T.C.
AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DİFERENSİYEL DENKLEMLERİN HOMOTOPİ PERTURBASYON METODU İLE YAKLAŞIK ANALİTİK ÇÖZÜMLERİ

HURİYE KADAKAL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

MATEMATİK ANABİLİM DALI

KIRŞEHİR
TEMMUZ - 2011

T.C.
AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

DİFERENSİYEL DENKLEMLERİN HOMOTOPİ PERTURBASYON METODU İLE YAKLAŞIK ANALİTİK ÇÖZÜMLERİ

HURİYE KADAKAL

YÜKSEK LİSANS TEZİ
MATEMATİK ANABİLİM DALI

DANIŞMAN:
YRD. DOÇ. DR. İ. ONUR KIYMAZ

KIRŞEHİR
TEMMUZ - 2011

Fen Bilimleri Enstitüsü Müdürlüğü'ne

Bu çalışma jürimiz tarafından MATEMATİK Anabilim Dalında YÜKSEK LİSANS TEZİ olarak kabul edilmiştir.

Başkan: Yrd. Doç. Dr. Ayşegül ÇETİNKAYA
Akademik Ünvanı, Adı-Soyadı

Üye: Yrd. Doç. Dr. İ. Onur KIYMAZ
Akademik Ünvanı, Adı-Soyadı

Üye: Yrd. Doç. Dr. Muharrem AKTÜMEN
Akademik Ünvanı, Adı-Soyadı

Onay
Yukarıdaki imzaların, adı geçen öğretim üyelerine ait olduğunu onaylarım.

.../.../20..

Doç. Dr. Mustafa KURT
Enstitü Müdürü

ÖZET

Bu tezde, lineer ve lineer olmayan pek çok türde adi ve kısmi diferensiyel denklemlere başarıyla uygulanmış bir analitik yaklaşım tekniği olan Homotopi Perturbasyon Metodu ele alındı. Metotla ilgili literatür tarandı ve seçilen bazı çalışmalar hakkında açıklayıcı bilgiler verildi. Ayrıca metod çeşitli örneklere uygulandı ve elde edilen sonuçlar analitik çözümlerle karşılaştırıldı.

Anahtar Kelimeler: Lineer olmayan diferensiyel denklemler, başlangıç değer problemi, sınır değer problemi, yaklaşık analitik çözüm, Homotopi Perturbasyon Metodu.

ABSTRACT

In this thesis, Homotopy Perturbation Method, which is an analytic approximation technique that successfully applied various kinds of linear and Nonlineer ordinary and partial differential equations, were discussed. A literature review was performed and descriptive information about some of these studies were given. Besides, the method was applied to different examples and the obtained results were compared with analytical solutions.

Keywords: Nonlineer differential equations, initial value problem, boundary value problem, approximate analytic solution, Homotopy Perturbation Method.

TEŞEKKÜR

Yüksek lisans tez çalışması sırasında değerli zamanını ayırarak bilimsel katkıları ile bana yön veren tez danışmanım Sayın Yrd. Doç. Dr. İsmail Onur KIYMAZ hocama, araştırma süresince ilgi ve alakalarını eksik etmeyen eşim Doç. Dr. Mahir KADAKAL ve Ahi Evran Üniversitesi Fen-Edebiyat Fakültesi Matematik Bölümü Öğretim üye ve elemanlarına en içten teşekkür ve saygılarımı sunarım. Ayrıca tez çalışmalarım sırasında bana maddi ve manevi her türlü desteği veren anne ve babama, çocuklarım Gülsüm ve Oğuzhan'a sonsuz teşekkür ederim.

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

1 GİRİŞ

Bir ya da daha çok bağımlı değişkenin, bir ya da daha çok bağımsız değişkene göre türevlerini içeren matematiksel denklemlere *diferensiyel denklemler* denir. Sürekli değişen niceliklerin uzay ve/veya zamandaki değişim oranlarını içeren belirli ilişkileri incelemek istendiğinde diferensiyel denklemler ile karşılaşılır. Bu sebeple diferensiyel denklemler mühendislik, fiziki bilimler, ekonomi gibi çok çeşitli disiplinlerde önemli rol oynar.

Bağımlı değişkenin, tek bir bağımsız değişkenin fonksiyonu olarak yazılabildiği diferensiyel denklemlere *adi diferensiyel denklemler*, birden çok bağımsız değişkenin fonksiyonu olarak yazılabildiği diferensiyel denklemlere ise *kısmi diferensiyel denklemler* denir. Her iki denklem türü, lineer ve lineer olmayan (nonlineer) olarak sınıflandırılabilinir. Eğer bağımlı değişken ve türevleri birinci dereceden ise denkleme *lineer* aksi halde *nonlineer* denklemdir denir.

Diferensiyel denklemler matematiksel olarak çeşitli perspektiflerden incelenmiştir. Bu çalışmaların büyük çoğunluğu denklemi sağlayan çözüm fonksiyonlarını bulmak üzerinedir. Diferensiyel denklemlerin sadece çok basit formda olanlarının belirgin formüllerle ifade edilebilen tam çözümleri vardır. Nonlineer diferensiyel denklemlerin çok küçük bir kısmı hariç tam çözümleri elde edilemez.

Gerçek hayatta karşımıza çıkan pek çok problem ise nonlineerdir ve matematiksel modelleri nonlineer diferensiyel denklemlerden oluşur. Günümüzde, bilgisayar teknolojisinin de gelişmesiyle, bu tür problemlerin yaklaşık çözümleri sayısal ya da analitik yaklaşım yöntemleri kullanılarak hesaplanabilmektedir. Genellikle sayısal yöntemler nonlineer problemlere karmaşık tanım kümeleri üzerinde uygulanabilir. Bu, sayısal yöntemlere, çok daha basit tanım kümeleri üzerinde uygulanan analitik yaklaşım yöntemlerine kıyasla belirgin bir üstünlük sağlar. Bununla birlikte sayısal yöntemler, çözüm eğrisinin belirli noktalarındaki yaklaşık değerlerini verir ki bu çözümün tam olarak anlaşılmasını güçleştirir. Halbuki analitik yaklaşım yöntemleri gerçek çözümü temsil eden bir yaklaşım eğrisi verir. Böylece çözümün karakteri hakkında daha ayrıntılı analiz yapılabilir.

Nonlineer problemler için geliştirilen yaklaşık analitik yöntemlerden bazıları *perturbasyon yöntemleri* olarak adlandırılır ve geniş bir uygulama alanına sahiptir. Bu yöntemler sayesinde pek çok nonlineer problemin önemli özellikleri ortaya çıkarılmıştır. Perturbasyon yöntemleri, *perturbasyon miktarı* denilen küçük ya da büyük parametrelerin varlığına dayanır. Perturbasyon yöntemleri bu parametreleri nonlineer problemleri sonlu sayıda lineer alt problemlere indirgemek için kullanır ve yaklaşık çözümü bu alt problemlerin ilk birkaç tanesinin çözümlerinin toplamı olarak ifade eder. Bu parametrelerin varlığı bu yöntemin en ciddi kısıtlamasıdır. Çünkü her nonlineer problem bu tür parametreler içermek zorunda değildir. Ayrıca bu yöntemlerde eğer nonlineerlik kuvvetliyse analitik yaklaşım bozulabilir. Bu yüzden perturbasyon yöntemleri sadece zayıf nonlineerlik durumunda kullanılır. Bunun en önemli sebebi olarak perturbasyon yöntemlerinin yakınsaklık aralığını ayarlamaya olanak vermemesi gösterilebilir.

Perturbasyon miktarı içermeyen başka analitik yaklaşım yöntemleri de mevcuttur. Lyapunov yapay parametre yöntemi bunlardan biridir. Bu yöntemde parametre miktarı denkleme dışarıdan eklenir ve yaklaşık çözüm bu parametre üzerinden kuvvet serisine açılarak hesaplanır. Son olarak bulunan çözümde parametre bire eşitlenir. Bu fikir daha sonraları Karmishin v.d. tarafından δ-açılım yöntemi olarak geliştirilmiştir. δ-açılım yöntemi aslında Lyapunov'un yöntemine denktir. Bu yöntemde de δ parametresi denkleme dışarıdan eklenir ve çözüm bu parametre üzerinden kuvvet serisine açılır. Daha sonra bu seri Padé yaklaşımlarına dönüştürülür ve elde edilen çözümde parametre olması gereken değere eşitlenir. Her iki yöntemde de denklemin farklı yerlerine eklenen yapay parametreler kullanılır. Ancak bu parametreleri denkleme yerleştirmek son derece teknik bir iştir ve çoğu zaman yakınsama yavaş olur ya da hiç yakınsama olmaz. Ayrıca her iki yöntem de, tıpkı perturbasyon yönteminde olduğu gibi yakınsaklık aralığını ayarlamaya izin vermez ve nonlineerlik güçlü ise yaklaşım bozulabilir.

Yukarıda bahsedilen yöntemlerden daha iyi bir analitik yöntem olan Adomian ayrıştırma yöntemi ise nonlineerlik güçlü olsada yaklaşık çözüm bulabilir. Bu yöntem adi ya da kısmi, lineer ya da nonlineer, parametre içeren ya da içermeyen her türlü probleme uygulanabilir. Ayrıca yöntemin yaklaşımı hızlıdır. Ancak bu yöntemin de bazı kısıtlamarı mevcuttur. Bunlardan en önemlisi yaklaşım fonksiyonlarının polinomlar cinsinden ifade edilmesidir. Halbuki polinom fonksiyonları nonlineer problemleri ifade etmek için yeterli olmazlar. Bu yüzden yakınsaklık aralığı küçük olur. Ayrıca bu yöntem de yakınsaklık aralığını ayarlamaya olanak vermez.

Özetlersek, ne perturbasyon yöntemleri ne de parametre içermeyen diğer yöntemler kullanıcısına yakınsaklık aralığını ayarlamaya ve nonlineer problemlerin çözümlerini en iyi biçimde temsil edecek yaklaşık çözümleri oluşturmaya izin vermez. Bu yüzden parametre içersin ya da içermesin, nonlineerliği zayıf olsun ya da olmasın, yakınsaklık aralığını ayarlamaya ve çözümlerin yaklaşımlarını çeşitli fonksiyonlar cinsinden ifade edebilmeye olanak verecek başka bir yönteme ihtiyaç duyulmuştur.

Biz bu tez çalışmasında topolojinin temel kavramlarından biri olan *homotopi* kavramını kullanarak geliştirilmiş bir analitik yaklaşım yöntemi olan *homotopi perturbasyon metodu*na değineceğiz.

2 HOMOTOPİ PERTURBASYON METODU

Ji-Huan He, 2003 yılında yapmış olduğu çalışmasında [1], geleneksel perturbasyon metotlarının aksine, bir küçük parametreye gerek duymayan bir metot geliştirmiştir.

Metodun temel fikrini anlatabilmek için aşağıdaki genel nonlineer problemi ele alalım:

$$A(u) - f(\mathbf{r}) = 0, \quad \mathbf{r} \in \Omega \tag{2.1}$$

$$B(u, \frac{\partial u}{\partial n}) = 0, \quad \mathbf{r} \in \Gamma \tag{2.2}$$

Burada A genel diferensiyel operatör, B sınır operatörü, $f(\mathbf{r})$ bilinen bir analitik fonksiyon ve Γ , Ω tanım kümesinin sınırıdır. A operatörü genellikle L lineer, N nonlineer operatörler olmak üzere ikiye ayrılabilir.

Böylece (2.1) denklemi

$$L(u) + N(u) - f(\mathbf{r}) = 0$$

biçiminde yeniden yazılabilir. Buradan u_0 (2.1) denkleminin ilk yaklaşık çözümü olmak üzere

$$v(\mathbf{r}, p) : \Omega \times [0, 1] \to \mathbb{R}$$

homotopisini oluşturabiliriz. Bu homotopi $p \in [0, 1]$ ve $\mathbf{r} \in \Omega$ olmak üzere

$$\begin{aligned} \mathcal{H}(v, p) &= (1 - p)\,[L(v) - L(u_0)] + p\,[A(v) - f(\mathbf{r})] \\ &= L(v) - L(u_0) + pL(u_0) + p\,[N(v) - f(\mathbf{r})] \\ &= 0 \end{aligned} \tag{2.3}$$

eşitliğini sağlar.

Burada (2.3) denklemine *perturbasyon denklemi* ve p parametresine *gömülü parametre* denir. Bu parametre küçük parametre gibi düşünülerek klasik perturbasyon yöntemi ile çözüm yapılabilir.

(2.3) denklemine dikkat edersek $p = 0$ için

$$\mathcal{H}(v, 0) = L(v) - L(u_0) = 0 \tag{2.4}$$

lineer denklemi, $p = 1$ için ise

$$\mathcal{H}(v, 1) = A(v) - f(\mathbf{r}) = 0 \tag{2.5}$$

orjinal nonlineer denklem elde edilir. Böylece p gömülü parametresinin 0'dan 1'e değişmesi demek $\mathcal{H}(v, p)$ fonksiyonunun (2.4) denkleminin çözümünden (2.5) denkleminin çözümüne dönüşmesi demektir. Bu işleme topolojide *bozulma (deformation)* denir.

Klasik perturbasyon yönteminde, problemlerin çözümlerinin p küçük parametresinin bir serisi olduğu düşünülür ve

$$v = v_0 + pv_1 + p^2 v_2 + \cdots$$

serisi denklemde yerine yazılır. p parametresinin kuvvetleri cinsinden düzenlenip katsayılar sıfıra eşitlenir. Elde edilen denklemler sırayla çözülüp $v_i,\ i = 1, 2, \ldots$ fonksiyonları bulunur. Bulunan fonksiyonların toplamı yaklaşık çözümü p parametresine bağlı olarak verir.

Homotopi perturbasyon metodu ise verilen (2.1-2.2) problemi için önce homotopi oluşturup (2.3) denklemini elde eder. Bu denklemi klasik perturbasyon yöntemi ile çözer ve son olarak $p = 1$ alarak yaklaşık çözümü oluşturur. Yöntemin işleyişini bir örnekle açıklayalım.

Örnek 2.1 Sabit katsayılı lineer homojen olmayan

$$u'' + u = \cos t \tag{2.6}$$

$$u(0) = 1, \quad u'(0) = 0 \tag{2.7}$$

başlangıç değer problemini ele alalım.

$$L(v) = v'',\ N(v) = v$$

olmak üzere,

$$L(v) - L(u_0) + pL(u_0) + pN(v) - p\cos t = 0$$

denklemini sağlayan homotopiyi oluşturalım. İlk yaklaşım fonksiyonu olarak

$$u_0(t) = at + b$$

alalım. Başlangıç şartlarını sağlaması gerektiğinden

$$u_0(t) = 1$$

buluruz. Böylece

$$v'' + pv = p\cos t \tag{2.8}$$

denklemini elde ederiz.

Bu denklemin çözümünün

$$v = v_0 + pv_1 + p^2v_2 + ...$$

biçiminde olduğunu varsayarak (2.8) denkleminde yerine yazarsak

$$\left(v_0 + pv_1 + p^2v_2 + ...\right)'' + p\left(v_0 + pv_1 + p^2v_2 + ...\right) = p\cos t$$

elde ederiz. Bu denklemi p nin kuvvetleri cinsinden düzenleyerek

$$(v_0'') + p\,(v_1'' + v_0 - \cos t) + p^2\,(v_2'' + v_1) + \ldots = 0$$

sonucuna ulaşırız. Karşılıklı katsayılar eşit olması gerektiğinden

$$\begin{aligned} v_0'' &= 0 \\ v_1'' + v_0 &= \cos t \\ v_2'' + v_1 &= 0 \\ &\vdots \end{aligned}$$

sistemini elde ederiz.

(2.6) denkleminin yaklaşık çözümünün

$$u = \lim_{p\to 1} v = v_0 + v_1 + v_2 + ...$$

olduğunu varsaydığımızdan (2.7) başlangıç değerlerini

$$u(0) = v_0(0), \quad u'(0) = v_0'(0)$$

ve

$$\begin{aligned} v_1(0) &= v_2(0) = ... = 0 \\ v_1'(0) &= v_2'(0) = ... = 0 \end{aligned}$$

olarak alabiliriz. Böylece

$$\begin{cases} v_0'' = 0 \\ v_0(0) = 1, \; v_0'(0) = 0 \end{cases}$$

ilk yaklaşım problemine ulaşırız.

Bu problemin çözümü

$$v_0(t) = 1$$

olarak bulunur. Bu sonuç

$$v_1'' + v_0 = \cos t$$

denkleminde yerine yazılarak

$$\begin{cases} v_1'' = \cos t - 1 \\ v_1(0) = 0, \quad v_1'(0) = 0 \end{cases}$$

ikinci yaklaşım problemi elde edilir. Bu problemin çözümü ise

$$v_1(t) = 1 - \frac{1}{2}t^2 - \cos t$$

biçimindedir. Bu sonuç

$$v_2'' + v_1 = 0$$

denkleminde yerine yazılarak üçüncü yaklaşım problemi

$$\begin{cases} v_2'' = -1 + \frac{1}{2}t^2 + \cos t \\ v_2(0) = 0, \qquad v_2'(0) = 0 \end{cases}$$

olarak bulunur.

Böylece
$$v_2(t) = 1 - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{24}t^4 - \cos t$$
olarak elde edilir. Buradan
$$v = 1 + p\left(1 - \frac{1}{2}t^2 - \cos t\right) + p^2\left(1 - \frac{1}{2}t^2 + \frac{1}{24}t^4 - \cos t\right) + \cdots$$
olarak bulunur. Son olarak $\cos t$ fonksiyonu yerine $x = 0$ noktası civarındaki seri açılımının ilk beş terimi kullanılır, $p = 1$ alınır ve hesaplamalara bu adımda son verilirse yaklaşık çözüm
$$u^*(t) = 1 - \frac{1}{24}t^4 + \frac{1}{360}t^6 - \frac{1}{20160}t^8 + \cdots$$
biçiminde elde edilir. Bu problemin analitik çözümü
$$u(t) = \cos t + \frac{1}{2}t\sin t$$
olup seri açılımı
$$u(t) = 1 - \frac{1}{24}t^4 + \frac{1}{360}t^6 - \frac{1}{13440}t^8 + \mathcal{O}(t^{10})$$
biçimindedir.

Daha öncede bahsettiğimiz gibi klasik perturbasyon yöntemlerini kullanabilmek için ya denklemler küçük parametre içermelidir ya da bu parametreler denkleme dışarıdan eklenmelidir.

Örneğin $u(0) = 0$ başlangıç koşuluyla verilen
$$u' + u^2 = 1$$
problemini β yapay parametre olmak üzere yeniden yazalım:
$$u' = (1 - u)(1 + \beta u)$$

β parametresini küçük parametre olarak değerlendirip perturbasyon metodunu uygularsak

$$\begin{aligned} u(t,\beta) &= u_0 + \beta u_1 \\ &= \left(1 - e^{-t}\right) + \beta e^{-t}\left(e^{-t} + t - 1\right) \end{aligned}$$

elde ederiz ki bu $\beta = 1$ için iyi bir yaklaşım verir.

Ancak yapay parametrelerin denkleme yerleştirilmesi son derece teknik bir iştir ve çoğunlukla metot doğru sonuç vermez. Örneğin bir önceki problemde

$$u' = (1 - \beta u)(1 + u)$$

olarak alırsak metot herhangi bir sonuca yakınsamaz. Bunun nedeni yapay parametreyi küçük parametre gibi düşünerek perturbasyonun uygulanmasıdır.

Homotopi perturbasyon metodunun diğer perturbasyon yöntemlerinden daha kullanışlı olmasının sebebi, denklemlerin küçük parametre içermesi gerekmediği gibi parametrelerin yakınsamayı sağlayacak şekilde dışarıdan eklenebilmesidir.

3 METODUN UYGULAMALARI

Bu bölümde yukarıda bahsedilen metodun çeşitli nonlineer problemlere uygulamalarını vereceğiz.

Örnek 3.1 Sabit katsayılı nonlineer homojen olmayan

$$u'' - 6u^2 + 6 = 0 \tag{3.1}$$

$$u(0) = 2, \quad u'(0) = 0 \tag{3.2}$$

başlangıç değer problemini ele alalım.

$$L(v) = v'',\ N(v) = -6v^2$$

olmak üzere

$$L(v) - L(u_0) + pL(u_0) + pN(v) - 6p = 0$$

homotopisini oluşturalım. İlk yaklaşım fonksiyonu olarak

$$u_0(t) = at + b$$

alalım. Başlangıç şartlarını sağlaması gerektiğinden

$$u_0(t) = 2$$

buluruz. Böylece

$$v'' - 6pv^2 + 6p = 0 \tag{3.3}$$

denklemini elde ederiz.
Bu denklemin çözümünün

$$v = v_0 + pv_1 + p^2v_2 + ...$$

biçiminde olduğunu varsayarak (3.3) denkleminde yerine yazarsak

$$\left(v_0 + pv_1 + p^2v_2 + ...\right)'' - 6p\left(v_0 + pv_1 + p^2v_2 + ...\right)^2 + 6p = 0$$

elde ederiz. Bu denklemi p nin kuvvetleri cinsinden düzenlersek

$$(v_0'') + p\left(v_1'' - 6v_0^2 + 6\right) + p^2\left(v_2'' - 12v_0v_1\right) + ... = 0$$

sonucuna ulaşırız. Karşılıklı katsayılar eşit olması gerektiğinden

$$\begin{aligned} v_0'' &= 0 \\ v_1'' - 6v_0^2 + 6 &= 0 \\ v_2'' - 12v_0v_1 &= 0 \\ &\vdots \end{aligned}$$

sistemine ulaşırız.
Başlangıç şartlarını 2.1. örnekte olduğu gibi alarak ilk yaklaşım problemini

$$\begin{cases} v_0'' = 0 \\ v_0(0) = 2,\ v_0'(0) = 0 \end{cases}$$

olarak buluruz. Bu problemin çözümü

$$v_0(t) = 2$$

olarak bulunur. Elde edilen sonuç

$$v_1'' - 6v_0^2 + 6 = 0$$

denkleminde yerine yazılarak ikinci yaklaşım problemi

$$\begin{cases} v_1'' - 18 = 0 \\ v_1(0) = 0,\ v_1'(0) = 0 \end{cases}$$

olur. Bu problemin çözümü ise

$$v_1(t) = 9t^2$$

biçimindedir.
Hesaplamalara benzer şekilde devam edersek üçüncü yaklaşım problemi

$$\begin{cases} v_2'' - 216t^2 = 0 \\ v_2(0) = 0,\ v_2'(0) = 0 \end{cases}$$

olur. Buradan çözüm

$$v_2(t) = 18t^4$$

olarak bulunur. Böylece $p = 1$ alınır ve hesaplamalara bu adımda son verilirse yaklaşık çözüm

$$u^*(t) = 2 + 9t^2 + 18t^4$$

olarak elde edilir. Bu problemin seri çözümü

$$u(t) = 2 + 9t^2 + 18t^4 + \frac{153}{5}t^6 + \frac{1674}{35}t^8 + \frac{12438}{175}t^{10} + \mathcal{O}(t^{12})$$

biçimindedir.

Örnek 3.2 Değişken katsayılı lineer homojen

$$u'' + \frac{2}{t}u' - \left(4t^2 + 6\right)u = 0$$

$$u(0) = 1,\ u'(0) = 0$$

başlangıç değer problemini ele alalım.

$$L(v) = v'' + \frac{2}{t}v'$$

ve

$$N(v) = -(4t^2 + 6)v$$

olmak üzere

$$L(v) - L(u_0) + pL(u_0) + pN(v) = 0$$

homotopisini oluşturalım.
İlk yaklaşım fonksiyonu olarak $u_0(t) = at + b$ alalım. Başlangıç şartlarını sağlaması gerektiğinden $u_0(t) = 1$ bulunur. Böylece

$$v'' + \frac{2}{t}v' - p(4t^2 + 6)v = 0 \tag{3.4}$$

denklemi elde edilir. Denklemin çözümünün

$$v = v_0 + pv_1 + p^2v_2 + \cdots$$

biçiminde olduğunu varsayar, (3.4) denkleminde yerine yazar ve p nin kuvvetleri cinsinden düzenlersek

$$\begin{aligned} v_0'' &+ \frac{2}{t}v_0' + p\left(v_1'' + \frac{2}{t}v_1' - (4t^2 + 6)v_0\right) \\ &+ p^2\left(v_2'' + \frac{2}{t}v_2' - (4t^2 + 6)v_1\right) + \cdots = 0 \end{aligned}$$

elde ederiz. Karşılıklı katsayıları eşitleyerek benzer işlemlerle

$$\left\{\begin{array}{c} v_0'' + \frac{2}{t}v_0' = 0 \\ v_0(0) = 1,\ v_0'(0) = 0 \end{array}\right. \Rightarrow v_0(t) = 1$$

$$\left\{\begin{array}{c} v_1'' + \frac{2}{t}v_1 - (4t^2+6)v_0 = 0 \\ v_1(0) = 0,\ v_1'(0) = 0 \end{array}\right. \Rightarrow v_1(t) = t^2 + \frac{1}{5}t^4$$

$$\left\{\begin{array}{c} v_2'' + \frac{2}{t}v_2 - (4t^2+6)v_1 = 0 \\ v_2(0) = 0,\ v_2'(0) = 0 \end{array}\right. \Rightarrow v_2(t) = \frac{3}{10}t^4 + \frac{13}{105}t^6 + \frac{1}{90}t^8$$

sonuçlarına ulaşılır.
Böylece yaklaşık çözüm, $p = 1$ alınarak ve hesaplamalara bu adımda son verilerek

$$u^*(t) = 1 + t^2 + \frac{1}{2}t^4 + \frac{13}{105}t^6 + \frac{1}{90}t^8$$

biçiminde bulunur. Bu sonuç denklemin analitik çözümü olan

$$u(t) = e^{t^2}$$

fonksiyonunun seri açılımının ilk üç terimi ile aynıdır.

Örnek 3.3 Değişken katsayılı nonlineer homojen

$$u'' + \frac{2}{t}u' + \left(8e^u + 4e^{\frac{u}{2}}\right)u = 0$$

$$u(0) = 0, \quad u'(0) = 0$$

başlangıç değer problemini ele alalım.

$$L(v) = v'' + \frac{2}{t}v'$$

ve

$$N(v) = (8e^v + 4e^{\frac{v}{2}})v$$

olmak üzere

$$L(v) - L(u_0) + pL(u_0) + pN(v) = 0$$

homotopisini oluşturalım.
İlk yaklaşım fonksiyonu olarak $u_0(t) = at + b$ alalım. Başlangıç şartlarını sağlaması gerektiğinden $u_0(t) = 0$ bulunur. Böylece

$$v'' + \frac{2}{t}v' + p(8e^v + 4e^{\frac{v}{2}})v = 0 \tag{3.5}$$

denklemi elde edilir. Bu denklemin yaklaşık analitik çözümüne ulaşabilmek için öncelikle denklemde yer alan üstel fonksiyonları seriye açmalıyız. Daha sonra denklemin çözümünün

$$v = v_0 + pv_1 + p^2v_2 + \cdots$$

biçiminde olduğunu varsayar, (3.5) denkleminde yerine yazar ve p nin kuvvetleri cinsinden düzenlersek

$$\begin{aligned} v_0'' &+ \frac{2}{t}v_0' + p\left(v_1'' + \frac{2}{t}v_1' + \frac{9}{2}v_0^2 + 10v_0 + 12\right) \\ &+ p^2\left(v_2'' + \frac{2}{t}v_2' + 10v_1 + 9v_0v_1\right) + \cdots = 0 \end{aligned}$$

elde ederiz. Karşılıklı katsayıları eşitleyerek benzer işlemlerle

$$\begin{cases} v_0'' + \frac{2}{t}v_0' = 0 \\ v_0(0) = 0, \ v_0'(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow v_0(t) = 0$$

$$\begin{cases} v_1'' + \frac{2}{t}v_1' + \frac{9}{2}v_0^2 + 10v_0 + 12 = 0 \\ v_1(0) = 0, \ v_1'(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow v_1(t) = -2t^2$$

$$\begin{cases} v_2'' + \frac{2}{t}v_2' + 10v_1 + 9v_0v_1 = 0 \\ v_2(0) = 0, \ v_2'(0) = 0 \end{cases} \Rightarrow v_2(t) = t^4$$

sonuçlarına ulaşılır.
Böylece yaklaşık çözüm $p = 1$ alınarak ve hesaplamalara bu adımda son verilerek

$$u^*(t) = -2t^2 + t^4$$

olarak bulunur. Bu denklemin analitik çözümü

$$u(t) = -2\ln(1 + t^2)$$

biçimindedir ve elde edilen sonuç, fonksiyonun seri açılımının ilk iki terimi ile aynıdır.

Örnek 3.4 Lineer kısmi türevli

$$\begin{cases} u_t + u_{xxxx} = 0, & x \in \mathbb{R}, \quad t > 0, \\ u(x,0) = \sin(x) \end{cases}$$

başlangıç değer problemini ele alalım.

$$L(v) = v_t$$

ve

$$N(v) = v_{xxxx}$$

olmak üzere

$$L(v) - L(u_0) + pL(u_0) + pN(v) = 0$$

homotopisini oluşturalım.
İlk yaklaşım fonksiyonunu başlangıç şartlarını sağlayacak şekilde

$$u_0(x,t) = (t+1)u(x,0) = (t+1)\sin(x)$$

alalım. Böylece

$$v_t - (u_0)_t + p(u_0)_t + pv_{xxxx} = 0 \tag{3.6}$$

denklemi elde edilir. Denklemin çözümünün

$$v = v_0 + pv_1 + p^2 v_2 + p^3 v_3 \cdots$$

biçiminde olduğunu varsayar, (3.6) denkleminde yerine yazar ve p nin kuvvetleri cinsinden düzenlersek

$$\begin{aligned} v_{0t} &- u_{0t} + p\left\{v_{1t} + u_{0t} + v_{0xxxx}\right\} \\ &+ p^2\left\{v_{2t} + v_{1xxxx}\right\} + p^3\left\{v_{3t} + v_{2xxxx}\right\} + \cdots = 0 \end{aligned}$$

elde ederiz. Karşılıklı katsayıları eşitleyerek benzer işlemlerle

$$\begin{cases} v_{0t} - \sin(x) = 0, \quad v_0(x,0) = \sin(x). \\ v_{1t} + v_{0xxxx} + \sin(x) = 0, \quad v_1(x,0) = 0. \\ v_{2t} + v_{1xxxx} = 0, \quad v_2(x,0) = 0. \\ v_{3t} + v_{2xxxx} = 0, \quad v_3(x,0) = 0. \\ \vdots \end{cases} \tag{3.7}$$

problemlerine ulaşırız. (3.7) problemlerinin çözümleri ise

$$\begin{aligned} v_0(x,t) &= (t+1)\sin(x) \\ v_1(x,t) &= -(t+4)t\frac{\sin(x)}{2} \\ v_2(x,t) &= (t+6)t^2\frac{\sin(x)}{6} \\ v_3(x,t) &= -(t+8)t^3\frac{\sin(x)}{24} \\ &\vdots \end{aligned}$$

şeklindedir. Böylece problemin yaklaşık çözümü

$$\begin{aligned} u^*(x,t) &= \sum_{i=0}^{3} v_i(x,t) \\ &= \left(1 - t + \frac{t^2}{2} - \frac{t^3}{6} - \frac{t^4}{24} + \cdots\right)\sin(x) \end{aligned}$$

olarak bulunur. Bu sonuç ise problemin çözümü olan

$$u(x,t) = e^{-t}\sin(x)$$

fonksiyonunun seri açılımının ilk beş terimi ile aynıdır.

Örnek 3.5 Nonlineer kısmi türevli

$$u_t - u_{xxt} + uu_x = 0,\ x \in \mathbb{R},\ t > 0$$

denklemini

$$u(x,0) = x$$

başlangıç koşuluyla birlikte ele alalım. Önceki örneklerde olduğu gibi

$$L(v) = v_t$$

ve

$$N(v) = -v_{xxt} + vv_x$$

olmak üzere

$$L(v) - L(u_0) + pL(u_0) + pN(v) = 0$$

homotopisini oluşturalım.
İlk yaklaşım fonksiyonunu başlangıç şartlarını sağlayacak şekilde

$$u_0(x,t) = (t+1)u(x,0) = (t+1)x$$

alalım. Böylece

$$v_t - u_{0t} + pu_{0t} + p\left\{-v_{xxt} + vv_x\right\} = 0 \qquad (3.8)$$

denklemi elde edilir. Denklemin çözümünün

$$v = v_0 + pv_1 + p^2 v_2 + p^3 v_3 + p^4 v_4 \cdots$$

biçiminde olduğunu varsayar, (3.8) denkleminde yerine yazar ve p nin kuvvetleri cinsinden düzenlersek

$$\begin{aligned} v_{0t} &- x + p\left\{v_{1t} + x - v_{0xxt} + v_0 v_{0x}\right\} \\ &+ p^2\left\{v_{2t} + v_{1xxt} + v_1 v_{0x} + v_0 v_{1x}\right\} + \cdots = 0 \end{aligned}$$

elde ederiz. Karşılıklı katsayıları eşitleyerek benzer işlemlerle

$$\begin{aligned} & v_{0t} - x = 0,\ v_0(x,0) = x. \\ & v_{1t} + v_0 v_{0x} - v_{0xxt} + x = 0,\ v_1(x,0) = 0. \\ & v_{2t} + v_1 v_{0x} + v_0 u_{1x} - v_{1xxt} + x = 0,\ v_2(x,0) = 0. \\ & v_{3t} - v_{2xxt} + v_0 v_{2x} + v_1 v_{1x} + v_2 v_{0x} = 0,\ v_3(x,0) = 0. \\ & v_{4t} - v_{3xxt} + v_3 v_{0x} + v_0 v_{3x} + v_2 v_{1x} + v_1 v_{2x} = 0,\ v_4(x,0) = 0. \\ & \vdots \end{aligned} \qquad (3.9)$$

problemlerini elde ederiz. (3.9) problemlerinin çözümleri ise

$$\begin{aligned} v_0(x,t) &= x(1+t) \\ v_1(x,t) &= -xt\left(2 + t + \frac{t^2}{3}\right) \\ v_2(x,t) &= \frac{2}{15}xt^2\left(t^3 + 5t^2 + 15t + 15\right) \\ v_3(x,t) &= \frac{-xt^3}{315}\left(17t^4 + 5119t^3 + 483t^2 + 945t + 840\right) \\ v_4(x,t) &= \frac{2}{2835}xt^4\left(31t^5 + 279t^4 + 1422t^3 + 4032t^2 + 6615t + 4724\right) \\ &\vdots \end{aligned}$$

formunda elde edilebilir. Böylece problemin yaklaşık çözümü

$$u^*(x,t) = \sum_{i=0}^{4} v_i(x,t) = x\left(1 - t + t^2 - t^3 + t^4 - t^5 - \cdots\right)$$

olarak elde edilir. Bu sonuç ise problemin çözümü olan

$$u(x,t) = \frac{x}{1+t}$$

fonksiyonunun seri açılımının ilk beş terimi ile aynıdır.

4 LİTERATÜRDE YER ALAN ÇALIŞMALAR

Literatür tarandığında, geliştirildiği tarihten bu yana pek çok bilim insanı tarafından bu metotla ilgili yüzlerce yayın yapıldığı gözlemlenmiştir. Bu yayınlar içerisinden seçilen bazı makaleler kronolojik sırayla aşağıda verilmiştir.

Ji-Huan He, 2004 yılındaki çalışmasında, Homotopi perturbasyon metodu ve homotopi analiz metodunun arasındaki farkları incelemiştir [2].

2006 yılında Abbasbandy, homotopi perturbasyon metodunu ikinci dereceden Riccati diferensiyel denklemini çözmek için kullanmıştır [3].

Yine Abbasbandy 2006 yılında yapmış olduğu bir diğer çalışmasında, bu metodu tekil olmayan integral denklemlerini çözmek için kullanmıştır [4].

Kajani 2007 yılında lineer integro diferensiyel denklemlerin çözümünde sinüs-kosinüs dalga metodu ile homotopy perturbasyon metodunu karşılaştırmıştır [5].

Golbabai 2007 yılında yayınlanan ilk makalesinde, homotopi perturbasyon metodunu, n. mertebeden integro diferensiyel denklemlerini çözmek için kullanmıştır [6].

Aynı yıl Golbabai, lineer olmayan cebirsel denklemlerin çözümü için yine homotopi perturbasyon metoduna başvurmuştur [7].

2007 yılında Odibat, homotopi perturbasyon metodunun etkili bir modifikasyonu sunmuştur [8].

Hashemi 2007 yılında yapmış olduğu çalışmasında, genelleştirilmiş Huxley denkleminin çözümünü bu metodu ve Adomian ayrıştırma metodu ile elde etmiştir [9].

Ghasemi'nin 2007 yılındaki ilk makalesinde, homotopi perturbasyon metodunu lineer olmayan iki boyutlu dalga denklemine uygulamıştır [10].

Ayrıca aynı yıl yayınlanan bir diğer çalışmasında Ghasemi, lineer olmayan Volterra-Fredholm integral denklemlerinin çözümü için homotopi perturbasyon teorisine dayanan bir nümerik metot sunmuştur [11].

Ghasemi 2007 yılındaki son makalesinde, bu metodu lineer olmayan integro-diferensiyel denklemlerini çözmek için kullanmıştır [12].

2007 yılında yayınlanan bir diğer çalışma ise Chowdhury'e aittir. Bu çalışmada, zamana bağlı Emden-Fowler tipindeki denklemlerin yaklaşık analitik çözümlerini elde etmek için yine homotopi perturbasyon metodunu uygulamıştır [13].

Öziş, 2008 yılında homotopi perturbasyon metodunun modifiye edilmiş formunun belirli lineer olmayan problemler için Adomian ayrıştırma metoduna karşılık geldiğini ortaya çıkarmıştır [14].

Biazar, hiperbolik diferensiyel denklemlerin yaklaşık analitik çözümlerini elde etmek için homotopi perturbasyon metodunu 2008 yılındaki çalışmasında uygulamıştır [15].

Aynı yıl Noor, integral denklemlerin bir eşdeğer sistemi olarak yeniden biçimlendirilen altıncı mertebeden sınır değer problemlerini çözmek için bu metodu kullanmıştır [16].

2008 yılında basılan bir makalesinde An, homotopi perturbasyon metodunu, kompleks KdV denkleminin nümerik karmaşık çözümlerini araştırmak için genişletmiştir [17].

Shakeri 2008 yılındaki çalışmasında, Delay diferensiyel denklemlerinin çözümünü homotopi perturbasyon metodu vasıtasıyla sunmuş ve sonra bazı sayısal örnekler vermiştir [18].

2009 yılında ise Chun, homotopi perturbasyon metodu ve modifiye homotopi perturbasyon metodunu, bazı lineer olmayan yayılma denklemleri ve dalga denklemlerinin analitik davranışları için sırasıyla kullanmıştır [19].

Chowdhury'nin 2009 yılında basılan makalesi ise genelleştirilmiş Emden-Fowler tipi denklemlerin yaklaşık ve/veya tam analitik çözümlerinin homotopi perturbasyon metodu ile elde edilmesi ile ilgilidir [20].

2009 yılındaki çalışmasında Lu, modifiye edilmiş homotopi perturbasyon metodunu kullanarak sinüs-Gordon denklemi için başlangıç değer problemlerini araştırmıştır [21].

Saadatmandi 2009 yılında, bu metodu ikinci mertebeden lineer olmayan sistemleri çözmek için kullanmıştır [22].

Yıldırım'ın 2009 yılı çalışmasında, Cauchy reaksiyon-yayılma probleminin çözümünü homotopi perturbasyon metodu vasıtasıyla bulmuştur [23].

Biazar'ın 2009 yılındaki ilk çalışması, Zakharov-Kuznetsov denklemlerinin çözümünü homotopi perturbasyon metodunu ile bulmak üzerinedir [24].

Biazar ikinci çalışmasında ise lineer olmayan kısmi diferensiyel denklem sistemleri için homotopi perturbasyon metodunun yaklaşımını çalışmıştır [25].

2009 yılındaki bir başka çalışmada Jin, modifiye edilmiş Kawahara denklemlerini çözmek için homotopi perturbasyon metodunu kullanmıştır [26].

Sweilam, kısmi diferensiyel denklemlerin lineer olmayan ikili sistemlerinin kapalı form çözümlerini elde etmek için Padé yaklaşımını ve Laplace dönüşümünü kullanarak homotopy perturbasyon metodunun bir modifikasyonu 2009 yılı çalışmasında sunmuştur [27].

Hızel'in 2009 yılı çalışması, $(2+1)$-boyutlu çift Burgers sisteminin nümerik çözümü için homotopi perturbasyon metodunu kullanması üzerinedir [28].

Son olarak 2010 yılı çalışmasında Duman, potansiyel fonksiyonu $[0,1]$ aralığı üzerinde kare integrallenebilir olduğu zaman Dirichlet sınır şartları ile Sturm-Liouville probleminin özdeğerleri ve özfonksiyonları için asimptotik formülleri homotopi perturbasyon metodunu kullanarak bulmuştur [29].

5 SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu tezin konusu olan homotopi perturbasyon metodu ile ilgili literatürde yer alan çalışmalar incelendiğinde aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır:

- Problemlerin küçük parametre içermesi gerekmediği, parametrelerin yakınsamayı sağlayacak şekilde dışarıdan eklenebildiği gözlemlenmiştir.
- Homotopi kullanılarak perturbasyon denkleminin kolayca elde edilebildiği görülmüştür.
- Metodun başlangıç yaklaşımını özgürce seçmeye olanak sağladığı belirlenmiştir.
- Klasik perturbasyon yönteminin tüm pozitif yanlarının kullanılarak yaklaşık çözüme ulaşılabileceği tespit edilmiştir..
- Klasik perturbasyon yönteminin aksine yaklaşımların sadece çok küçük değerler için geçerli olmadığı gözlemlenmiştir.

Elde edilen sonuçlar ışığında metodun her türden lineer ya da nonlineer probleme uygulanabileceği söylenebilir. Metodun literatürde yer alan birkaç modifikasyonu mevcuttur. Ancak metodun yakınsama hızını arttıracak daha iyi modifikasyonları geliştirilebilir.

KAYNAKLAR

[1] He, J. H. *Homotopy perturbation method: a new Nonlineer analytical technique*, Appl. Math. Comput., 135 **2003**, 73-79.

[2] He, J. H. *Asymptotology by homotopy perturbation method*, Appl. Math.Comput., 156 (3) **2004**, 591-596.

[3] Abbasbandy, S. *Homotopy perturbation method for quadratic Riccati differential equation and comparison with Adomian's decomposition method*, Appl. Math. Comput., 172 **2006**, 485-490.

[4] Abbasbandy, S. *Numerical solutions of the integral equations: Homotopy perturbation method and Adomian's decomposition method*, Appl.Math. Comput., 173 **2006**, 493-500.

[5] Kajani, M. T.; Ghasemi, M.; Babolian, E. *Comparison between the homotopy perturbation method and the sine-cosine wavelet method for solving linear integro-differential equations*, Comput. Math. Appl., 54 **2007**, 1162-1168.

[6] Golbabai, A.; Javidi, M. *Application of He's homotopy perturbation method for nth-order integro-differential equations*, Appl. Math. Comput., 190 (2), **2007**, 1409-1416.

[7] Golbabai, A.; Javidi, M. *A third-order Newton type method for Nonlineer equations based on modified homotopy perturbation method*, Appl. Math. Comput., 191 (1) **2007**, 199-205.

[8] Odibat, Z. M. *A new modification of the homotopy perturbation method for linear and Nonlineer operators*, Appl. Math. Comput., 189 (1) **2007**, Pages 746-753.

[9] Hashemi, S. H.; Daniali, H. R. M.; Ganji, D. D. *Numerical simulation of the generalized Huxley equation by He's homotopy perturbation method*, Appl. Math.Comput., 192 **2007**, 157-161.

[10] Ghasemi, M.; Kajani, M. T.; Davari, A. *Numerical solution of two-dimensional Nonlineer differential equation by homotopy perturbation method*, Appl. Math. Comput., 189 **2007**, 341-345.

[11] Ghasemi, M.; Kajani, M. T.; Babolian, E. *Numerical solutions of the Nonlineer Volterra-Fredholm integral equations by using homotopy perturbation method*, Appl.Math. Comput., 188 **2007**, 446-449.

[12] Ghasemi, M.; Kajani, M. T.; Babolian, E. *Application of He's homotopy perturbation method to Nonlineer integro-differential equations*, Appl. Math. Comput., 188 (1) **2007**, 538-548.

[13] Chowdhury, M. S. H.; Hashim, I. *Solutions of time-dependent Emden-Fowler type equations by homotopy-perturbation method*, Physics Letters A, 368 **2007**, 305-313.

[14] Öziş, T.; Yıldırım, A. *Comparison between Adomian's method and He's homotopy perturbation method*, Comput. Math. Appl., 56 (5) **2008**, 1216-1224.

[15] Biazar, J.; Ghazvini, H. *Homotopy perturbation method for solving hyperbolic partial differential equations*, Comput. Math. Appl., 56 **2008**, 453-458.

[16] Noor, M. A.; Mohyud-Din, S. T. *Homotopy perturbation method for solving sixth-order boundary value problems*, Comput. Math. Appl., 55 **2008**, 2953-2972.

[17] An, H.; Chen, Y. *Numerical complexiton solutions for the complex KdV equation by the homotopy perturbation method*, Appl. Math. Comput., 203 **2008**, 125-133.

[18] Shakeri, F.; Dehghan, M. *Solution of delay differential equations via a homotopy perturbation method*, Math. Comput. Modelling, 48 **2008**, 486-498.

[19] Chun, C.; Jafari, H.; Kim, Y. *Numerical method for the wave and Nonlineer diffusion equations with the homotopy perturbation method*, Comput. Math. Appl., 57 **2009**, 1226-1231.

[20] Chowdhury, M. S. H.; Hashim, I.; *Solutions of Emden-Fowler equations by homotopy-perturbation Method*, Nonlineer Analysis: Real World Appl., 10 **2009**, 104-115.

[21] Lu, J. *An analytical approach to the Sine-Gordon equation using the modified homotopy perturbation method*, Hangzhou Institute of Commerce, Zhejiang Gongshang University, Hangzhou, 310018, PR China, **2009**.

[22] Saadatmandi, A.; Dehghan, M.; Eftekhari, A. *Application of He's homotopy perturbation method for non-linear system of 2nd-order boundary value problems*, Nonlineer Analysis: Real World Appl., 10(3) **2009**, 1912-1922.

[23] Yıldırım, A. *Application of He's homotopy perturbation method for solving the Cauchy reaction-diffusion problem*, Comput. Math. Appl., 57(4) **2009**, 612-618.

[24] Biazar, J.; Badpeima, F.; Azimi, F. *Application of the homotopy perturbation method to Zakharov-Kuznetsov equations*, Comput. Math. Appl., 58 (11-129) **2009**, 2391-2394.

[25] Biazar, J.; Aminikhah, H. *Study of convergence of homotopy perturbation method for systems of partial differential equations*, Comput. Math. Appl., 58 **2009**,2221-2230.

[26] Jin, L. *Application of variational iteration method and homotopy perturbation method to the modified Kawahara equation*, Math. Comput. Modelling, 49(3-4) **2009**, 573-578.

[27] Sweilam, N. H.; Khader, M. M. *Exact solutions of some coupled Nonlineer partial differential equations using the homotopy perturbation method*, Comput. Math. Appl., 58 (11-12) **2009**, 2134-2141.

[28] Hızel, E.; Küçükarslan, S. *Homotopy perturbation method for (2+1)-dimensional coupled Burgers system*, Nonlineer Analysis: Real World Appl., 10 **2009**, 1932-1938.

[29] Duman, M. *Asymptotic expansions for the Sturm-Liouville problem by homotopy perturbation method*, Appl. Math. Comput., 216 **2009**, 492-496.

ÖZGEÇMİŞ

1972 yılında Manisa'da doğdu. İlköğrenimini Manisa Sakarya İlköğretim Okulu'nda, orta öğrenimini Manisa Atatürk Ortaokulu'nda ve lise öğrenimini Manisa Lisesi'nde tamamladıktan sonra 1989 yılında Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmenliği Anabilim Dalı'na girdi ve 1993 yılında bu bölümden mezun oldu. 1994 Eylül'ünde Kayseri-Tomarza İmam-Hatip Lisesi'ne Matematik Öğretmeni olarak atandı. 1995 Ağustos ayında tayini Samsun Ondokuz Mayıs Yörükler İlköğretim Okulu'na, daha sonra da 2001 Kasım ayında Samsun Milli Piyango Anadolu Lisesi'ne çıktı. Halen 2008 Temmuz ayında atandığı Kırşehir Sıddık Demir Anadolu Lisesi'nde Matematik Öğretmeni olarak görev yapmaktadır. Evli ve iki çocuk annesidir.