimine çağdaş yaklaşımlar*. Ekinoks Yayınları: Ankara.

Olkun, S., & Toluk-Uçar, Z. (2014). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*. (6.Baskı). Eğiten Kitap. Ankara.

Owens, K. D., & Clements, M. A. (1998). Representations in spatial problem solving in the classroom. *Journal of Mathematical Behavior*, *17*(2), 197- 218.

Önal, H., Yorulmaz A. (2017). İlkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin kesirler konusunda yaptıkları hatalar. *Eğitim ve Toplum Araştırmaları Dergisi*. *4*(1), 98-113.

Özdemir, Ş., & Ayvaz-Reis, Z. (2013). The effect of Dynamic and Interactive Mathematics Learning Environments (DIMLE), supporting multiple representations, on perceptions of elementary mathematics pre-service teachers in problem solving process. *Mevlana International Journal of Education (MIJE)* , vol.3, no.3, 85-94.

Özgen, K. (2016). Matematiksel ilişkilendirme üzerine kuramsal bir çalışma. *Proceedings of the International Conference on Research in Education & Science*, 235-245.

Özgen, K., & Bindak, R. (2018). Matematiksel ilişkilendirme öz yeterlik ölçeğinin geliştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, *26*(3), 913-924.

Özgün-Koca, S. A. (1998). *Students' use of representations in mathematics education.* North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, NC: Raleigh.

Pape, S. J. & Tchoshanov, M. A. (2001). The role of representation(s) in developing mathematical understanding, *Theory into Practice*, *40*(2).

Patton, M. Q. (2005). *Qualitative Research.* New York: John Wiley & Sons, Ltd.

Pesen, C. (2007). Öğrencilerin kesirlerle ilgili kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim Dergisi*, 32(143), 79-88.

Pesen, C. (2008). Kesirlerin sayı doğrusunda gösterilmesinde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 157–168.

Piaget, J. (1971). Biology and knowledge, The University of Chicago Press, Chicago.

Piaget, J. (1977). *The development of thought: Equilibration of cognitive structures. (Trans A. Rosin).* Viking.

Piez, C. M., & Voxman, M., H. (1997). Multiple representations-- using different perspectives to form a clearer picture. *Mathematics Teacher*, 90(2), 164 167.

Post, T. R. (1989). One point of view: Fractions and other rational numbers. *The Arithmetic Teacher*, *37*(1), 3-28.

Post, T., Cramer, K., Harel, G., Kiernen, T. & Lesh, R. (1998). Research on rational number, ratio and proportionality. *Proceedings of the Twentieth Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education,* PME-NA XX Volume I (pp. 89-93). Raleigh, North Carolina.

Porzio, D. T. (1999). Effects of differing emphases on the use of multiple representations and technology on students' understanding of calculus concepts. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *21*(3), 1–29.

Prain, V., & Tytler, R. (2012). Learning through constructing representations in science: A framework of representational construction affordances. *International journal of science education, 34*(17), 2751-2773.

Prain, V., & Waldrip, B. (2006). An exploratory study of teachers' and students' use of multi-modal representations of concepts in primary science. *International journal of science education, 28* (15), 1843-1866.

Preston, R., & Garner, A.S. (2003). Representation as a vehicle for solving and communication. *Mathematics Teaching in The Middle School. 9*(1), 38-44.

Salkind, N. J. (2010). *Encyclopedia of research design*. London: SAGE Publications.

Sankey, M., Birch, D., & Gardiner, M. (2010). Engaging students through multimodal learning environments: The journey continues. In C. Steel, M. Keppell, P. Gerbic, & S. Housego (Eds.), *Proceedings of the 27th Annual Conference of the Australasian Society for Computers in Learning in Tertiary Education, ASCILITE 2010* (pp. 852-863). (ASCILITE 2010-The Australasian Society for Computers in Learning in Tertiary Education). University of Queensland.

Sarı, M. H. (2020). Matematiksel bilginin farklı temsilleri. İçinde Toptaş V., Olkun S., Çekirdekçi S. ve Sarı M. H. (Eds.), *İlkokulda matematik öğretimi* içinde (ss. 17-44). Pegem Akademi Yayınları.

Schoenfeld, A. H. (1988). When good teaching leads to bad results: The disasters of "well-taught" mathematics courses. *Educational Psychologist, 23* (2), 145-166.

Schoenfeld, H. (1992). *Learning to thing mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics.* In D. A. Grows (Ed.), Handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 334-370). New York: Macmillan.

Schultz, J. and Waters, M. (2000). Why represenatations? *Mathematics teacher, 93*(6), 448-453.

Sert, Ö. (2007). *Eighth grade students' skills ın translating among different representations of algebraic concepts* (Yüksek Lisans Tezi). Middle East Technical University, Ankara.

Sezgin, A. N. (2019). *Çoklu temsillerle öğretimin 7. sınıf öğrencilerinin matematiksel anlama seviyelerine ve cebirsel problem çözme sürecine etkisinin incelenmesi* (Yayınlanmamış yüksek lisans tezi). Marmara Üniversitesi, İstanbul.

Siebert, D., & Gaskin, N. (2006). Creating, naming, and justifying fractions. *Teaching Children Mathematics, 12*(8), 394-400.

Skemp, R. R. (2006). Relational understanding and instrumental understanding. *Mathematics Teaching in the Middle School, 12*(2), 88-95. https://doi.org/ 10.5951/mtms.12.2.0088

Soylu, Y. ve Soylu, C. (2005). İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki öğrenme güçlükleri: Kesirlerde sıralama, toplama, çıkarma, çarpma ve kesirlerle ilgili problemler. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi, 7*(2), 101-117.

Smith, S. P. (2004). Representation in school mathematics: Children`s representations of problems. In J. Kilpatrick (Ed.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 263-274), Reston, VA: NCTM, Inc.

Steiner, G. F., & Stoecklin, M. (1997). Fraction calculation-A didactic approach to constructing mathematical Networks. *Learning and Instruction*, *7*(3), 211-233.

Şiap, İ. & Duru, A. (2004). Kesirlerde geometriksel modelleri kullanabilme becerisi. *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, 12(1), 89-96.

Swafford, J. O., & Langrall, C. W. (2000). Grade 6 students' preinstructional use of equations to describe and represent problem situations. *Journal for Research in Mathematics Education*, *31*(1), 89–112.

Tabak, H., Ahi, B., Bozdemir, H., & Sarı, M. (2010). İlköğretim 4. ve 5. sınıf öğrencilerinin matematik dersinde kesirleri modelleme becerileri. *Education Sciences, 5*(4), 1513-1522.

Tall, D., McGowen, M., & DeMarois, P. (2000). The function machine as a cognitive root for the function concept. In *Proceedings of the Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 247-254).

Taşkın, N. (2013). *Okul öncesi dönemde matematik* ile *dil arasındaki ilişki üzerine bir inceleme* (Doktara Tezi). Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.

Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers‟ knowledge of children‟s conception: The case of division of fraction. *Journal for Research in Mathematics Education, 31*(1), 5-25.

Toptaş, V. (2015). Matematiksel dile genel bir bakış. *International Journal Of New Trends in Arts, Sports & Science Education, 4*(1), 18-22.

Toluk, Z. (1999). *Children's conceptualizations of the quotient subsconstruct of rational numbers* (Doktora Tezi). Arizona State University. A.B.D.

Toluk- Uçar, Z. (2011). Öğretmen adaylarının pedagojik içerik bilgisi: Öğretimsel açıklamalar, *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *2*(2), 87-102.

Toluk-Uçar, Z. (2016). Ortaokul matematik öğretmeni adaylarının reel sayıları kavrayışlarında temsillerin rolü. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 24*(3), 1149-1164.

Toluk-Uçar, Z. (2020). Kesirler, rasyonel sayılar ve reel sayılar. *Matematiğin Temelleri.* Pegem Akademi: Ankara.

Toptaş, V., Han, B., & Akın, Y. (2017). Sınıf öğretmenlerinin kesirlerin farklı anlam ve modelleri konusunda görüşlerinin incelenmesi. *Sakarya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *33*, 49-67.

Treagust, D., Chittelborough, G. & Mamiala, T. (2003). Students understanding of the role of scientific models in learning science. *International Journal of Science Education, 24*(4), 357-368.

Tripathi, P. N. (2008). Developing mathematical understanding through multiple representations. *Mathematics Teaching in The Middle School, 13*(8), 438-445. https://doi.org/10.5951/MTMS.13.8.0438

Tsui, C. Y. & Treagust, D. F. (2003). Genetics reasoning with multiple external representations. *Research in Science Education*, *33*(1), 111–135.

Tuna, A., Biber A.Ç., & Yurt, N. (2013). Matematik öğretmeni adaylarının matematiksel modelleme becerileri. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 33*(1), 129-1.

Tunç-Pekkan, Z. (2015). An analysis of elementary school children's fractional knowledge depicted with circle, rectangle, and number line representations. *Educational Studies in Mathematics, 89*(3), 419-441.

Türk Dil Kurumu, Genel Türkçe Sözlük (2019). http://www. https://sozluk.gov.tr/

Ural, A. (2012). Fonksiyon kavramı: Tanımsal bilginin kavramın çoklu temsillerine transfer edilebilmesi ve bazı kavram yanılgıları. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 31*(1), 93- 105.

Uslu, C. Ş., (2006). *İlköğretim 1. ve 2. kademesi ile ortaöğretim 10. sınıf öğrencilerinin matematiğin temel kavramlarındaki eksik ve yanlış öğrenmelerinin karşılaştırılması* (Yüksek Lisans Tezi). Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.

Van de Walle, J. A. (1994). *Elementary school mathematics.* Newyork: Longman.

Van de Walle, J.A., Karp, K.S., & Bay-Williams J.M. (2018). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim*. Durmuş S. (Çev. Ed). Ankara: Nobel Akademik Yayıncılık.

van der Meij, J., & De Jong, T. (2006). Supporting students' learning with multiple representations in a dynamic simulation-based learning environment. *Learning and instruction*, *16*(3), 199–212.

Vanhille, L. S., & Baroody, A. J. (2002). Fraction instruction that fosters multiplicative reasoning. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions*: *2002 yearbook* (pp. 224-236). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Warner, L. B., Schorr, R. Y., & Davis, G. E. (2009). Flexible use of symbolic tools for problem solving, generalization, and explanation. *ZDM Mathematics Education, 41*(5), 663-679.

Waldrip, B., Prain, V., & Carolan, J. (2010). Using multi-modal representations to improve learning in junior secondary science. *Research in science education, 40*(1), 65–80.

Wu, Z. (2004). *The stduy of middle school teachers understanding and use of mathematical representation in relation to teachers zone of proximal in teaching fractions and algebraic functions* (Yayınlanmamıs doktora tezi). Department of Teaching, Learning and Culture. Texas A&M University, College Station.

Wong, M., & Evans, D. (2007). Students' conceptual understanding of equivalent fractions. In J. Watson & K. Beswick (Eds.), *Proceedings of the 30th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 824–833). Adelaide, SA: MERGA.

Wu, H-K. & Puntambekar, S. (2012). Pedagogical affordances of multiple external representations in scientific processes. *Journal of Science and Educational Technology, 21*(6), 754–767.

Yanık, H.B. (2015). Rasyonel sayılar. İçinde İ.Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır ve A. Delice (Eds.). *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* (ss. 95-110). Ankara: Pegem Akademi.

Yanik, H.B. & Bagdat, O. (2016). Mıddle school students' use of representatıons for proper fractıons. Paper presented at International Conference on Education in Mathematics, Science & Technology pp. 1106-1111, Bodrum, Turkey.

Yavuz-Mumcu, H. (2018). Kesir işlemlerinde modellerin kullanma: Bir durum çalışması. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *12*(1), 122-151.

Yazgan, Y. (2007). *10-11 yaş Grubundaki Öğrencilerin Kesirleri Kavramaları üzerine Deneysel Bir Çalışma* (Yayımlanmamış Doktora Tezi). Bursa: Uludağ Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, Sınıf Öğretmenliği Bilim Dalı.

Yenilmez, K. & Uysal, E. (2007). İlköğretim öğrencilerinin matematiksel kavram ve sembolleri günlük hayatla ilişkilendirebilme düzeyi. *On Dokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24,* 89-98.

Yeşildere, S. (2007). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının matematiksel alan dilini kullanma yeterlikleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, *24*(2), 61-70.

Yıldız F. (2016). *Altıncı ve yedinci sınıf öğrencilerinin matematiksel, sözel, sembolik ve görsel dili anlama ve kullanma becerisinin incelenmesi* (Yüksek Lisans Tezi). Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı, İstanbul, 185 s.

Yılmaz, Z., & Yenilmez, K. (2008). İlköğretim 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin ondalık sayılar konusundaki kavram yanılgıları (Uşak İli Örneği). *Afyon Kocatepe Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi, 8*(1), 291-312.

Yılmaz, Y. (2016). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kendi ve öğrenci seviyeleri farklı temsil biçimlerini kullanarak kurdukları örüntü problemlerinin incelenmesi* (Yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.

Yurtbakan E., Aydoğdu-İskenderoğlu, T., & Sesli, E. (2016). Sınıf öğretmenlerinin öğrencilerin matematik dersindeki başarılarını arttırılma yolları konusundaki görüşleri. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *35*(2), 101-119.

Zembat, İ.Ö. (2007). Sorun aynı–kavramlar; kitle aynı-öğretmen adayları. *İlköğretim Online*, *6(*2), 305-312.

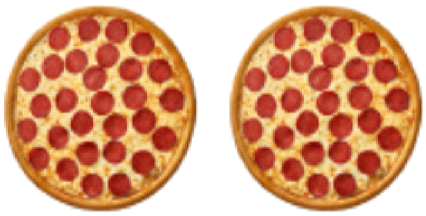
Zhang, J. (1997). The nature of external representations in problem solving. *Cognitive Science, 21*(2), 179–217.

Živković, M., Pellizzoni, S., Doz, E., Cuder, A., Mammarella, I., & Passolunghi, M. C. (2023). Math self-efficacy or anxiety? The role of emotional and motivational contribution in math performance. *Social Psychology of Education*, *26*, 579–601. https://doi.org/10.1007/s11218-023-09760-8

## EKLER

### Ek-1. Kesirlere Yönelik Temsil Dönüşüm Testi

**1)**

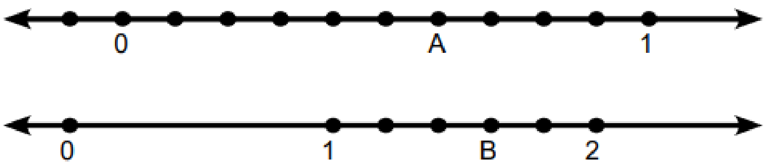


1.pizza 2.pizza

Yukarıdaki iki eş pizzadan Mete birinci pizzanın 3/4'ünü, Kaan ikinci pizzanın 5/8'ini, yemiştir. Bu probleme göre;

- **a.** Mete'nin ve Kaan'ın geriye kalan pizza miktarını işlem yaparak gösteriniz.
- **b.** Geriye kalan pizzaların görünümüne uygun model çiziniz.
- **c.** Geriye kalan pizzalar size ne ifade ediyor, sözel olarak açıklayınız
- **d.** Mete ve Kaan'ın geriye kalan pizza miktarına uygun kesirleri kesir çubukları kullanarak gösteriniz.

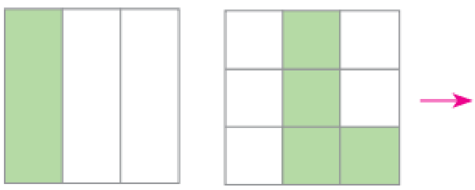
**2)** Aşağıdaki sayı doğrusunda 0 ile 1 arası 10 eş parçaya, 1 ile 2 arası 5 eş parçaya ayrılmıştır.




Buna göre;

- **a.** A ve B noktalarına karşılık gelen kesirleri yazınız.
- **b.** A ve B kesirleri size ne ifade etmektedir, sözel olarak ifade ediniz.
- **c.** A ve B kesirlerine yönelik gerçek yaşam durumlarıyla ilgili örnek oluşturunuz.
- **d.** A ve B kesirlerini kesir çubukları kullanarak gösteriniz.

**3)**



……… + ……… = …………..

Yukarıda, aynı bütün üzerinde iki farklı kesir modeli kullanılarak kesirlerle toplama işlemi gösterilmiştir. Buna göre;

a. Model üzerinde verilen kesirlerle toplama işleminin matematiksel (nümerik) ifadesini yazınız ve işlemi yapınız.
b. Modellenen bu işlem size ne ifade ediyor, sözel olarak açıklayınız
c. Modellenen işlemi kesir çubukları kullanarak ifade ediniz.
d. Modellenen işleme yönelik gerçek yaşam durumlarıyla ilgili örnek oluşturunuz.

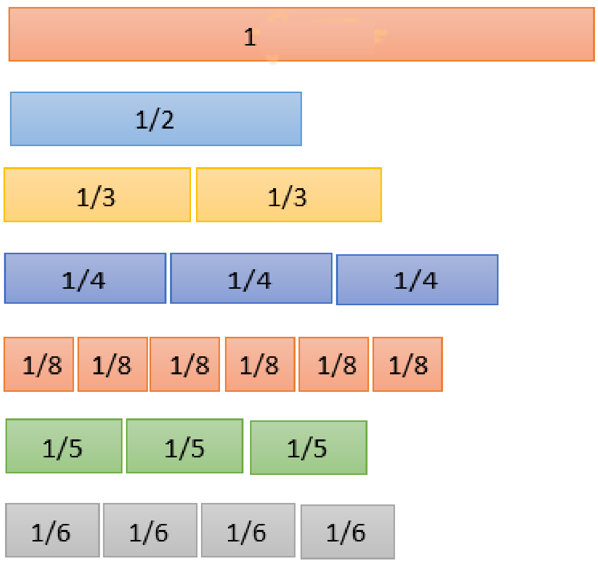
**4)** 1/5, 4/5, 8/5 kesirlerini;

a. Kesir çubukları kullanarak ifade ediniz.
b. Kesirleri sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.
c. Kesirler size ne ifade etmektedir, sözel olarak açıklayınız.
d. Kesirlere yönelik gerçek yaşam durumlarıyla ilgili örnek oluşturunuz.

**5)** Metin, bir kitabın dörtte birini okudu. Bu kitaptan 36 sayfa daha okusaydı kitabın bir bölü ikisini okumuş olacaktı. Kitabın tamamı kaç sayfadır?

a. Problem çözümünü işlem yaparak gösteriniz.
b. Yaptığınız işlemleri sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.
c. Yaptığınız işlemleri kesir çubukları kullanarak ifade ediniz.
d. Verilen problem durumuna yönelik gerçek yaşam durumlarıyla ilgili örnek oluşturunuz.

**6)**




Yukarıda kesir çubuklarıyla gösterilen kesirlere uygun;

a. Kesirleri yazınız.
b. Kesirlerden istediğiniz bir kesre yönelik gerçek yaşam durumlarıyla ilgili örnek oluşturunuz.
c. Kesirleri sayı doğrusu üzerinde gösteriniz.
d. Kesirler size ne ifade etmektedir, sözel olarak açıklayınız.

## Ek-2. Veri Toplama İzni

T.C.
AKSARAY VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü

Sayı : E-76490249-605.01-63238249 10/11/2022
Konu : Veri Toplama ve Anket İzni

**VALİLİK MAKAMINA**

**İlgi:** a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarih ve 2020/2 nolu genelgesi.
b) Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 08/11/2022 tarihli ve E-67873788-915.03.03-00000475238 sayılı yazı ve ekleri.

İlgi (b) yazı ile; Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı 211029002 numaralı öğrencisi Bilge BARAN'ın, **"Ortaokul Öğrencilerinin Kesirler Konusuna Yönelik Temsiller Arası Dönüşüm Süreci Yeterliklerinin ve İlişkilendirme Becerilerinin İncelenmesi"** konulu veri toplama ve anket çalışmasını İlimiz Resmi Ortaokul öğrencilerine ölçek uygulamak istemektedir.

Konu ile ilgili belgelerin ve anket sorularının incelenmesi neticesinde; Başvurunun Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri konulu ilgi (a) da kayıtlı Genelgede belirtilen usul ve esaslara uygun olarak yapıldığı anlaşılmış olup;

Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı 211029002 numaralı öğrencisi Bilge BARAN'ın, **"Ortaokul Öğrencilerinin Kesirler Konusuna Yönelik Temsiller Arası Dönüşüm Süreci Yeterliklerinin ve İlişkilendirme Becerilerinin İncelenmesi"** konulu veri toplama ve anket çalışmasını İlimiz Resmi Ortaokul öğrencileri üzerinde yapma isteği; çalışmanın gönüllülük esasına dayandığı gözönünde bulundurularak: ilgi (a) Genelge esasları dahilinde; eğitim-öğretim faaliyetlerini aksatmamak, sorumluluk okul/kurum idarecilerinde olmak, çalışmalarda mühürlü ve imzalı materyalları kullanmak, rapor sonuçlarını çalışmanın bitiminden sonra 30 gün içinde İl Millî Eğitim Müdürlüğümüze vermek ve uygulamanın 2022-2023 eğitim-öğretim yılı içerisinde tamamlanması koşuluyla, Müdürlüğümüzce uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde, olurlarınıza arz ederim.

Hacı Ömer KARTAL
İl Millî Eğitim Müdürü

**EK :** İlgi Dilekçe ve Ekleri (31 Sayfa)

OLUR
10/11/2022

Şeyma POLAT BALAK
Vali a.
Vali Yardımcısı

**ÖZGEÇMİŞ**

| KİŞİSEL BİLGİLER | |
|---|---|
| **Adı Soyadı:** | Bilge BARAN |
| **Uyruğu:** | T.C. |
| **Orcid Numarası:** | 0000-0003-4533-5018 |

| EĞİTİM BİLGİLERİ | |
|---|---|
| **Lisans** | |
| **Üniversite:** | Cumhuriyet Üniversitesi |
| **Fakülte:** | Eğitim Fakültesi |
| **Bölümü** | İlköğretim Matematik Öğretmenliği |
| **Mezuniyet Yılı:** | 2005 |
| **Yüksek Lisans** | |
| **Üniversite:** | Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi |
| **Enstitü:** | Fen Bilimleri Enstitüsü |
| **Anabilim Dalı:** | Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi |
| **Bilim Dalı** | Matematik Eğitimi |
| **Mezuniyet Yılı:** | 2024 |
| **Makaleler ve Bildiriler** | |
| Baran, B., & Kuzu, O. (2023, Haziran). *Ortaokul öğrencilerinin kesirler konusuna yönelik ilişkilendirme becerisinin incelenmesi*. Uluslararası Avrasya Eğitim Araştırmaları Kongresi, Ankara, Türkiye. | |
| Baran, B., & Kuzu, O. (2023, Ekim). *Investigating middle school students' competencies in the process of transformation between representations on fractions*. 6th International Turkish Computer & Mathematics Education Symposium, Ankara, Türkiye. | |