

## İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Çokgenlere Dair Geometri Bilgilerinin İncelenmesi\*

*Geliş Tarihi: 11.05.2017*

*Kabul Ediliş Tarihi: 16.07.2017*

Büşra KARTAL<sup>1</sup>, Cengiz ÇINAR<sup>2</sup>

### ÖZ

Öğretmenlerin geometri bilgileri, öğrencilerin geometri performanslarını etkileyen önemli bir faktördür. Bu önem göz önüne alınarak bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının çokgenlere dair geometri bilgilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Bir durum çalışması olarak tasarlanan çalışmaya amaçlı örnekleme yoluyla seçilen ilköğretim matematik eğitiminde öğrenim görmekte olan 33 üçüncü sınıf öğretmen adayı katılmıştır. Veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen ve 19 açık uçlu sorudan oluşan Çokgenler Konu Testi kullanılmıştır. Sorular; (i) tanım, (ii) matematiksel ilişki ve bağıntı ve (iii) matematiksel işlem ve süreçleri bilmeyi gerektiren sorular olmak üzere üç alt gruba ayrılmış ve bir rubrik ile analiz edilmiştir. Araştırma sonuçlarına göre, öğretmen adaylarının matematiksel tanım bilmeyi gerektiren sorularda diğer alt gruplarda yer alan sorulara göre daha başarılı olduğu ve öğretmen adaylarının doğru cevabı bulsalar bile cevaplarını açıklamak için yeterli ve matematiksel düşünceye uygun gerekçelerde bulunamadıkları gözlemlenmiştir. Bu çerçevede öğretmen adaylarına geometrik argüman yazma ve geometrik ispat yapma konusunda daha fazla imkan verilmesi önerilmiştir.

**Anahtar kelimeler:** öğretmen adayları, geometri bilgisi, çokgenler

## Examining Pre-service Mathematics Teachers' Geometry Knowledge of Polygons

### ABSTRACT

Teachers' geometry knowledge is an important factor that affects students' achievement in geometry. Taking this importance into consideration, this study aimed to examine pre-service mathematics teachers' geometry knowledge of polygons. The study was designed as a case study. 33 junior pre-service mathematics teachers were participated in study via purposeful sampling. Polygon Questionnaire was developed by researchers and used as data collection tool. There are 19 open-ended questions that were divided into three groups; (i) definition-based, (ii) mathematical relationship-based, and (iii) mathematical process-based questions. Data was analyzed via rubric. According to findings, pre-service teachers were more successful in definition-based questions than in other groups. Even though they found the correct answer, they failed to make adequate and mathematically valid justifications in order to explain their answers. It was suggested to give pre-service teachers more opportunities to write geometric arguments and prove geometrically.

**Keywords:** pre-service teachers, geometry knowledge, polygons

### GİRİŞ

\*Bu makale ilk yazarın "İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Teknolojik Pedagojik Alan Bilgisi Gelişimlerinin İncelenmesi: Çokgenler Örneği" isimli doktora tezinden üretilmiştir.

<sup>1</sup>Ars. Gör. Dr., Ahi Evran Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü, busra.kartal@ahievran.edu.tr

<sup>2</sup>Prof. Dr., Gazi Üniversitesi, Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Bölümü

Öğretmenlerin matematik bilgisi sınıf içi davranışlarını etkileyen en önemli faktörlerden birisidir. Öğretmen bilgisi olarak tanımlanan modellerin (Ball, Thames & Phelps, 2008; Fennema & Franke, 1992; Grossman, 1990; Marks, 1990; Shulman, 1986) her birinde matematik bilgisi çok önemli bir yere sahiptir. Literatürde öğretmen adaylarının çeşitli matematik konularına dair matematik bilgileri ile ilgili yapılmış pek çok çalışma (Ekawati, Lin & Yang, 2015; Newton, 2008) bulunmasına rağmen öğretmen adaylarının geometri ve ölçme konularına dair matematiksel bilgileri ile ilgili yapılmış çalışmaların oldukça az olduğu görülmektedir (Steele, 2013). Yapılan çalışmalarda ise öğretmen adaylarının geometri bilgilerinin zayıf olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Bryan, 1999; Fujita & Jones, 2006; 2007; Günhan, 2014; Marchis, 2012). Hâlbuki öğretmenlerin geometriye dair eksik bilgileri, öğrencilerin geometri konularındaki performanslarına dair düşüklüğün nedenlerinden birisidir (Clements, 1999; Lehrer, 2003). Başka bir deyişle öğrenci başarısını etkileyen önemli bir faktördür (Ball, Hill & Bass, 2005) ve öğretmenlerin geometriye dair derin bir kavramsal anlayış geliştirmeleri öğrencilerin geometriyi öğrenmelerinde ve geometrik düşüncüyü edinmelerinde önemli bir rol oynayabilir (Günhan, 2014).

Geometri ile uğraşmak bireylerin problem çözme, muhakeme etme ve neden-sonuç ilişkisi içinde eleştirel düşünme becerilerini geliştirir (Türnüklü & Berkün, 2013). Öğrencilerine geometri konularını öğretirken iyi bir rehberlik yapabilmeleri için öğretmenlerin geniş ve derin bir geometri bilgisine sahip olmaları ve geometri kavramlarının birbirleriyle olan ilişkilerinin farkında olmaları gerekmektedir (Ma, 1999). Öğrencilerin geometri kavramları ile ilgili yaşadığı güçlükler öğretmen adayları için de zorluk oluşturmaktadır (Cunningham & Roberts, 2010).

### **Matematik Alan Bilgisi**

Bir konuyu anlamayan bir kişinin o konuyu öğretemeyeceği düşüncesinden yola çıkarak araştırmacılar çeşitli öğretmen bilgisi modelleri geliştirmişlerdir (Ball ve diğ., 2008; Fennema & Franke, 1992; Grossman, 1990; Marks, 1990; Shulman, 1986). Konu alan bilgisi bu modellerin her birinde önemli bir bileşen olarak ele alınmıştır. Konu alan bilgisi öğretmenlerin neyi nasıl öğreteceğini etkilemektedir. Öğretmenlerin eksik bir alan bilgisine sahip olması sınıf söyleminin seviyesini veya öğretmenlerin ders kitaplarını nasıl değerlendireceklerini ve kullanacaklarını etkileyebilmektedir (Fennema & Franke, 1992; Grossman, 1990). Ayrıca, matematik alan bilgisi öğretim sürecini planlamayı ve yürütmeyi de etkileyen önemli bir faktördür (Günhan, 2014). Matematik alan bilgisi, matematik ve matematik ile ilişkili diğer alan bilgilerindeki kavramlar, yöntemler ve problem çözme süreçlerine dair öğretmen bilgisidir. Yöntemlerin altında yatan kavramları, bu kavramların birbirleriyle olan ilişkilerini ve bu kavram ve yöntemlerin problem çözme süreçlerinde nasıl değişik şekillerde kullanılabileceğine dair bilgiyi de kapsamaktadır (Ball, 1990; Fennema & Franke, 1992). Ball ve diğerleri (2008) matematik alan bilgisini iki kategoriye ayırmışlardır; genel alan bilgisi ve özel alan bilgisi. Genel alan bilgisi

öğretim harici alanlarda kullanılacak matematiksel bilgi ve beceriyi içermektedir. Özel alan bilgisi ise, öğretime özgü matematiksel bilgi ve becerilerden oluşmaktadır ve genellikle öğretimden başka amaçlar için gerekli olmayan matematiksel bilgidir. Öğrenci hatalarındaki örüntüleri ararken veya standart olmayan bir yaklaşımın işe yarayıp yaramadığını incelerken öğretmenlerin diğer bireylerin sahip olamayacağı bu matematiksel bilgiye ihtiyaçları vardır. Steele (2013)'e göre öğretmenlerin genel matematik bilgisi özel matematik bilgilerinden nasıl faydalanacaklarını etkilemektedir.

Kavramsal ve işlemsel bilgi matematiksel alan bilgisinin birer parçası olarak ele alınmaktadır (Shulman, 1986) ve matematiksel anlayışın önemli iki bileşenidir (Wearne & Hiebert, 1988). İşlemsel bilgi, matematiksel içerik, algoritma ve tanımların belirlenmesinde kullanılan işlem becerilerine ve süreç bilgisine dair yeterlik olarak tanımlanmaktadır. Süreç bilgisi, işlemlerin ne zaman ve nasıl uygun bir biçimde kullanılabileceğini bilmektir (Eisenhart, Borko, Underhill, Brown, Jones & Agard, 1993; Kilpatrick, Swafford, & Findell, 2001). Hiebert ve Lefevre (1986) işlemsel bilgiyi nasıl yapılacağını bilme olarak tanımlamıştır. İşlemsel bilgi formal dil ve algoritmalar ile oluşturulur. Burada bahsi geçen formal dil matematiğin sembollerle temsil sistemi; algoritmalar ise matematiksel görevleri tamamlamak için gerekli olan kurallardır (Lin, Becker, Byun, Yang & Huang, 2013). Kavramsal bilgi ise, matematiksel süreçleri açıklayan ve anlamlandıran fikirler arasındaki ilişkiler ve bağlantılar olarak tanımlanmıştır (Eisenhart ve diğ., 1993; Kilpatrick ve diğ., 2001). Hiebert ve Lefevre (1986) kavramsal bilgiyi ise nedeni bilmek olarak açıklamışlardır. Öğretmenler sadece alanlarında kabul edilmiş gerçeklerin tanımını öğrencilere verme yeteneğine sahip olmamalıdır, aynı zamanda bir önermenin kanıtının niçin kabul edildiğini, bunu bilmenin niçin önemli olduğunu ve alan içinde veya dışında diğer önermelerle nasıl bir bağlantısı bulunduğunu açıklayabilmelidirler (Shulman, 1986). Matematiğe dair kavramsal bir anlayışın ne olabileceğini anlamak için iki yapı göz önünde bulundurulmalıdır; (1) matematiğin doğası ve (2) öğretmenlerin matematik bilgilerini zihinsel örgütlemeleri. Bir öğretmen matematiğe dair kavramsal bir anlayışa sahip olduğu zaman, bu sınıf içerisindeki öğretimi olumlu yönde etkileyecektir (Fennema & Franke, 1992). Van de Walle, Karp ve Williams (2010)'a göre, matematiksel bilgileri birbiri ile bağlantılı ve kavramsal olmayan öğretmenler kurallara daha çok dayalı bir öğretim gerçekleştirirken, bilgileri bağlantılı ve kavramsal olan öğretmenlerin aynı zamanda öğretimlerinin de daha kavramsal olduğu görülmüştür.

Öğrencilerine geometri konularını öğretirken iyi bir rehberlik yapabilmeleri için öğretmenlerin geniş ve derin bir geometri bilgisine sahip olmaları ve geometri kavramlarının birbirleriyle olan ilişkilerinin farkında olmaları gerekmektedir (Ma, 1999). Öğrencilerin geometri kavramları ile ilgili yaşadığı güçlükler öğretmen adayları için de zorluk oluşturduğu durumlar bulunmaktadır (Cunningham & Roberts, 2010). Literatürde öğrencilerin çokgen bilgisi ile ilgili yapılan çalışmalar (Erbaş & Yenmez, 2011; Tsamir, Tirosh, & Stavý, 1998; Türnüklü ve Berkün, 2013; Yanık ve Ada, 2013) incelendiğinde öğretmen

adaylarının çokgen bilgisinin de incelenmesine dair bir ihtiyaç hissedilmiştir. Bu nedenle de bir sonraki bölümde öğretmen adaylarının çokgenlere dair konu alan bilgilerini inceleyen çalışmalara yer verilmiştir.

### **Öğretmen Adaylarının Çokgenlere dair Konu Alan Bilgileri**

Ortaokul Matematik Programına (MEB, 2013) göre öğrencilerin beşinci sınıfta çokgenleri isimlendirmeleri, özellikle dörtgenlerin temel özelliklerini tanımlamaları ve çevre uzunluklarını hesaplamaları; yedinci sınıfta düzgün çokgenler, iç ve dış açılar, dikdörtgen, paralelkenar, yamuk ve eşkenar dörtgenin özellikleri ve birbirleri ile olan ilişkileri (dörtgen hiyerarşisi); ve sekizinci sınıfta çokgenlerin eşlik ve benzerliğini ilişkilendirmeleri beklenmektedir. Literatürde bu konu başlıkları ile ilgili olarak hem öğretmen adaylarıyla (Athanasopoulou, 2008; Carreño, Ribeiro, & Climent, 2013; Cunningham & Roberts, 2010; Fujita & Jones, 2006; Günhan, 2014) hem de öğrencilerle yapılmış (Erbaş & Yenmez, 2011; Tsamir ve diğ., 1998; Türnüklü & Berkün, 2013; Yanık & Ada, 2013) çeşitli çalışmalar bulunmaktadır. Öğretmen adaylarının üçgen ve dörtgene dair bilgileri (Athanasopoulou, 2008), çokgen tanımları (Carreño ve diğ., 2013), çokgenlerde köşegene ilişkin kavram tanım ve imajları (Cunningham & Roberts, 2010), dörtgenlerin hiyerarşisine ilişkin alan bilgileri (Erdoğan & Dur, 2014; Fujita & Jones, 2006) ve pedagojik alan bilgileri (Günhan, 2014) ile ilgili yapılan çalışmalarda araştırmacılar öğretmen adaylarının geometri bilgilerinin eksik ve çok iyi yapılanmamış olduğunu belirtmişlerdir. Carreño ve diğerleri (2013) ise bir öğretmen adayının çokgenin elemanlarına ve tanımına ilişkin geometri bilgisinin incelendiği çalışmada katılımcı öğretmen adayı bir çokgeni tanımlamak için gerekli alt tanımlar olarak geometrik şekil, açı, açılarını sınıflandırılması ve iç bölgeyi göz önüne almıştır. Katılımcı öğretmen adayı çokgenin tanımı yapılırken açılara ve şekline göre herhangi bir sınıflandırmaya gerek olmadığını belirtmiş ve çokgeni kenarları doğrusal olmayan üç veya daha fazla noktanın birleşimi ile oluşan kapalı bir geometrik şekil olarak tanımlamıştır. Bu tanıma uygun biçimde çokgen olan ve olmayan şekillere örnek çizmesi istendiğinde çokgene dair kavram imajının düzgün ve konveks çokgenlerden oluştuğu ve çizimleri gruplandırmasında daha etkili olduğu görülmüştür.

Öğretmen adaylarının kavram imajları ile kavram tanımlarının kıyaslandığı başka bir çalışmada ise 23 öğretmen adayına üçgende yükseklik ve çokgenlerde köşegen tanımını verip bu tanımları kullanarak kendilerine yöneltilen soruları cevaplamalarını istemiştir (Cunningham & Roberts, 2010). Tanımlar verilmiş olmasına rağmen öğretmen adaylarının soruları cevaplamada çok başarılı olamadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Öğretmen adaylarının çoğunlukla geometri kavramlarına dair tanımları ezberlediğini ve tanımını bilmenin de öğrenci başarısını garantilemediğini belirten araştırmacılar öğretmen adaylarına bu şekilde geometri kavramları öğretilirken geleneksel yöntemlerden daha fazlasına ihtiyaç olduğunu vurgulamışlardır. Öğretmen adaylarının dörtgenlerin hiyerarşisine ilişkin bilgilerinin incelendiği çalışmalarda (Fujita & Jones, 2006; Günhan, 2014) ise öğretmen adaylarının kendilerinden istenen dörtgen şekillerini

çoğunlukla doğru çizebilmiş olsalar da bu şekillere dair tanımları vermekte aynı başarıyı gösteremedikleri gözlemlenmiştir. Öğretmen adaylarının en çok yamuğu çizmede ve eşkenar dörtgeni tanımlamada zorlandıkları, karenin aynı zamanda bir dikdörtgen olduğunu belirlemede en fazla başarıyı gösterdikleri ancak, eşkenar dörtgenin bir yamuk olduğunu belirlemede çok başarılı olmadıkları sonuçları ortaya çıkmıştır. Öğretmen adaylarının dörtgenlere dair bilgilerinin eksik olduğu ve dörtgenlerin özelliklerini birbiriyle karıştırdıkları ise araştırmalarda ifade edilen diğer bulgular arasındadır.

Öğretmen adaylarının geometri bilgisinin önemi (Clements, 1999; Lehrer, 2003) ve literatürde çokgenler ile ilgili yapılan çalışmaların çoğunlukla dörtgenlerin hiyerarşisi (Fujita & Jones, 2006; Günhan, 2014), çokgenlerin benzerliği (Athanasopoulou, 2008), çokgenin tanımı ve temel bileşenleri (Carreño ve diğ., 2013; Cunningham & Roberts, 2010) gibi belirli konular üzerine odaklandığı söylenebilir. Bu nedenle, bu çalışmada öğretmen adaylarının çokgenler konusuna ilişkin matematiksel bilgilerinin Ortaokul Matematik Programında (MEB, 2013) çokgenler ile ilgili kazanımlar çerçevesinde incelenmesi amaçlanmıştır. Bu çerçevede araştırma soruları aşağıdaki gibi belirtilebilir;

- (i) Öğretmen adaylarının çokgenler konusuna dair geometri bilgileri ne düzeydedir?
- (ii) Öğretmen adaylarının çokgenler ile ilgili tanımlara dair bilgileri ne düzeydedir?
- (iii) Öğretmen adaylarının çokgenler ile ilgili matematiksel bağlantı ve ilişkilere dair bilgileri ne düzeydedir?
- (iv) Öğretmen adaylarının çokgenler ile ilgili işlem ve süreçlere dair bilgileri ne düzeydedir?

## YÖNTEM

### Araştırma modeli

Bu çalışmada nitel araştırma desenlerinden durum çalışması kullanılmıştır (Merriam, 1998). Durum çalışmaları bir durumda (zaman ve mekân tarafından sınırlandırılmış bir sistem) neler olduğunu açıklamak ve yorumlamak için kullanılır. Bu çalışmada öğretmen adaylarının Ortaokul Matematik Programı'nda yer alan çokgenler ile ilgili kazanımlara dair bilgileri bir durum olarak ele alınmıştır.

### Katılımcılar

Bu çalışmanın katılımcılarını İç Anadolu'da bir Eğitim Fakültesi'nde İlköğretim Matematik Öğretmenliğinde okuyan öğretmen adayları arasından amaçlı örnekleme yoluyla seçilen 33 üçüncü sınıf öğretmen adayı oluşturmuştur (Merriam, 2009). Amaçlı örnekleme, çalışmanın amacına bağlı olarak bilgi açısından zengin durumların seçilerek derinlemesine araştırma yapılmasına olanak tanır (Büyüköztürk, Kılıç Çakmak, Akgün, Karadeniz & Demirel, 2011). YÖK tarafından belirlenen "İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı ve Ders İçerikleri" göz önüne alındığında bu öğretmen adaylarının açık

uçlu sorulara cevap verebilecek, cevap verirken gerekçelerini ve düşüncelerini açıklamak için matematiksel dil ve düşünme tarzını etkili bir biçimde kullanabilecek yeterli matematiksel bilgiye sahip oldukları gerekçesi ile çalışmaya dâhil edilmiştir (İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı, 2016). Öğretmen adayları birinci sınıfta Geometri dersi kapsamında çokgen kavramını tanımlamış, çokgenlere dair teoremleri ispatlamış ve uygulamalar gerçekleştirmişlerdir.

### **Veri toplama aracı**

Bu çalışmada veri toplama aracı olarak araştırmacılar tarafından geliştirilen “Çokgenler Konu Testi” kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının *çokgenler konusunda sahip oldukları bilgi ve kavramları, çokgenlere dair ispat yollarını ve problem çözme aşamalarını* derinlemesine incelemek amacıyla açık uçlu sorulardan oluşan bir konu testi hazırlanmıştır (EK-1). Sorular hazırlanırken anlam belirsizliği olmamasına, mümkün olduğunca basit, kısa ve anlaşılabilir olmasına dikkat edilmiştir (Fraenkel, Wallen & Hyun, 2011). Açık uçlu sorular, ortaokul matematik programında yer alan çokgenlerle ilgili kazanımlar ve ilgili literatür (Athanasopoulou, 2008; Cunningham & Roberts, 2010; Erdoğan & Dur, 2014; Fujita & Jones, 2007) göz önüne alınarak hazırlanmıştır. Soruların bir kısmı literatürdeki soruların uyarlanması veya doğrudan alınmasıyla hazırlanırken, büyük bir çoğunluğu ise, öğretim programı kazanımları (MEB, 2013) göz önüne alınarak araştırmacılar tarafından oluşturulmuştur.

Çokgenler konu testinin ilk taslağında işlem gerektirmeyen 23 soru bulunmaktaydı. Bu sorulardan dörtgenler arasındaki sınıflandırma ve hiyerarşiyle ilgili beş soru birbirinin benzeri olduğu ve çalışmanın odak noktasının dörtgenler olmaması düşüncesiyle çıkartılmıştır. Ortaokul Matematik Programında (MEB, 2013) yer alan “Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturur; ilgili problemleri çözer.”, “Eşkenar dörtgen ve yamuğun alan bağıntılarını oluşturur; ilgili problemleri çözer.” ve “Paralelkenarın alan bağıntısını oluşturur; ilgili problemleri çözer.” kazanımları göz önüne alınarak 6 adet işlem ağırlıklı soru konu testine eklenmiştir. Bu sorular öğretmen adaylarının seviyesine uygun olması amacıyla geçmiş yıllarda ÖSYM tarafından yapılan sınav sorularından uyarlanmıştır.

Testin kapsam geçerliğini sağlamak amacıyla 2 matematik eğitimcisi ve 1 matematik öğretmeninden uzman görüşü alınmıştır. Uzman görüşü alınırken her bir sorunun altına ilgili kazanım yazılmış ve uzmanlardan bu soruyu ilgili kazanım çerçevesinde değerlendirirken “*uygun, uygun değil, geliştirilmesi gerekir*” seçeneklerinden birini işaretlemeleri ve varsa belirtmek istedikleri düşüncelerini yazabilmeleri için *açıklama* kısmı eklenmiştir. Uzmanlardan gelen geri dönütler doğrultusunda üçgenlerin sınıflandırılması ve eşlik-benzerliği ile ilgili sorular tek bir soruda toplanmış, paralelkenar yardımıyla yamuğun ve dikdörtgen yardımıyla eşkenar dörtgenin alanının bulunması ile ilgili iki soru eklenmiştir.

Testin yapı geçerliğini sağlamak için ise, çalışma grubu içerisinde yer almayan üç öğretmen adayıyla ön görüşmeler yapılmıştır. Bu ön görüşmeler sorulardaki anlaşmazlıkları, anlatım zayıflıklarını, anlaşılmayan yönleri açığa çıkarmaya ve sorulardaki yönergelerin katılımcılar için ne derecede açık olduğunu belirlemeye yardımcı olmuştur (Fraenkel ve diğ. 2011). Bu görüşmelerde öğretmen adaylarından soruları sesli bir şekilde okumaları ve sesli düşünmeleri (think aloud) istenmiştir (Bowles, 2010; Dillman, 2011). Bu sayede soruların öğretmen adayları tarafından aynı şekilde anlaşılıp anlaşılmadığının tespit edilmesi ve öğretmen adaylarının soruları anlamada karşılaşılabilecekleri muhtemel güçlük ve yanlışların belirlenerek giderilmesi amaçlanmıştır. Öğretmen adaylarıyla yapılan görüşmeler neticesinde, bir çokgenin bir köşesinden çizilebilecek köşegen sayısının bulunması istenen soruda çokgenler düzgün olmayan çokgenler olarak değiştirilmiş; üçgenin iç açılar toplamının  $180^\circ$  olduğunun gösterilmesi istenen soru hiyerarşik bir düzenin sağlanması amacıyla çokgenin iç açıları toplamının bulunması istenen sorunun önüne geçirilmiştir. Pilot görüşmeler esnasında on birinci ispat sorusuna benzer başka bir soru ise çözümü çok uzun zaman gerektirdiği ve bu nedenle öğretmen adaylarının çözüme yönelik motivasyonlarının azaldığının gözlemlenmesi nedeniyle çıkartılmıştır.

Kapsam ve yapı geçerliğinin sağlanmasının ardından Çokgenler Konu Testinin son hali 19 sorudan oluşmaktadır. Bu sorulardan 14 tanesi çokgenlere dair tanım, kavram ve ispatlardan oluşurken, son beş soru ise, işlem ağırlıklıdır. Sorular birbiri ile ilişkili olacak, bir önceki sorunun cevabı bir sonraki sorunun cevaplanmasında kullanılacak şekilde hiyerarşik bir sırada öğretmen adaylarına verilmiştir. Örneğin, birinci soruda öğretmen adaylarına verilen şekillerden hangilerinin çokgen olup olmadığını belirlemeleri istenirken, ikinci soruda bu şekilleri de göz önünde bulundurarak çokgeni tanımlamaları istenmiştir.

### **Verilerin Analizi ve Yorumlanması**

Çokgenler konu testinden elde edilen verilerin analizi iki temel bölümden oluşmaktadır. İlk bölümde, öğretmen adayları tarafından her bir soru için verilen cevaplar Tablo 1'de verilen rubrik kullanılarak araştırmacılar tarafından puanlandırılmıştır. Bu tablo Timur (2011) tarafından geliştirilen rubrikten uyarlanmıştır. Bireysel değerlendirmeden sonra araştırmacılar bir araya gelerek her bir soru için yapmış oldukları puanlamaları karşılaştırmışlardır. Puanlamalarda farklılık çıkması durumunda gerekçeler ortaya konmuş ve bu gerekçeler çerçevesinde karşılaştırmaya gidilmiştir. Araştırmacıların farklı puanlandırmalarda bulunduğu maddeler üzerinde durularak %100 fikir birliği sağlanana kadar fikir alışverişi yapılmıştır. İkinci bölümde ise, öğretmen adaylarının verdiği cevaplara ilişkin gerekçe ve yapılan tanımlamaların analizinde *içerik* ve *betimsel* analiz birlikte kullanılmıştır. Analiz sürecinde öğretmen adaylarının ifadeleri aynen korunmuş ve yer yer görsel alıntılara gidilmiştir. Bu alıntılar verilirken örneğin 28 numaralı öğretmen adayı Ö28 olarak kodlanmıştır. Bu şekilde verilerin analizi ile verilerin tanımlanması ve verilerin içerisinde saklı olabilecek gerçeklerin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu bölümde araştırmacılar yine birbirinden bağımsız olarak öğretmen

adaylarının cevaplarını analiz etmiş ve çözüm yollarına ilişkin frekans tablolarını oluşturmuşlardır. Daha sonra araştırmacılar elde ettikleri kod listelerini, hatırlatıcı notlarını ve yorumlarını belirterek benzerlik ve farklılıklar üzerinde durmuşlardır. Araştırmacılar arasında ortaya çıkan farklılıklara yönelik gerekli değerlendirmeler yapılmıştır (Miles & Huberman, 1994). Bu değerlendirmeler %100 fikir birliği sağlanıncaya kadar devam etmiştir.

Tablo 1. Çokgenler Konu Testinin analizinde kullanılan rubrik

Kategori	Açıklama
Cevap Yok (0)	Öğretmen adayı soruya cevap vermemiş
Yanlış Cevap (0)	Öğretmen adayı soruya yanlış cevap vermiş
Açıklama Yok (1)	Öğretmen adayı soruya doğru cevap vermiş, cevaba ilişkin herhangi bir açıklama yok
Konuya Özel Kavram Yanılgısı (2)	Öğretmen adayı soruya doğru cevap vermiş ancak matematiksel düşünceye uygun olmayan açıklama yapmış
Kısmen Doğru (3)	Öğretmen adayı soruya doğru cevap vermiş, matematiksel düşünceye uygun ancak yeterli olmayan açıklama yapmış
Tamamen Doğru (4)	Öğretmen adayı soruya doğru cevap vermiş, matematiksel düşünceye uygun yeterli açıklama yapmış

## BULGULAR

Çokgenler Konu Testinde yer alan sorular analiz edilirken öğretmen adaylarının bu soruları cevaplayabilmeleri için ne bilmeleri gerektiği göz önüne alınmış ve sorular üç grupta toplanmıştır; *tanım bilmeyi* gerektiren sorular, *matematiksel bağlantı ve ilişkileri bilmeyi* gerektiren sorular ve *matematiksel süreç-işlemleri bilmeyi* gerektiren sorular. Örneğin, birinci soru tanım bilmeyi gerektiren bir sorudur. Çünkü *çokgenin tanımını* doğru bir biçimde bildikleri takdirde öğretmen adayları şekillerinin çokgen olup olmadığına kolaylıkla karar verebilirler. Dörtgenlerin hiyerarşisiyle ilgiyle soru öğretmen adaylarının dörtgenlere dair *matematiksel bağlantı ve ilişkileri* bilmelerini gerektirmektedir; çünkü öğretmen adayları dörtgenlerin özellikleri arasında ilişki kurarak bu hiyerarşiyi kurabilirler. Öğretmen adaylarının konu testinde sorulara verdikleri cevaplar rubrik aracılığıyla değerlendirilmiş ve değerlendirme sonuçları bu üç gruba göre düzenlenerek verilmiştir (Tablo 2). Tablo 2'ye göre öğretmen adayları *tanım bilmeyi* gerektiren sorulara daha doğru cevaplar vermişler, aynı performansı *matematiksel ilişki ve işlem bilmeyi* gerektiren sorularda gösterememişlerdir. Her bir soru grubuna dair bulgular ilerleyen kısımlarda ayrı ayrı ele alınarak verilmiştir. Her bir soru grubunda öğretmen adaylarının *en yüksek* ve *en düşük ortalama puana* sahip oldukları soruların yanı sıra vurgulanmasının önemli olduğu düşünülen sorulara dair bulgular detaylı bir biçimde verilmiştir.



Tablo 2. Öğretmen Adaylarının Çokgenler Konu Testine Verdikleri Cevapları Değerlendirme Tablosu

Grup	Madde No	Madde	Cevap Yok (0 Puan)		Yanlış Cevap (0 Puan)		Açıklama Yok (1 Puan)		Konuya Özel Kavram Yanılgısı (2 Puan)		Kısmen Doğru (3 Puan)		Tamamen Doğru (4 Puan)		Ortalama (N=33)
			f	Σ	f	Σ	f	Σ	f	Σ	f	Σ	f	Σ	
Tamm ( $\sum_{i=1}^n = 2,666$ )	1	Çokgenleri seçme	0	0	0	0	0	0	0	0	22	66	11	44	3,333
	2	Çokgenleri tanımlama	4	0	11	0	0	0	13	26	4	12	1	4	1,272
	3	Köşegen sayısı	0	0	0	0	0	0	2	4	10	30	21	84	3,575
	7	Çokgenlerin özellikleri	0	0	0	0	0	0	5	10	17	51	11	44	3,181
	9	Üçgenleri sınıflandırma, eşlik-benzerlik	0	0	4	0	12	12	3	6	7	21	7	28	2,030
	10	Köşegen	0	0	0	0	3	3	17	34	3	9	10	40	2,606
	4	Üçgenin iç açılar toplamı	2	0	0	0	0	0	14	28	3	9	14	56	2,818
	5	Çokgenlerin iç ve dış açılar toplamı	5	0	0	0	5	5	10	20	11	33	2	8	2,000
	8	Dörtgenlerin hiyerarşisi	0	0	0	0	0	0	18	36	11	33	4	16	2,575
	11	Geometrik ispat	1	0	8	0	13	13	9	18	2	6	0	0	1,121
Matematiksel Bağlantı ve İlişkiler ( $\sum_{i=1}^n = 1,964$ )	12	Yamuğun alanını bulma	0	0	1	0	4	4	8	16	12	36	8	32	2,666
	13	Eşkenar dörtgenin alanını bulma	4	0	20	0	3	3	1	2	5	15	0	0	0,606
	6	Çokgenin iç açısı	9	0	3	0	0	0	1	2	7	21	13	52	2,272
Matematiksel Süreç ve İşlemler ( $\sum_{i=1}^n = 1,951$ )	14	Sekizgen-Uzunluk	2	0	10	0	2	2	1	2	4	12	14	56	2,181
	15	Paralelkenar-Alan	4	0	4	0	0	0	7	14	10	30	8	32	2,303
	16	İkizkenar Yamuk-Alan	2	0	3	0	22	22	0	0	1	3	5	20	1,363
	17	Eşkenar Dörtgen-Alan	14	0	4	0	1	1	0	0	8	24	6	24	1,484
	18	Yamuk-Çevre	6	0	2	0	0	0	0	0	5	15	20	80	2,878
	19	Kare-Alan	14	0	0	0	5	5	11	22	0	0	3	12	1,181

### Matematiksel Tanım Bilmeyi Gerektiren Sorulara Dair Bulgular

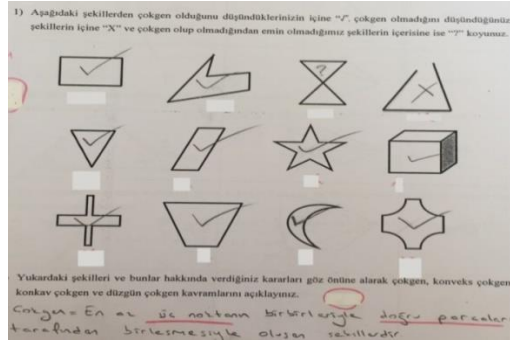
Matematiksel *tanım bilmeyi* gerektiren sorulardan öğretmen adaylarının en yüksek ve en düşük ortalamaya sahip oldukları soruların yanı sıra soruda bahsi geçen geometri kavramlarına dair kavram yanılgısına sahip oldukları görülen iki soruya (Madde 9 ve Madde 10) dair bulgular detaylı bir biçimde verilmiştir. Bu grupta yer alan sorular göz önüne alındığında öğretmen adaylarının herhangi bir çokgenin herhangi bir köşesinden çizilebilecek *köşegen sayısını bulma* sorusunda (Madde 3) en yüksek performansı; *çokgen, düzgün çokgen, konveks ve konkav* çokgeni tanımlamaları istenen ikinci soruda ise en düşük performansı gösterdikleri sonucuna ulaşılmıştır. İkinci soruda öğretmen adaylarına bir önceki

soruda verilen şekilleri ve bu şekiller için verdikleri kararları göz önüne alarak çokgenin tanımını yapmaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının bu soruya verdikleri cevaplar ve frekansları Tablo 3'te verilmiştir.

Tablo 3. Öğretmen Adaylarının İkinci Soruya Verdikleri Cevaplar ve Frekansları

Verilen cevap	f	%
Cevap yok	10	30,30
3 veya daha fazla kenarlı kapalı şekil	10	30,30
Doğruların oluşturduğu kapalı şekil	2	6,06
En az üç nokta birleştirilerek oluşturulan şekil	2	6,06
Kenar ve köşeleri olan şekil	2	6,06
Herhangi üçü doğrusal olmayan n tane noktanın ikişer ikişer birleştirilmesiyle oluşan kapalı şekil	1	3,03
n tane noktanın birleştirilmesiyle oluşan şekil	1	3,03
n tane doğrusal olmayan noktanın birleştirilmesiyle oluşan şekil	1	3,03
1 den fazla kenarı olan ya da devamlı şekil	1	3,03
İşinların birleşimi ile oluşan düzgün şekil	1	3,03
En az 3 noktanın doğru parçaları ile birleştirilmesiyle oluşan şekil	1	3,03
En az 3 doğrunun kesişerek oluşturduğu şekil	1	3,03
<b>Toplam</b>	<b>33</b>	<b>100</b>

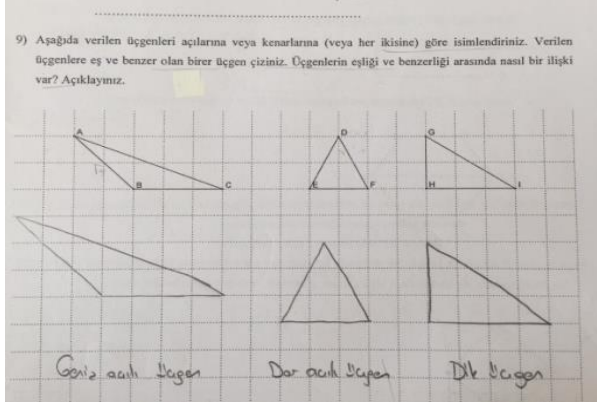
Sadece bir öğretmen adayı çokgeni tamamen doğru bir biçimde tanımlamıştır. Öğretmen adaylarının çokgen tanımına ilişkin verdiği cevaplar incelendiğinde, öğretmen adaylarının çokgenlerin en az üç kenarının olabileceğinin olduğu ve kenarlarının doğru parçası olması gerektiğinin farkında olsalar da bir çokgen çizebilmek için seçilen noktalardan herhangi üçünün doğrusal olmaması gerektiğini gözden kaçırdıkları belirlenmiştir. Bu bulguyu destekler nitelikte öğretmen adayları en çok kum saatine benzeyen 10. şeklin çokgen olup olmadığını belirlemede zorlanmışlardır.



Şekil 1. Ö28'in birinci ve ikinci sorulara verdiği cevap

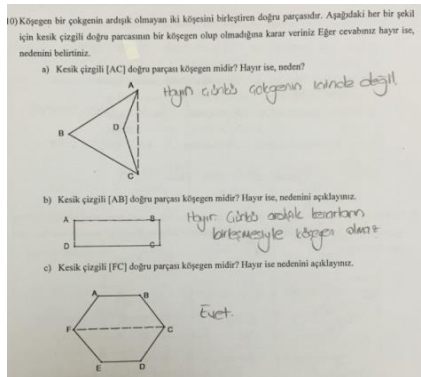
Birinci soru ve ikinci soru birbiri ile ilişkili olduğu için öğretmen adaylarının birinci soruda şekillere dair verdikleri kararlar ile çokgen tanımlarının ne derece uyumlu olduğu incelenmiştir. Sadece 4 öğretmen adayının verdiği tanımlar ile şekiller için verdiği kararları uyuşturken, 19 öğretmen adayının tanımı ile seçimleri uyuşmamaktadır. Bu durum öğretmen adaylarının çokgen kavram

imajı ile kavram tanımlarının uyuşmadığını göstermektedir. Örneğin, Ö28 çokgeni “En az 3 noktanın doğru parçaları ile birleştirilmesiyle oluşan şekil” olarak tanımlamış olmasına rağmen birinci soruda verilen kenarları eğrilerden oluşan son iki şekli çokgen olarak tanımlamıştır (Şekil 1).



Şekil 2. Ö5'in dokuzuncu soruya verdiği cevap

Üçgenlerin eşlik ve benzerliği ile ilgili dokuzuncu soruda, öğretmen adaylarından (i) üçgenleri kenar ve açılarına göre sınıflandırmaları ve (ii) soruda verilen üçgenlere eş ve benzer birer üçgen çizmeleri istenmiştir. Ancak sadece yedi öğretmen adayı bu soruda istenen tüm adımları tamamen doğru gerçekleştirmiştir. Üç öğretmen adayının ise, eşlik ve benzerlikle ilgili kavram yanlışlığına sahip olduğu görülmüştür. Bu öğretmen adayları benzer üçgenler çizerken tüm kenarlara aynı birim uzunluğu eklemişlerdir. Ö5 bu kavram yanlışlığına sahip öğretmen adaylarından biridir. Bu öğretmen adayı tüm üçgenlerde kenar uzunluklarını 1 birim artırarak çizdiği üçgenlerin bu üçgenlere benzer olduğu görüşündedir (Şekil 2).



Şekil 3. Ö16'nın onuncu soruya verdiği cevap

Onuncu soruda öğretmen adaylarına *köşegenin tanımı* ile bir *konkav çokgen*, bir *dikdörtgen* ve bir *altıgen* verilerek bu şekiller üzerinde belirtilen doğru parçalarının köşegen olup olmadığı sorulmuştur. Öğretmen adaylarının *konveks çokgenin tanımı* ile *köşegenin tanımını* karıştırdıkları ve bu nedenle konkav çokgende verilen dış köşegenle ile yarısından çoğunun yanlış cevap verdiği görülmüştür. Ö16 bu şekilde düşünen bir öğretmen adaydır ve onuncu soruya verdiği cevap Şekil 3'te verilmiştir.

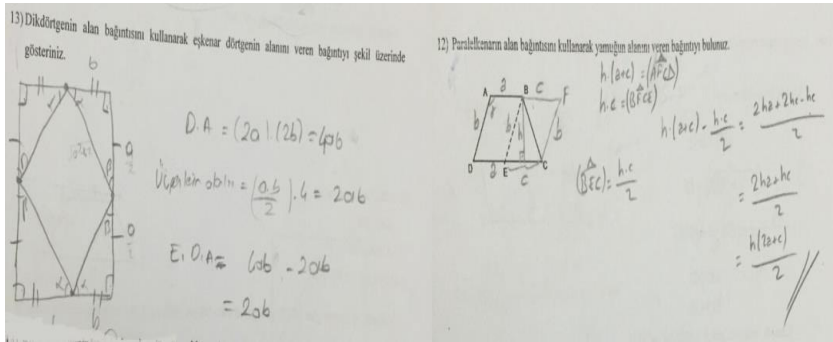
### Matematiksel Bağlantı ve İlişkileri Bilmeyi Gerektiren Sorulara Dair Bulgular

Öğretmen adayları matematiksel bağlantı ve ilişkileri bilmelerini gerektiren sorularda en yüksek performans üçgenin iç açılar toplamı ile ilgili soruda, en düşük performans ise eşkenar dörtgenin alanının bulunması ile ilgili soruda göstermişlerdir. Dördüncü soruda öğretmen adaylarından bir üçgenin iç açıları toplamının  $180^\circ$  olduğunu göstermeleri istenmiştir. Öğretmen adaylarının %42,42'sinin ( $f=14$ ) bu konuyla ilgili kavram yanlışlığına sahip olduğu, %9,09'unun ( $f=3$ )'unun soruya kısmen doğru cevap verdiği ve %42,42'sinin ( $f=14$ ) ise verdiği cevabın tamamen doğru olduğu gözlemlenmiştir. Bir üçgenin iç açılarının toplamının  $180^\circ$  olmasından dolayı bir dış açı kendisine komşu olmayan iki iç açının toplamına eşit olur. Dördüncü sorunun çözümünü bu şekilde yapan öğretmen adayları aslında göstermeleri istenen özelliği kullanmışlardır. Bu nedenle bu şekilde çözüm yapan öğretmen adaylarının konuya özgü kavram yanlışlığına sahip oldukları sonucuna varılmıştır. Öğretmen adaylarının çözüm yolları, bu yolların frekans ve yüzdeleri Tablo 4'te verilmiştir.

Tablo 4. Öğretmen Adaylarının Dördüncü Soruda Kullandıkları Çözüm Yolları, Bu Yolların Frekans ve Yüzdeleri

Çözüm yolları	f	%
Bir dış açının kendisine komşu olmayan iki iç açının toplamına eşit olması	12	36,36
Kenarlardan birine paralel çizme	11	33,33
Çevrel çember	6	18,18
Dış açılar toplamının $360^\circ$ olması	2	6,06
Cevap yok	2	6,06
<b>Toplam</b>	<b>33</b>	<b>100</b>

On üçüncü soru ise, dikdörtgenin alan bağıntısı yardımıyla eşkenar dörtgenin alanının bulunması ile ilgilidir. Öğretmen adayları konu testinde en düşük performansı da bu soruda göstermişlerdir.



Şekil 4. Öğretmen adaylarının on ikinci ve on üçüncü sorulara verdiği cevaplardan örnekler

Bir öğretmen adayının eşkenar dörtgen ve paralelkenarın alanını bulmaya ilişkin sorulara verdiği cevaplar Şekil 4'tedir. Burada Ö11 eşkenar dörtgenin alan bağıntısını  $2ab$  olarak bulmuş fakat  $a$  ve  $b$  uzunluklarının eşkenar dörtgenin köşegen uzunlukları olduğunu belirterek bulduğu formülü eşkenar dörtgen için genelleymemiştir. Bu sorunun bir benzeri yamuğun alanının bulunması ile ilgili sorudur. Öğretmen adaylarının büyük bir kısmı yamuğun alanını veren bağıntıyı bulmuş, ancak  $2a + c$  yerine **üst taban + alt taban** yazarak buldukları bağıntıyı genelleştirememiştir.

Dörtgenlerin hiyerarşisiyle ilgili yapılmış olan çalışmaların bulgularıyla kıyaslama amacıyla bu bölümde dörtgenlerin hiyerarşisiyle ilgili sekizinci soruya dair bulgular da detaylı bir biçimde verilmiştir. Sekizinci soru dörtgenlerin hiyerarşisi ile ilgilidir. Bu soruda öğretmen adaylarına kare, dikdörtgen ve paralelkenarın aynı zamanda hangi dörtgenlerin özel hali olduğunu nedenleriyle açıklamaları istenmiştir. Öğretmen adaylarının sadece %12,12'si ( $f=4$ ) bu soruya tamamen doğru cevap vermiştir. Öğretmen adaylarının verdiği cevaplar, bu cevapların frekans ve yüzdeleri Tablo 5'te verilmiştir.

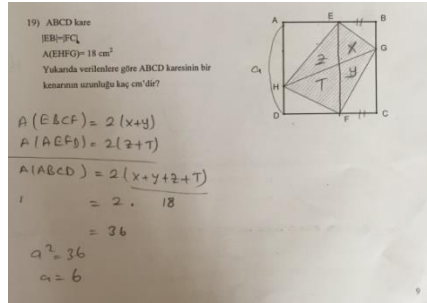
Tablo 5. Öğretmen Adaylarının Sekizinci Soruya Verdikleri Cevaplar, Bu Cevapların Frekans ve Yüzdeleri

	Kare		Dikdörtgen		Paralelkenar	
	f	%	f	%	f	%
Dikdörtgendir	31	93,93	25	75,75	2	6,06
Paralelkenardır	25	75,75				
Yamuktur	6	18,18				
Çokgendir	1	3,03				

Öğretmen adaylarının neredeyse tamamı karenin aynı zamanda bir dikdörtgen olduğunu dile getirmiştir. Yine büyük bir çoğunluğun karenin aynı zamanda bir paralelkenar olduğunu da belirtmesine rağmen karenin aynı zamanda bir yamuk olduğunu sadece 6 öğretmen adayı ifade etmiştir. Paralelkenarın aynı zamanda hangi dörtgen ailesine ait olduğuna dair kısımda öğretmen adaylarından sadece 2 tanesi yamuğa ait olduğunu dile getirmiştir.

### Matematiksels İşlem-Süreç Bilmeyi Gerektiren Sorulara Dair Bulgular

Öğretmen adaylarının cevapları değerlendirilirken cevabın doğruluğundan ziyade doğru cevaba ulaşırken yaptıkları açıklamaların yeterli olup olmamasına ve matematiksels düşünceye uygunluğu göz önüne alınmıştır. Bu nedenle öğretmen adayları matematiksels işlem ve süreç bilmeyi gerektiren sorulara doğru cevap vermiş olsalar da yeterli matematiksels açıklamayı yapmadıkları için beklenenin aksine rubrikten yüksek puan alamamışlardır. Öğretmen adaylarının en çok yanlış cevap verdiği sekizgen ile ilgili on dördüncü soruda öğretmen adayları işlem hatası yapmıştır.



Şekil 6. Ö33'ün on dokuzuncu soruya verdiği cevap

İşlem ağırlıklı sorular içerisinde öğretmen adaylarının en düşük ortalamaya sahip olduğu soru ise on dokuzuncu sorudur. Öğretmen adaylarının %42,42'si (f=14) bu soruya cevap vermezken, yine büyük bir çoğunluk olan %33,33'ü (f=11) doğru cevabı vermiş fakat yeterli açıklamada bulunmamıştır. Bu soruya sadece 3 (%9,09) öğretmen adayı tamamen doğru cevap vermiştir. Bu öğretmen adaylarından Ö33'ün cevabı Şekil 6'da verilmiştir.

18. soruda öğretmen adaylarından bir yamuğun çevresini hesaplamaları istenmiştir. Öğretmen adayları işlem ağırlıklı sorular içerisinde en yüksek ortalamaya bu soruda sahiptir. Öğretmen adaylarının %60,6 (f=20)'sı bu soruyu tamamen doğru bir biçimde cevaplamıştır. Yanlış cevaplayan iki öğretmen adayı ise hesaplamayı yanlış yapmışlardır.

### SONUÇ ve TARTIŞMA

Bu çalışmada öğretmen adaylarının ortaokul matematik programında yer alan kazanımlar çerçevesinde çokgen bilgilerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Öğretmen adaylarının benzer çalışmalarda olduğu gibi (Cunningham & Roberts, 2010; Fujita & Jones, 2006; 2007; Günhan, 2014) geometri bilgilerinin eksik olduğu görülmüştür. Öğretmen adayları *matematiksels tanım bilmeyi* gerektiren sorularda daha başarılı olmuşlardır. Baltacı ve Baki (2017) tarafından yapılan benzer bir çalışmada ise öğretmen adaylarının geometrik yer tanımlarından özellikle daha önceleri çok sık karşılaşmış oldukları çember tanımını rahatlıkla yapabildiklerini belirtmişlerdir. Rubrik değerlendirmesine göre en az puanları ise

matematiksel işlem bilmeyi gerektiren sorularda almışlardır. Bu durumun nedeni öğretmen adaylarının işlem sorularında doğru cevaplar vermiş olsalar bile yeterli matemaiksel açıklamada bulunmamalarıdır. Benzer şekilde Athanasopoulou (2008) öğretmen adaylarının anlaşılabilir, açıklayıcı ve mantıklı geometrik argümanlar yazma konusunda eksikliklerinin olduğunu belirtmiştir. Bryan (1999) ise öğretmen adaylarının matematik bilgisinin kavramsal olarak beklenen derinlikte olmadığını dile getirmiştir ki bu ifade bu çalışmanın bulgularını desteklemektedir. Fuys, Geddes ve Tischler (1988) öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının geometri bilgisinin kural ve ezberlere dayalı olduğu sonucuna ulaşmıştır. Bu çalışmada da öğretmen adayları pek çok soruda direkt kural ve formüllerden yararlanmış, ancak yeterli açıklama yapmamışlar ve matematiksel dili etkili bir biçimde kullanamamışlardır (Morkoyunlu, Kıymaz & Kartal, 2016). Knight (2006) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik şekillerin özellikleri arasında ilişkileri fark etmelerinin ve bu ilişkiler üzerine muhakeme yapmalarının, bir geometrik ispatın gerçekleştirilmesinde bilimsel gerekçeler sunmalarının ve tanımların öneminin farkında olmalarının beklendiğini ancak çalışmasına katılan öğretmen adaylarının bu seviyede olmadığını belirtmiştir. Benzer şekilde bu çalışmada da öğretmen adayları çokgen tanımlarını göz önüne alarak kendilerine verilen şekillerin çokgen olup olmadığını muhakeme ederken, çokgenin iç açıları için üçgenin iç açısı ve köşegenlerin çokgenleri böldüğü üçgensel bölgeler arasında ilişki kurarken, yazılı olarak verilen bir geometrik argümanı şekle dökmeye ve bu argümanın doğruluğunu ispat etmede kendilerinden beklenen başarıyı gösterememişlerdir.

Matematiksel tanım bilmeyi gerektiren sorular içerisinde öğretmen adaylarının en çok çokgenleri tanımlamada zorlandıkları görülmüştür. Öğretmen adayları kendilerine verilen şekillerin çokgen olup olmadığına çoğunlukla doğru cevap vermelerine rağmen yine de çoğunluğu çokgenleri tam ve doğru bir biçimde tanımlayamamıştır. Benzer şekilde, Günhan (2014) öğretmen adaylarının kendilerine verilen dörtgenler içerisinde düzgün dörtgen olanları belirleyebildiklerini ancak verilen bir özelliğin hangi dörtgen için geçerli olduğunu belirleyemedikleri sonucuna ulaşmıştır. Fujita ve Jones (2006) da öğretmen adaylarının çokgenleri çizme konusunda tanımlamadan daha başarılı oldukları sonucuna ulaşmıştır. Öğretmen adaylarının bu grupta zorlandığı bir diğer soru ise eşlik-benzerlik sorusudur. Mayberry (1983) ve Athanasopoulou (2008) da benzer şekilde öğretmen adaylarının eşlik ve benzerlik kavramları ile ilgili sorularda oldukça fazla hata yaptığını dair bulguları da bu çalışmanın bulgularını desteklemektedir. Öğretmen adayları köşegenin tanımının verilip kendilerinden sorudaki doğru parçalarının köşegen olup olmadığını belirlemelerinin istendiği onuncu soruda da düşük performans sergilemişlerdir. Öğretmen adaylarının konveks çokgenin tanımı ile köşegenin tanımını karıştırmalarının nedenini Cunningham ve Roberts (2010) öğretmen adaylarının köşegene dair kavram imajları ile kavram tanımlarının uyuşmaması olarak açıklamıştır.

Öğretmen adaylarının dörtgenlerin hiyerarşisi ile ilgili en çok belirttiği fikir karenin aynı zamanda bir dikdörtgen olduğudur. Fujita ve Jones (2006) çalışmalarına katılan öğretmen adaylarının %65'inin karenin bir dikdörtgen olduğunu dile getirdiğini belirtmiştir. Aynı çalışmada öğretmen adaylarının % 48,3'ü paralelkenarın aynı zamanda bir yamuk olduğunu belirtirken, bu çalışmada bu şekilde cevap veren öğretmen adayı sayısı ikidir. Öğretmen adaylarının dörtgenlerin hiyerarşisine ilişkin bilgilerinin eksik olduğu bulgusuna literatürde benzer çalışmalarda da (Athanasopoulou, 2008; Günhan, 2014) görülmüştür. Öğretmen adaylarının özellikle işlem ağırlıklı sorularda doğru sonuçları bulsalar bile yeterli matematiksel açıklamada bulunamadıkları göz önünde alındığında öğretmen adaylarına geometrik ispat ve argümanlarla ilgili daha fazla deneyimin sunulması gerektiği söylenebilir. Öğretmen adaylarının cevapladığı sorular ortaokul düzeyinde geometri bilgisi gerektirmektedir. Ancak öğretmen adayları bu bilgileri çoğunlukla ezber yoluyla öğrendikleri için kendilerinden beklenen düzeyde matematiksel açıklamalar ile cevaplarını gerekçelendirememişlerdir. Bu nedenle ortaokul matematik programında yer alan konular öğretmen adaylarına geometrik muhakeme esas alınarak bir ders kapsamında verilebilir.

## KAYNAKLAR

- Athanasopoulou, A. (2008). *An inquiry approach to the study of quadrilaterals using Geometer's Sketchpad: A study with pre-service and in-service teachers*. Unpublished doctoral dissertation, The University of North Carolina, Charlotte.
- Ball, D. L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The elementary school journal*, 90(4), 449-466.
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator* (Fall), 14-46.
- Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching what makes it special?. *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- Baltacı, S., & Baki, A. (2017). Bağlamsal öğrenme ortamı oluşturmada GeoGebra yazılımının rolü: Elips Örneği, *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 18(1), 429-449.
- Bowles, M. A. (2010). *The think-aloud controversy in second language research*. London: Routledge.
- Bryan, T. J. (1999). The conceptual knowledge of pre-service secondary mathematics teachers: How well do they know the subject matter they will teach? *Issues in the Undergraduate Mathematics of School Teachers: The Journal. Volume 1: Content Knowledge*.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç-Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2011). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. Pegem-A Yayınları. Ankara.
- Carreño, E., Ribeiro, C. M., & Climent, N. (2013). Specialized and horizon content knowledge—Discussing prospective teachers knowledge on polygons. *Proceedings of the Eight Congress of European Mathematics Education*, 2966-2975.
- Clements, D. H. (1999). Teaching length measurement: Research challenges. *School Science and Mathematics*, 99(1), 5-11.



- Cunningham, F., & Roberts, A. (2010). Reducing the mismatch of geometry concept definitions and concept images held by pre-service teachers. *IUMPS The Journal*, 1, 1-17.
- Dillman, D. A. (2011). *Mail and Internet surveys: The tailored design method-2007 Update with new Internet, visual, and mixed-mode guide*. John Wiley & Sons.
- Eisenhart, M., Borko, H., Underhill, R., Brown, C., Jones, D., & Agard, P. (1993). Conceptual knowledge falls through the cracks: Complexities of learning to teach mathematics for understanding. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(1), 8-40.
- Ekawati, R., Lin, F. L., & Yang, K. L. (2015). Developing an instrument for measuring teachers' Mathematics Content Knowledge on ratio and proportion: a case of Indonesian primary teachers. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 13(1), 1-24.
- Erbas, A. K., & Yenmez, A. A. (2011). The effect of inquiry-based explorations in a dynamic geometry environment on sixth grade students' achievements in polygons. *Computers & Education*, 57, 2462-2475.
- Erdogan, E. O., & Dur, Z. (2014). Preservice mathematics teachers' personal figural concepts and classifications about quadrilaterals. *Australian Journal of Teacher Education*, 39(6), 106-133.
- Fennema A., & Franke, M. L. (1992). Teachers' knowledge and its impact. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, (pp. 147-164). New York: Macmillan Publishing Company.
- Fraenkel, J. R., Wallen, N. E., & Hyun, H. H. (2011). *Validity and reliability, how to design and evaluate research in science education* (8<sup>th</sup> Ed.). Mc Graw-Hill Companies.
- Fujita, T., & Jones, K. (2006) *Primary trainee teachers' understanding of basic geometrical figures in Scotland*. Proceedings of the 30<sup>th</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 3, 14-21.
- Fujita, T., & Jones, K. (2007). Learners' understanding of the definitions and hierarchical classification of quadrilaterals: towards a theoretical framing. *Research in Mathematics Education*, 9(1), 3-20.
- Fuys, D., Geddes, D., & Tischler, R. (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 3, 1-196.
- Grossman, P. L. (1990). *The making of a teacher: Teacher knowledge and teacher education*. Teachers College Press, Teachers College, Columbia University.
- Günhan, B. C. (2014). An Investigation of Pre-Service Elementary School Teachers' Knowledge Concerning Quadrilaterals. *Çukurova University. Faculty of Education Journal*, 43(2), 137-154.
- Hiebert, J., & Lefevre, P. (1986). Conceptual and procedural knowledge in mathematics: An introductory analysis. In J. Hiebert (Ed.), *Conceptual and procedural knowledge: The case of mathematics* (pp. 1-27). Hillsdale: Erlbaum.
- İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı. (2016). İlköğretim matematik öğretmenliği lisans programı ders içerikleri. 03/01/2016 tarihinde [http://www.yok.gov.tr/documents/10279/49665/ilkogretim\\_matematik/cca48fad-63d7-4b70-898c-dd2eb7afba5](http://www.yok.gov.tr/documents/10279/49665/ilkogretim_matematik/cca48fad-63d7-4b70-898c-dd2eb7afba5) adresinden ulaşılmıştır.
- Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (Eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.
- Knight, K. C. (2006). *An investigation into the change in the Van Hiele levels of understanding geometry of pre-service elementary and secondary mathematics teachers*. Unpublished doctoral dissertation, The University of Maine, Orono.

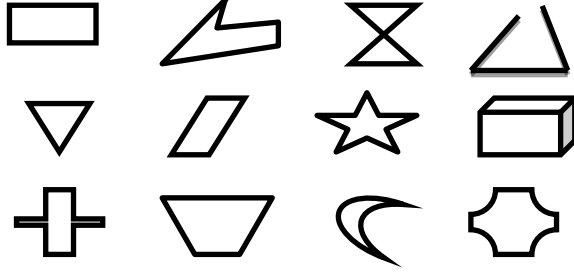
- Lehrer, R. (2003). Developing understanding of measurement. In J. Kilpatrick, W. G. Martin, & D. E. Schifter (Eds.), *A research companion to principles and standards for school mathematics* (pp. 179–192). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lin, C. Y., Becker, J., Byun, M. R., Yang, D. C., & Huang, T. W. (2013). Preservice teachers' conceptual and procedural knowledge of fraction operations: A comparative study of the United States and Taiwan. *School Science and Mathematics, 113*(1), 41-51.
- Ma, L. (1999). *Knowing and teaching elementary mathematics: Teachers' understanding of fundamental mathematics in China and the United States*. NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Marchis, I. (2012). Preservice Primary School Teachers' Elementary Geometry Knowledge, *Acta Didactica Napocensia, 5*(2), 33-40.
- Marks, R. (1990). Pedagogical content knowledge: From a mathematical case to a modified conception. *Journal of teacher education, 41*(3), 3-11.
- Mayberry, J. (1983). The van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers. *Journal for research in mathematics education, 14*(1), 58-69.
- Merriam, S. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Merriam, S. B. (2009). *Qualitative research: A guide to design and implementation* (Revised and expanded from qualitative research and case study application in education). San Francisco: Jossey-Bass.
- Miles, M., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative Data Analysis*. Beverly Hills, California: Sage.
- Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıf) öğretim programı*. 14/04/2015 tarihinde <http://ttkb.meb.gov.tr/www/ogretim-programlari/icerik/72> adresinden erişilmiştir.
- Morkoyunlu, Z., Kıymaz, Y., & Kartal, B. (2016). İlköğretim Matematik Öğretmen Adaylarının Matematiksel İletişim Becerilerinin İncelenmesine Dair Bir Çalışma. *3<sup>rd</sup> International Eurasian Educational Research Congress*, 1321-1322.
- Newton, K. J. (2008). An extensive analysis of preservice elementary teachers' knowledge of fractions. *American Educational Research Journal, 45*(4), 1080-1110.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational researcher, 15*(2), 4-14.
- Steele, M. D. (2013). Exploring the mathematical knowledge for teaching geometry and measurement through the design and use of rich assessment tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education, 16*(4), 245-268.
- Timur, B. (2011). *Fen Bilgisi Öğretmen Adaylarının Kuvvet ve Hareket Konusundaki Teknolojik Pedagojik Alan Bilgilerinin Gelişimi*. Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İlköğretim Anabilim Dalı Fen Bilgisi Eğitimi Bilim Dalı, Doktora Tezi.
- Tsamir, P., Tirosh, D., & Stavy, R. (1998). Do equilateral polygons have equal angles? In *Proceeding of the 22<sup>nd</sup> Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education 4*, 137-144.
- Türnüklü, E., & Berkün, M. (2013). İlköğretim 5 ve 7. Sınıf Öğrencilerinin Çokgenleri Sınıflandırma Stratejileri. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 21*(1), 337-356.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Williams, J. M. B. (2010). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (7<sup>th</sup> Ed.). New York: Longman.
- Wearne, D., & Hiebert, J. (1988). Constructing and using meaning for mathematical symbols: The case of decimal fractions. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number*

- concepts and operations in the middle grades* (pp. 220– 235). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Yanık, A., & Ada, T. (2013). Investigation of the Development of 7th Grade Students' Skills to Define, Construct and Classify Polygons with Cabri Geometry. *Turkish Online Journal of Qualitative Inquiry*, 4(3), 48-60.

## EK-1

## Çokgenler Konu Testi

1) Aşağıdaki şekillerden çokgen olduğunu düşündüklerinizin içine “√”, çokgen olmadığını düşündüğünüz şekillerin içine “X” ve çokgen olup olmadığından emin olmadığımız şekillerin içine ise “?” koyunuz.

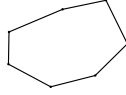


2) Yukardaki şekilleri ve bunlar hakkında verdiğiniz kararları göz önüne alarak çokgen, konveks çokgen, konkav çokgen ve düzgün çokgen kavramlarını açıklayınız.

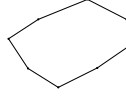
3) Aşağıdaki tabloda istenenleri şekil üzerinde gösteriniz ve boşlukları doldurunuz.

	Şekil	Bir köşesinden çizilebilecek köşegen sayısı	Bir köşeden çizilen köşegen çokgeni kaç farklı üçgensel bölgeye ayırır
Üçgen			
Dörtgen			
Beşgen			
Altıgen			

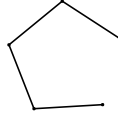
Yedigen



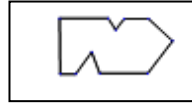
Sekizgen



n kenarlı çokgen



- 4) Bir üçgenin iç açıları toplamının  $180^\circ$  olduğunu gösteriniz.  
 5) Bir çokgende iç açıların toplamını veren bağıntıyı bulunuz ve bir çokgende dış açıların toplamının  $360^\circ$  olduğunu gösteriniz.  
 6) Yandaki şeklin tüm iç açılarının toplamını bulunuz.



- 7) Aşağıdaki tabloyu örnekteki gibi doldurunuz.

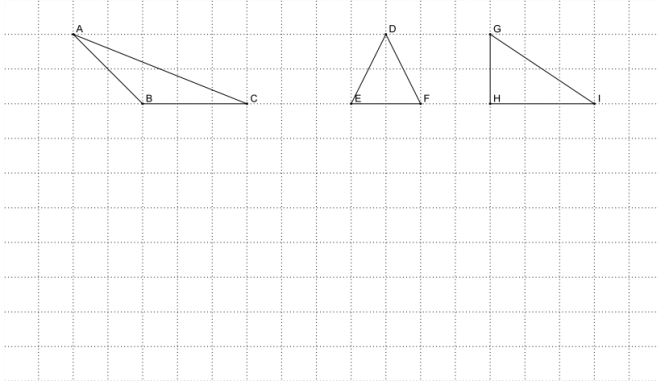
	Kenarlar	Açılar	Köşegenler
Paralelkenar	<i>Karşılıklı kenarları birbirine eşit ve paralel (iki çift paralel kenarı var)</i>	<i>Komşu açıları bütünler ve karşılıklı açıları eşittir. (bir çift bütünler, bir çift eş açısı vardır)</i>	<i>Köşegenler birbirini ortalar</i>
Kare			
Eşkenar Dörtgen			
Dikdörtgen			
Yamuk			
Beşgen			
Düzgün Altıgen			

- 8) Aşağıdaki örnekte olduğu gibi boşlukları doldurunuz.

**“Kare aynı zamanda bir eşkenar dörtgendir. Çünkü bütün kenarları birbirine eşittir.”**

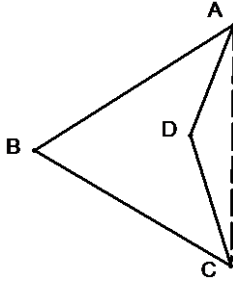
- a) Kare aynı zamanda bir ..... Çünkü .....
- b) Kare aynı zamanda bir ..... Çünkü .....
- c) Dikdörtgen aynı zamanda bir ..... Çünkü.....
- d) Paralelkenar aynı zamanda bir ..... Çünkü.....
- e) Kare aynı zamanda bir ..... Çünkü .....

9) Aşağıda verilen üçgenleri açılarına veya kenarlarına (veya her ikisine) göre isimlendiriniz. Verilen üçgenlere eş ve benzer olan birer üçgen çiziniz. Üçgenlerin eşliği ve benzerliği arasında nasıl bir ilişki var? Açıklayınız.

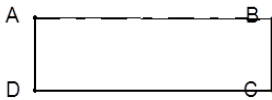


10) Köşegen bir çokgenin ardışık olmayan iki köşesini birleştiren doğru parçasıdır. Aşağıdaki her bir şekil için kesik çizgili doğru parçasının bir köşegen olup olmadığına karar veriniz. Eğer cevabınız hayır ise, nedenini belirtiniz.

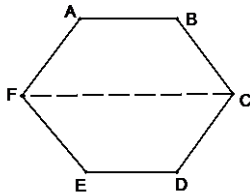
a) Kesik çizgili [AC] doğru parçası köşegen midir? Hayır ise, neden?



b) Kesik çizgili [AB] doğru parçası köşegen midir? Hayır ise, nedenini açıklayınız.

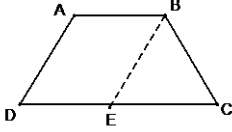


c) Kesik çizgili [FC] doğru parçası köşegen midir? Hayır ise nedenini açıklayınız.



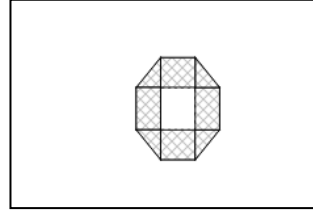
11) Köşegenleri dik olarak kesişen bir dörtgenin kenarlarının orta noktalarının birleştirilmesiyle oluşan şekil bir dikdörtgendir. Bu ifadeyi önce şekil çizerek gösteriniz ve doğruluğunu kanıtlayınız.

- 12) Paralelkenarın alan bağıntısını kullanarak yamuğun alanını veren bağıntıyı bulunuz.

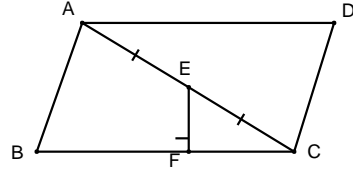


- 13) Dikdörtgenin alan bağıntısını kullanarak eşkenar dörtgenin alanını veren bağıntıyı şekil üzerinde gösteriniz.

- 14) Bir kenar uzunluğu 1 birim olan düzgün sekizgen biçiminde bir kartonun şekildeki gibi dört köşegeni çizildikten sonra ortadaki parça kesilip atılıyor. Buna göre kalan kartonun alanı kaç birimdir?

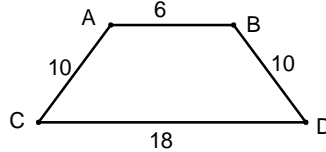


- 15) ABCD paralelkenarında  
 $[EF] \perp [BC]$   
 $m(\widehat{ABC}) = 30^\circ$   
 $m(\widehat{BCA}) = m(\widehat{ACD})$   
 $|AE| = |EC|$   
 $|EF| = 4$  cm

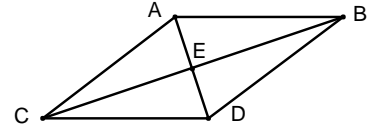


Yukarıda verilenlere göre A(ABCD) kaç  $\text{cm}^2$ 'dir?

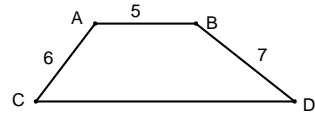
- 16) ABCD ikizkenar yamuk  
 $[AB] \parallel [DC]$   
 $|AC| = |BD| = 10$  cm  
 $|AB| = 6$  cm  $|CD| = 18$  cm  
 Yukarıda verilenlere göre ABCD yamuğunun alanı kaç  $\text{cm}^2$ 'dir?



- 17) ABCD eşkenar dörtgen  
 $|AC| = (2x+3)$  cm  
 $|BC| = (4x+4)$  cm  
 $|AD| = (2x)$  cm  
 Yukarıda verilenlere göre ABCD eşkenar dörtgenin alanı kaç  $\text{cm}^2$ 'dir?



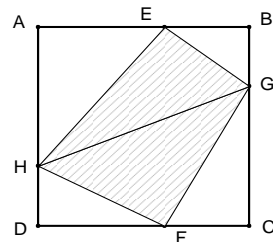
- 18) ABCD yamuk  
 $[AB] \parallel [CD]$   
 $m(\widehat{CAB}) = 2m(\widehat{CDB})$   
 $|AB| = 5$  cm  
 $|AC| = 6$  cm  
 $|BD| = 7$  cm



Yukarıda verilenlere göre Ç(ABCD) kaç  $\text{cm}^2$ 'dir?

- 19) ABCD kare  
 $|EB| = |FC|$   
 $A(\text{EHFG}) = 18 \text{ cm}^2$

Yukarıda verilenlere göre ABCD karesinin bir kenarının uzunluğu kaç  $\text{cm}$ 'dir?



## SUMMARY

### Introduction

Teachers' mathematical knowledge is an important factor that affects classroom practices. Mathematical knowledge is crucial in most of the teacher knowledge models (Ball et al., 2008; Fennema & Franke, 1992; Grossman, 1990; Marks, 1990; Shulman, 1986). There are a limited number of studies related to teacher knowledge about geometry and measurement (Steele, 2013). However, limited studies about geometry knowledge revealed that teachers had a lack of geometry knowledge (Bryan, 1999; Fujita & Jones, 2006; 2007; Gunhan, 2014; Marchis, 2012) that will result in academic underachievement of students (Clements, 1999; Lehrer, 2003).

Pre-service teachers' geometry knowledge about polygons is the focus of this study. Because it was seen that researchers mostly focus on only one topic of polygons such as hierarchical classification of quadrilaterals (Fujita & Jones, 2006; Gunhan, 2014), congruence (Athanasopoulou, 2008), and definition and basic properties of polygons (Carreño et al., 2013; Cunningham & Roberts, 2010). The aim of the study is to investigate pre-service teachers' knowledge about definitions, relationships and processes in polygons.

### Method

Case study was used to design this research (Merriam, 1998). Pre-service teachers' knowledge about polygons was the unit of analysis. 33 pre-service mathematics teachers who were junior at a rural university participated in the study (Merriam, 2009). They were chosen because they were considered as proficient in justifying their geometric arguments properly. Participants attended a geometry course including properties of polygons in their first year of teacher preparation program.

Data collection tool, Polygon Questionnaire, was developed by researchers. Initial draft consisted of 23 questions. Content validity was ensured with expert view and construct validity with thinking aloud protocols. There were 19 open ended questions that requires only knowledge of school geometry in the final form of the questionnaire. Questions were grouped into three sub-categories; (i) definition-based questions, (ii) mathematical relationships-based questions, and (iii) mathematical process-based questions.

Data collected from questionnaire was analyzed with an adopted rubric that was five point Likert type from 0 (no answer or incorrect answer) to 4 (correct answer, adequate and proper mathematical explanation). Researchers analyzed the questions independently and came together to share and discuss their analysis and interpretations. They discussed on the similarities and differences between their analysis results and argued until 100% consistency was reached (Miles & Huberman, 1994).



**Findings**

It was seen that pre-service teachers were most successful in definition-based questions than others. Amongst the definition-based questions, they seemed to fail to define what a polygon is. However, it was seen that their concept images of polygons were inconsistent with their concept definitions. Another important finding in this sub-category is that some of pre-service teachers had misconceptions about congruency of triangles and diagonals of a polygon. In the mathematical relationships-based sub-category, pre-service teachers were less successful than expected in generalizing their results. Most of them were aware of that a square is also a rectangular, but they seemed not to have any opinion about the relationships between rectangle, parallelogram and trapezoid. Almost none of them could make a geometric proof. In the mathematical-processes based questions, pre-service were supposed to be more successful. They mostly found the correct answer but were unsuccessful in giving adequate and rational mathematical explanations for their answers. Generally, pre-service teachers were found to have lack in school geometry knowledge which was the only requirement to answer the polygon questionnaire.

**Conclusion and Discussion**

It was seen that pre-service teachers had difficulty in making valid and sufficient mathematical explanations. Even though they knew and found the correct answer they got low scores from rubric because of lack mathematical explanations. This may be because they learnt polygons mostly memorizing rules, formulas and properties. They were asked to determine whether a group of geometric shapes were polygons and then to define polygons. Their decisions about geometric shapes and definitions were inconsistent (Cunningham & Roberts, 2010). Although one of them referred to straight sides in her own definition, she decided that a shape with curves is a polygon. This was an example of inconsistency. Pre-service teachers couldn't write explanatory and rational geometric arguments as exists in the literature (Athanasopoulou, 2008). Their geometric knowledge was not at expected level conceptually (Bryan, 1999). Also, they used mathematical language and symbols insufficiently in their proofs and justifications (Morkoyunlu et al., 2016). They had problems to generalize the results they found, make connections between quadrilaterals.