



<http://kefad.ahievran.edu.tr>

Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

Geometrik Yer Problemlerinin Yazılım Destekli Çözümleri Esnasında Tahmin Et-Gözle-Açıkla (TGA) Stratejisinin Kullanılımı

Serdal BALTACI
Avni YILDIZ

DOI:10.29299/kefad.2018.19.03.003

[Makale Bilgileri](#)

Yükleme:03/03/2018 Düzeltme:05/06/2018 Kabul:12/09/2018

Özet

Tahmin et-Gözle-Açıkla (TGA) stratejisi yapılan tahminlerin sebeplerini tartışmayı, gözlem yapmayı, sonuçları göstermeyi ve en son gözlem ile tahminler arasındaki farklılıkları tartışmayı içeren bir stratejidir. Alanyazında TGA stratejisinin fen eğitimi ile ilişkilendirilerek daha çok çalışıldığı, ancak matematik eğitimi ile ilişkilendirilen çalışmaların az olduğu görülmektedir. Bu stratejinin kullanılabilmesi konularından biri de geometrik yer problemleridir. Geometrik yer problemlerinde öğretmen adaylarının, tahminlerini birkaç noktayla yapmaya çalıştıkları ve düşündüklerinin doğruluğuna yönelik tam olarak bir tecrübe süreci gerçekleştiremedikleri alanyazında belirtilmektedir. Bu nedenle çalışmada, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik yer problemlerini GeoGebra dinamik matematik yazılımı ile çözümleri esnasında TGA stratejisinin nasıl işlediği incelenmiştir. Çalışmada özel durum çalışması yöntemi kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcılarını ilköğretim matematik öğretmenliği programının 3. sınıfında öğrenim gören altı öğretmen adayı oluşturmaktadır. Veriler çalışma yapıları ve mülakatlarla toplanmıştır. Verilerin analizinde nitel veri analiz teknikleri kullanılmıştır. Çalışma sonucunda çoğu öğretmen adayının yanlış tahminlerde buldukları, gözlem aşamasında bazen zorlansalar da GeoGebra yazılımında oluşturdukları doğru modeller sayesinde, hepsinin tahminlerini doğru cevapla değiştirdikleri görülmüştür. Bu bağlamda geometrik yer problemlerinin yazılım destekli çözümleri esnasında TGA stratejisinin kullanımının, matematik öğretmen adaylarına istenilen geometrik yerleri göstermede etkin bir araç olduğu söylenebilir.

Anahtar Kelimeler: Geometrik yer problemleri, Tahmin Et-Gözle-Açıkla (TGA) stratejisi, GeoGebra yazılımı, İlköğretim matematik öğretmen adayları.

Sorumlu Yazar : Serdal Baltacı, Doçent Doktor, Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Türkiye, serdalbaltaci@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-8652-4467

Avni Yıldız, Doçent Doktor, Bülent Ecevit Üniversitesi, Ereğli Eğitim Fakültesi, Türkiye, yildiz.avni@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-6428-188X

"Bu yayının bir kısmı VIII. Uluslararası Eğitimde Araştırmalar Kongresi'nde (ICRE 2018), sözlü bildiri olarak sunulmuştur."

1873

Atf için: Baltacı, S.ve Yıldız, A. (2018). Geometrik yer problemlerinin yazılım destekli çözümleri esnasında tahmin et-gözle-açıkla (tga) stratejisinin kullanılımı, *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(3), 1873-1890.

Giriş

Geleneksel yaklaşımın hâkim olduğu öğretmen merkezli sınıflarda daha çok işlemsel bilginin ortaya çıktığını söyleyebiliriz. 2018 yılında güncellenen öğretim programıyla öğrenmenin gerçekleşmesi için artık matematiksel düşünmenin önemsenmesi, olay, olgu ve durumların matematiksel olarak formüle edilebilmesi, matematiğin kavram ve yöntemlerini kullanarak olay ve olguların açıklanması ve gerekçelendirilmesi, matematiksel çıktılarının uygulanması ve yorumlanması için adımlar atılması önerilmektedir (MEB, 2018). Bunun için fen eğitiminde çok sık kullanılan bir strateji olan tahmin et-gözle-açıkla (TGA) stratejisi kullanılabilir. Tahmin et-Gözle-Açıkla (TGA) stratejisi yapılan tahminlerin sonuçlarını göstermeyi, bu tahminlerin sebeplerini tartışmayı, gözlemleri ortaya koymayı ve sonunda gözlem ile tahmin arasındaki farklılıkları açıklamayı içerir (Çepni ve Çil, 2009; White ve Gunstone, 1992). TGA stratejinin en önemli avantajlarından biri, öğrencilerin konu veya olayın sebebini açıklamaları için aktif katılımlarını sağlaması ve konunun ezberlenmesi yerine konu veya olaya kendilerince açıklama getirmiş olmalarıdır (Mpofu, 2006).

TGA stratejisinin tahmin aşamasında öncelikli olarak öğrencilere bir olay verilir ve öğretmen, öğrencilere bu olay hakkında sorular sorarak bu soruların tahmin edilmesini ister (Çepni ve Çil, 2009). Bu aşamada öğrencilere tahminlerinin nedenlerini tespit için “Neden bu şekilde bir tahminde bulundun? Bu tahmin sence doğru bir tahmin mi? Neden?” biçiminde sorular sorulabilir. Ardından gözlem aşamasında tahmin aşamasındayken öğrencilere verilen olay, öğrencilerin gözleyebileceği şekilde meydana getirilir ve öğrenciler gözlem yaparken elde ettikleri gözlemlerini yazarlar (Çepni ve Çil, 2009). Öğrencilerin tahminleri ile gözlemleri arasında çelişki ortaya çıkabilir. Ortaya çıkan bu tür çelişkiler, öğrencilerin anlamalarıyla ilgili ayrıntılı bilgiler elde edilmesinde yardımcı olmaktadır (Köse, Coştu ve Keser, 2003). Son aşama olan açıklama aşamasında ise öğrenciler, tahmin ile gözlemleri arasındaki farklılıkları ve benzerlikleri incelerler, tahminleri ve gözlemleri birbirinden farklı çıkarsa, bu farkı ortadan kaldıracı açıklamalarda bulunurlar (Çepni ve Çil, 2009). Bu nedenle öğrencilerin kavramları yapılandırmasına yardımcı olan aşamanın açıklama aşaması olduğu söylenebilir. Bu aşamayla öğrenciler, nesne ve olayla ilgili tahminleri ile gözlemleri arasındaki çelişkili durumu ortadan kaldıracak açıklamalar yapabilirler. Bu stratejinin kullanılabileceği konulardan biri de geometrik yer problemleridir. Çünkü bu kavramlar soyut bir kavram olmasından dolayı okullarda sembolik olarak gösterilmektedir (Botana ve Valcarce, 2003; Pekdemir, 2004).

Geometrik yer problemlerinde istenilenleri oluşturmaya çalışan öğretmen adaylarının, tahminlerini birkaç noktayla yapmaya çalıştıkları ve bu tahminlerinin doğru olup olmadıklarına tam olarak karar veremedikleri, yani tam olarak bir tecrübe süreci yaşayamadıkları bilinmektedir (Baltacı ve Baki, 2018; Güven ve Karataş, 2009). Çünkü geometrik yer kavramı, soyut düşünmeyi ve bazı cisimleri zihinde hareket ettirmeyi gerektirmektedir (Baltacı, 2014). Geleneksel öğrenme ortamlarında

bu durum görselleştirilemeyebilir. Nitekim yapılan çalışmalar geometrik yer kavramlarının kâğıt kalem ortamında görselleştirilememesinin sonucunda öğrencilerin zorlandıklarını göstermektedir (Frank, 2010; Jares ve Pech, 2013). Bunun için bu tür kavramlar oluşturulurken öğretmen merkezli bir öğrenme ortamı yerine, öğrencinin sorumluluk alarak aktif olduğu ve teknolojinin de bu süreçte yardımcı olduğu bir öğrenme ortamında öğrenciler bilgilerini yapılandırma fırsatı bulabileceklerdir. Bu yüzden öğrencilerin öğrenmesini kolaylaştıracak çeşitli öğrenme ortamlarının oluşturulması gerekmektedir. Bu ortamları dinamik yazılımlar destekleyebilir.

Öğrencilerin bilgiyi somuttan soyuta doğru kurmasında dinamik ortamların önemli bir rolü vardır (Baki, 2002). TGA stratejisinin özellikle gözlem aşamasında geometrik yerler, dinamik yazılımların devreye girmesiyle daha farklı gözlemlenebilir. Geometrik yer, ilgili literatürde belirli koşullara göre hareket eden bir noktanın yörünge yolu (Botana ve Valcarce, 2003; Cha ve Noss, 2001) ve matematiksel olarak özel şartlarla belirlenen ya da özel şartları sağlayan noktalar veya doğrular kümesi (Gorghiu, Puana ve Gorghiu, 2009) olarak tanımlanmıştır. Literatürdeki bu tarz tanımlar gereği geometrik yerlerin gösterilmesinde ve öğreniminde yazılımların önemli bir potansiyele sahip olduğu ifade edilmiştir (Frank, 2010; Güven, 2008; Jahn, 2002; Real ve Leung, 2006; Baltacı ve Baki, 2017). Bu tür dinamik yazılımlardan olan GeoGebra yazılımının bu ifade edilenleri karşılayacağı düşünülmektedir.

GeoGebra dinamik yazılımı, cebir ve grafik pencereleriyle grafik üzerinde olan değişimin cebirsel ve grafiksel ilişkilerini aynı anda görme imkânı sağlayarak, cebir ile geometri arasındaki ilişkilerin oluşturulmasına yardımcı olmaktadır (Hohenwarter ve Jones, 2007). Ayrıca GeoGebra yazılımının geometrik yer kavramlarının öğretiminde etkili bir araç olduğu ve yeni fırsatlar sunduğu yapılan çalışmalarla ortaya konmuştur (Antohe, 2009; Baki, Çekmez ve Kösa, 2009; Baltacı, 2014; Baltacı ve Baki, 2018). Diğer taraftan yapılan çalışmalar TGA stratejisinin daha çok fen eğitiminde kullanıldığını göstermektedir (Ayas ve Tatlı, 2011; Liew, 2004; Mpofu, 2006; Yeh, 2003; Wu ve Tsai, 2005; Treagust, Pathommapas, ve Tsui, 2007). Oysa yukarıda bahsedildiği gibi matematik eğitimindeki bazı konularda bu strateji kullanılabilir. Bu nedenle yapılan bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik yer problemlerini GeoGebra dinamik matematik yazılımı ile çözümleri esnasında TGA stratejisinin nasıl işlediği incelenmiştir.

Yöntem

Bu bölümde araştırmanın modeli, araştırmanın katılımcıları, veri toplama araçları, veri toplama süreci ve analizi hakkında bilgiler verilmiştir.

Araştırmanın Modeli

Araştırmacılar analitik geometri dersini daha önceki yıllarda da yürüttüklerinden öğretmen adaylarının geometrik yer problemlerine ait sorularda yaşadıkları zorlukların GeoGebra yazılımı ile aşılabileceğini düşünmüşlerdir. Üstelik bu süreci TGA stratejisi bağlamında analiz etmişlerdir. Bu sebepten dolayı araştırmada, geometrik yer problemlerinin derinlemesine çalışılması amaçlanıldığından özel durum çalışması yöntemi kullanılmıştır.

Araştırmanın Katılımcıları

Katılımcıların belirlenmesinde amaçlı örneklem yöntemlerinden maksimum çeşitlilik örnekleme kullanılmıştır. Bu yaklaşım, bilgi açısından zengin durumların derinlemesine incelenmesi amacıyla kullanılır (Patton, 2005). Çünkü nitel çalışmalarda genellikle az sayıda kişiyle çalışılır (Yıldırım ve Şimşek, 2008). Bu nedenle araştırma problemine derinlemesine yanıt bulabilmek için az sayıda kişiyle çalışılmıştır. Bu bağlamda bir devlet üniversitesine kayıtlı ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıfa devam eden altı öğretmen adayı araştırmanın katılımcılarını oluşturmuştur. Öğretmen adaylarından üçü bayan, üçü ise erkektir. Katılımcılar seçilirken kendini ifade etme becerisi yüksek, mülakata gönüllü ve analitik geometri dersine ait başarı notlarına göre farklı başarı düzeyine (yüksek, orta, düşük) sahip ikişer öğretmen adayı almaya dikkat edilmiştir. Ayrıca öğretmen adaylarının hepsinin doğru, doğru parçası, çember, elips, hiperbol ve parabol gibi kavramların tanımlarına yönelik bilgilerinin yeterli olması da öğretmen adaylarını seçerken diğer bir ölçüt olmuştur. Çalışma, araştırmacılardan birinin öğrencileri ile yapıldığı için katılımcıları seçerken bahsedilen yukarıdaki hususları göz önüne almak zor olmamıştır.

Veri Toplama Araçları

Çalışmada veriler çalışma yaprakları ve bu süreçte yapılan yarı yapılandırılmış mülakatlarla toplanmıştır. Çalışma yaprakları hazırlanırken Bakı'nın (2008) belirttiği gibi ifadelerin açık ve net yazılmasına, yönergelerde akıcılığın olmasına ve öğretmen adaylarının yorumlarını yazabilecekleri yeterli miktarda boş yerlerin bırakılmasına önem verilmiştir. Öğretmen adaylarına geometrik yer problemlerine yönelik olarak üç çalışma yaprağı uygulanmıştır. Çalışma yapraklarında problemlerin cevaplarının öncelikli olarak tahmin edilmesi ve tahminlerini çalışma yapraklarında açıklamaları istenmiştir. Sonrasında ise verilen problemleri, GeoGebra yazılımı ekranında oluşturarak gözlemlenmeleri ve yaşadıklarını çalışma yapraklarına aktarmaları istenmiştir.

Veri Toplama Süreci

Bilgisayar laboratuvarında her bir öğretmen adayına bir bilgisayar düşecek biçimde ayarlama yapılmıştır. Öğretmen adaylarına çalışma yapraklarında bulunan ifadeleri eksiksiz bir şekilde doldurmaları devamlı hatırlatılmıştır. Bu nedenle çalışma yaprakları, öğretmen adayları tarafından tamamlandıktan sonra toplanarak veri toplama aracı olarak kullanılmıştır. Ayrıca

problemlerin çözümü esnasında öğretmen adaylarının yapmış oldukları hamlelerin nedenleri sorgulanmıştır. Bunun için tahmin aşamasında “Neden bu şekilde bir tahminde buldunuz? Bu tahmini nasıl açıklayabilirsin?, gözlem aşamasında “GeoGebra ekranında istenilenleri nasıl oluşturdu? Bu ifadeleri yazılımda oluştururken aklınızda neler vardı ve neler düşünüyordunuz?”, açıklama aşamasında ise “Gözlemlerin ile tahminlerin arasında bir farklılık var mı? Varsa neden bu şekilde bir farklılık ortaya çıkmış olabilir?” gibi sorularla öğretmen adaylarının neler düşündükleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Ayrıca her bir çalışma yaprağı için öğretmen adayları ile iki ders saati çalışılmış, çalışma toplamda altı ders saati sürmüştür.

Verilerin Analizi

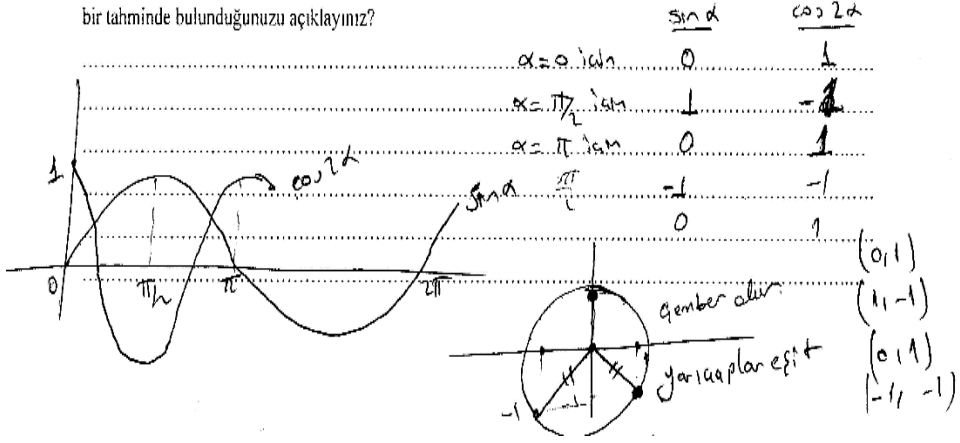
Araştırmaya başlamadan önce öğretmen adaylarına araştırmanın amacı hakkında bilgiler verilmiştir. Yapılan mülakatların her biri gerekli izinlerin ardından dijital ses kayıt cihazı ile kaydedilmiştir. Elde edilen araştırmanın verileri, nitel veri analiz yöntemlerinden içerik analizi tekniği ile çözümlenmiştir. Bu maksatla toplanan veriler analiz edilmeden önce mülakattan elde edilen verilerin ve çalışma yapraklarının dökümü ve kontrolü yapılmıştır. Görüşmelerin dökümü sırasında hiçbir düzeltme yapılmamış, olduğu gibi aktarılmasına dikkat edilmiştir. Bulgular sunulurken öğretmen adaylarına ve araştırmacıya kodlar verilmiştir. Örneğin Öğretmen Adayı 1 (Ö1), araştırmacı da (A) biçiminde kodlanmıştır. Ö1 ve Ö2 öğretmen adayları düşük başarıya, Ö3 ve Ö4 öğretmen adayları orta derecede başarıya, Ö5 ve Ö6 öğretmen adayları da yüksek başarıya sahiplerdir.

Bulgular

Bu başlıkta araştırma problemine; çalışma yaprakları, GeoGebra yazılımındaki ekran görüntüleri ve öğretmen aday-araştırmacı arasında geçen diyaloglar yansıtılarak yanıt bulunmuştur. Öğretmen adaylarına 3 adet çalışma yaprağı uygulandığı için TGA stratejisinin döngüleri 3 ayrı problem için ayrı ayrı sunulmuştur.

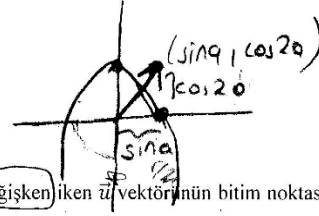
Öğretmen adaylarına ilk olarak “Düzlemde $\vec{u} = (\sin\alpha, \cos 2\alpha)$ vektörü veriliyor. α açısı değişken iken \vec{u} vektörünün bitim noktasının geometrik yerini bulunuz?” problemi verilmiştir. Öğretmen adaylarından öncelikli olarak geometrik yerleri tahmin etmeleri ve bu tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaları istenmiştir. Bu süreçte öğretmen adayları çember, yarım çember, çember yayı, belli bir geometrik şeklin oluşmadığı, elips, parabol gibi tahminlerde bulunmuşlardır. Örneğin öğretmen adaylarından Ö1 ve Ö3’e ait veriler aşağıdaki şekildedir.

Yukarıdaki problemi dikkate alarak istenilen geometrik yer hakkında bir tahminde bulununuz? Niçin bu şekilde bir tahminde bulunduğunuzu açıklayınız?



Şekil 1. Ö1'in tahminine yönelik çalışma yaprağından bir kesit

Düzlemde $\vec{u} = (\sin \alpha, \cos 2\alpha)$ vektörü veriliyor. α açısı değişken iken \vec{u} vektörünün bitim noktasının geometrik yerini bulunuz?



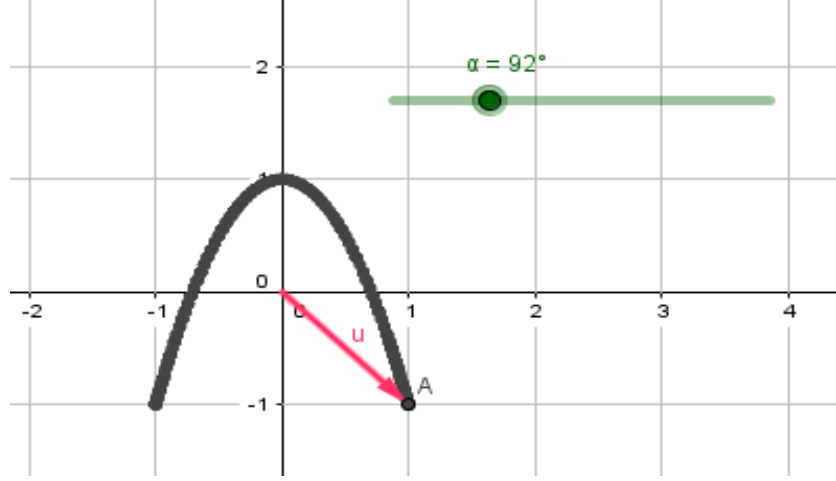
Yukarıdaki problemi dikkate alarak istenilen geometrik yer hakkında bir tahminde bulununuz? Niçin bu şekilde bir tahminde bulunduğunuzu açıklayınız?

$0 < \alpha < 90$ olsun. $\alpha = 90$ $\sin 90 = 1$ $\cos 180 = 0$
 $\alpha = 180$ $\sin 180 = 0$ $\cos 360 = 1$
 $\alpha = 270$ $\sin 270 = -1$ $\cos 540 = \cos 180 = -1$

Önce çember diye düşündüm (-1,-1) noktası çıkınca parabol diye düşündüm. Tahminim bu.

Şekil 2. Ö3'ün tahminine yönelik çalışma yaprağından bir kesit

Ardından öğretmen adayları bu süreçte istenilenleri, GeoGebra yazılımında oluşturmaya çalışırken yazılımın özellikle "iz" ve "yer tanımı" özellikleriyle oluşabilecek geometrik yerleri gözlemlemeye çalışmışlardır. Bu sürece ait bir örnek Ö5'in GeoGebra ekranında oluşturduğu aşağıdaki şekildeki gibidir.



Şekil 3. Ö5'in verilen geometrik yer problemini GeoGebra yazılımında modelleyerek gözlemlemesi

GeoGebra ekranında geometrik yerleri gözlemleyen öğretmen adayları, gözlemleri sonucunda tahminlerini daha çok anlamlandırmaya çalışmışlardır. Öğretmen adaylarının tahminleri ve gözlemleri birbirinden farklı çıktığında nedene yönelik açıklamalarda bulunmaya çalıştıkları gözlenmiştir. Örneğin bu sürece ait Ö3'ün ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö3: İlk başta çember tahmininde bulunmuştum. Çünkü kafamda canlandığımda aklıma ilk olarak çember geldi. Kâğıt kalem ortamında bunu açıklamaya çalışırken de ilk olarak çember olacağını göstermeye çalıştım. Fakat farklı bir nokta gördüğümde parabol olacağına karar verdim. Ama yine de şüphelerim vardı. GeoGebra ekranında bu tür ifadeleri oluşturmak kolay. Ekranda oluşturdum.

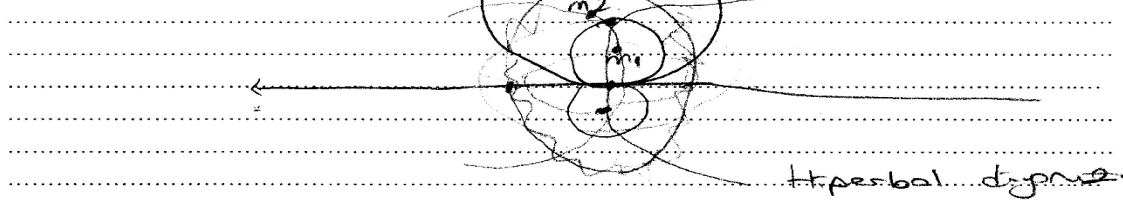
Yukarıdaki süreç bütün öğretmen adayları için özetlenerek Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. Birinci problemin çözüm sürecinde TGA stratejisinden yansımalar

Problem: "Düzlemde $\vec{u} = (\sin\alpha, \cos2\alpha)$ vektörü veriliyor. α açısı değişken iken \vec{u} vektörünün bitim noktasının geometrik yerini bulunuz?"				
Öğretmen Adayları	Doğru Cevap	Tahmin Et	Gözle	Açıkla
Ö1		"Çember"	"Oluştururken biraz zorlandım ama iz komutu ile parabol olduğunu gördüm."	"Önce Çember dedim bunu açıklamaya çalıştım fakat yazılım ekranında parabol çıktı. Yanlışımı fark edebildim bu şekilde."
Ö2		"Çember yayı gibi fakat bence belli bir geometrik şekil oluşmuyor."	"Gözlemlediğimizde çember yayı gibi değilmiş biraz daha gidiyor parabole doğru."	"Bu şekilde ekranda her istenileni yapabilirsem o zaman daha güzel anlıyorum. Örneğin bu problem benim aklımdan çıkmaz."
Ö3		"Önce Çember Sonra Parabol"	"GeoGebra ekranında gözlemlediğimde parabol olduğunu daha net gözlemledim."	"Bu şekilde daha net karşılaştırma imkânı buldum. Mesela bazı yerlerde yanlış düşünmüşüm."
Ö4	PARABOL	"Yarım çember gibi fakat Elipse de benziyor"	"Elips de değilmiş. Bunu görmek daha doğrusu kâğıt kalem ortamında düşünmek zor bence."	"Biz bunu tahmin etsek bile hep şüphe var. Fakat şimdi bu tahminlerim havada kalmadı sonuçta."
Ö5		"Parabol"	"Ekranda istenilenleri oluşturduğumda nokta gezindikçe parabolü gözlemledim."	"Parabol dedim fakat yine acaba diyordum. Ekranda oluşturunca kesinleştirdim."
Ö6		"Parabol"	Evet, parabol oluyor. Daha net gözüküyor."	"Tahminim doğru buna sevindim. Ama bunu gördükten sonra problemlere daha fazla tahmin etme isteğim geldi."

Ardından bir başka etkinlikte öğretmen adaylarına "Düzlemde bir doğruya belli bir noktada teğet olan çemberlerin merkezlerinin geometrik yeri nedir?" problemi sorulmuştur. Öğretmen adayları parabol, hiperbol, bir doğru gibi tahminlerde bulunmuşlardır. Tahmininde hiperbol olduğunu ifade Ö2'nin açıklamaları aşağıdaki gibidir.

Yukarıdaki problemi dikkate alarak istenilen geometrik yer hakkında bir tahminde bulununuz? Niçin bu şekilde bir tahminde bulunduğunuzu açıklayınız?



Açıklama: merkezleri birleştirdiğimizde hiperbol elde ettik.

Şekil 4. Ö2'nin tahminine yönelik çalışma yaprağından bir kesit

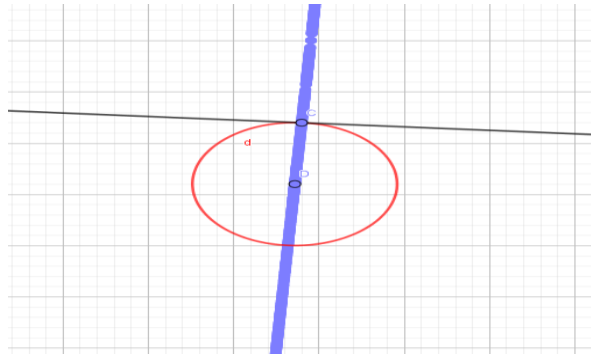
Diğer taraftan bazı öğretmen adayları gibi “bir doğru” tahmininde bulunan Ö5’in ifadeleri aşağıdaki gibidir.

Ö5: Tahminim bir doğru. Çünkü bir doğru var ve bu doğru üzerinde sabit bir noktaya teğet olan çemberlerin merkezlerine bakacağız. Ayrı ayrı düşündüğümde bu çemberlerin merkezleri bir doğru boyunca hareket edecektir. Yani bence bu geometrik yer bir doğru oluşturacaktır.

A: Açıklayabilir misin?

Ö5: A noktası d doğrusu üzerinde bir nokta iken bu noktaya teğet olan çemberlerin merkezlerini işaretlediğimde bir doğru üzerinde olur. O doğru da bu şekilde olur bence.

Öğretmen adayları sonrasında GeoGebra ekranında istenilenleri oluşturarak gözlem yapmaya çalışmışlardır. Bu gözlemlerinde yazılımın farklı ikonlarını kullandıkları görülmüştür. Örneğin Ö4’ün ekranda oluşturduğu şekil ve ardından araştırmacı ile aralarında geçen diyalogundaki bir kesit aşağıdaki gibidir.



Şekil 5. Ö4’ün verilen geometrik yer problemini GeoGebra yazılımından gözlemlemesi

Ö4: Hocam aslında bunu gözlemlemek için şekli oluşturmak gerekiyor. Bu durumda da biraz düşünmek gerekiyor.

A: Nasıl yani?

Ö4: Örneğin C noktasında teğet olacak ve D merkezli çemberler oluşturacağım. C noktası sabit olduğundan D merkezini hareketli yaparsak ve D noktasının izini açarak bu izin ne oluşturduğunu gözlemleyebilirim. Evet, bence bu iz düşündüğüm gibi bir doğru oluşturdu. Bu şekilde yazılımın ikonlarını kullanarak merkezin gezindiği yeri rahatlıkla gördüm.

Bu süreçte doğru tahmininde bulunan öğretmen adayları tahminlerinin doğruluklarını kontrol ettikleri için, yanlış tahminlerde bulunanlar ise yanlış tahminlerinin doğrularını yazılım ile gözlemlediklerinden problemi daha iyi anlamlandırma imkânı bulabilmişlerdir. Örneğin yanlış tahminde bulunan Ö2, gözlemleri sonucunda düşündüklerinden farklı bir şekil ortaya çıktığını aşağıdaki gibi ifade etmiştir.

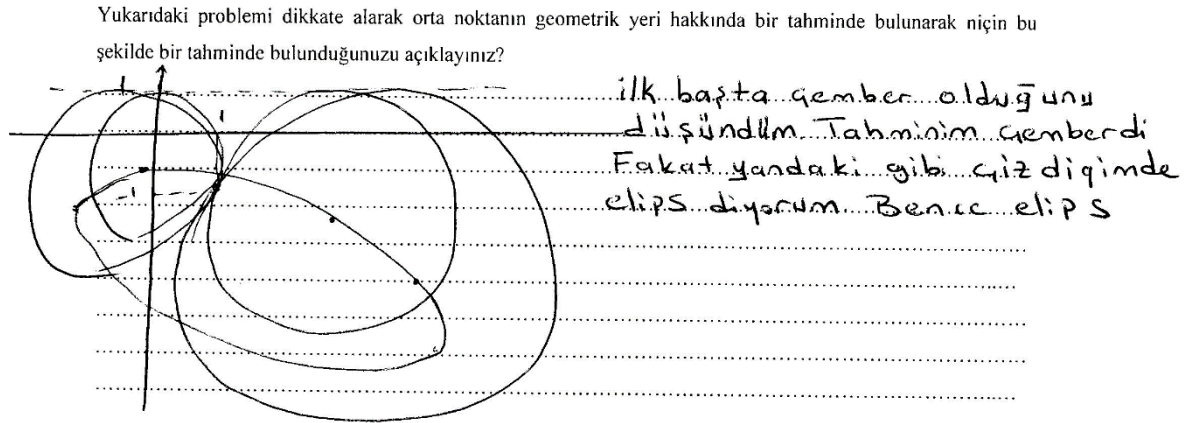
Ö2: Bu problemlerde tahmin etmek aslında güç gerçekten. Fakat oluşan şekli ekranda gözlemlediğimde kafamda merkezlerin oluşturacağı şekil daha çok netleşti. Mesela hiperbol olacağını tahmin ettim. Ve bu tahminimi devam ettirerek çalışma yaprağında açıklamaya çalıştım. O da zaten biraz saçma olmuş. Fakat yazılımda daha netleştirdim bu şekilde.

Yukarıdaki süreç bütün öğretmen adayları için özetlenerek Tablo 2’de verilmiştir.

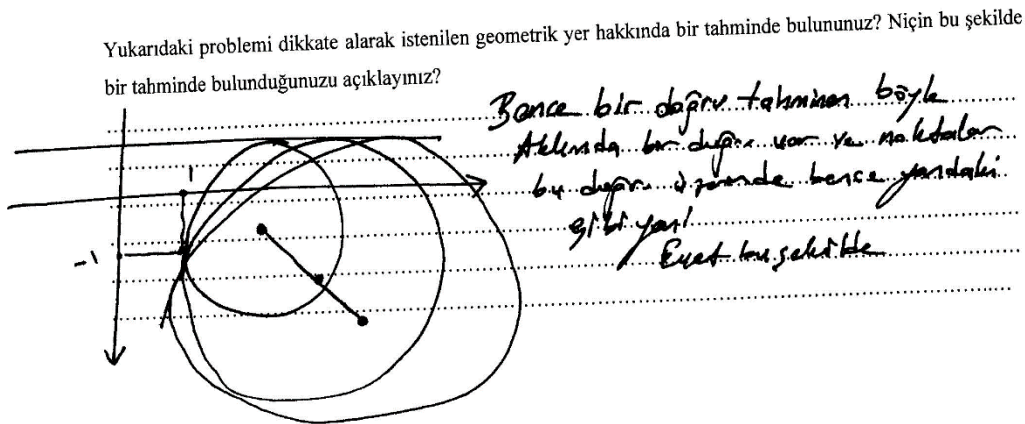
Tablo 2. İkinci problemin çözüm sürecinde TGA stratejisinden yansımalar

Problem: “Düzlemde bir doğruya belli bir noktada teğet olan çemberlerin merkezlerinin geometrik yeri nedir?”				
Öğretmen Adayları	Doğru Cevap	Tahmin	Gözlem	Açıklama
Ö1		“Parabol oluşur bence tabii bu bir tahmin”	“Oluşturamadım ekranda, fakat yardım alınca bir doğru olduğunu gözlemledim.”	“Önce parabol olacağını tahmin ettim. Ekranda oluşturamayınca yardım aldım bir doğru inmiş. Yanlışımı fark ettim ama bunu oluşturmak için geometri bilgilerimi kullanamadım.”
Ö2		“Bu şekilde merkezler birleşince bence bir hiperbol oluşur.”	“Yine zorlandım ama sonuçta doğru olduğunu yani noktaların doğru üzerinde gezindiğini gördüm.”	“Bu problemlerde tahmin etmek aslında güç gerçekten. Fakat oluşan şekli ekranda gözlemlediğimde kafamda merkezlerin oluşturacağı şekil daha çok netleşti.”
Ö3		“Bence parabol ama yine de sadece bir tahmin bu”	“Ekranda bilgileri önce yanlış girdim. Sonrasında uğraşarak doğru olduğunu gördüm.”	“Evet, parabol değilmiş yanlış tahminde bulunmuşum. Ekranda görmek güzel.”
Ö4	DOĞRU	“Bence bir doğru oluşturur. Tahminim bu şekilde.”	“Evet, bence bu iz düşündüğüm gibi bir doğru oluşturdu. Bu şekilde yazılımı kullanarak merkezin gezindiği yeri rahatlıkla gördüm.”	“Tahminimin doğru çıkması güzel fakat ekranda daha net. bu şekilde problemi daha iyi anlamlandırdım.”
Ö5		“Tahminim bir doğru. Çünkü bir doğru var ve bu doğru üzerinde sabit bir noktaya teğet olan çemberlerin merkezlerine bakacağız.”	“Evet, merkezler iz komutundaki noktalar boyunca hareket ediyor. Bu da doğru oluşturdu.”	“Tahminimi karşılaştırma imkânı buldum bu şekilde. Daha net karşımda her şey.”
Ö6		“Sanki doğru gibi”	“Ekranda istenilenleri oluşturduğumda noktalar bir doğruyu gösterdi.”	“Evet, doğru tahmin etmişim. Fakat gözlemledikten sonra daha iyi anladım.”

Bir başka etkinlikte öğretmen adaylarına “Düzlemde $A(1,-1)$ noktasından geçen ve $y=1$ doğrusuna teğet olan çemberlerin merkezlerinin geometrik yeri nedir?” problemi sorulmuştur. Öğretmen adayları yine doğru, çember, elips ve parabol gibi tahminlerde bulunmuşlardır. Örneğin tahminlerinde doğru ve elips olabileceğini ifade ederek bunları kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışan Ö6 ve Ö4 öğretmen adaylarının açıklamaları aşağıdaki gibidir.

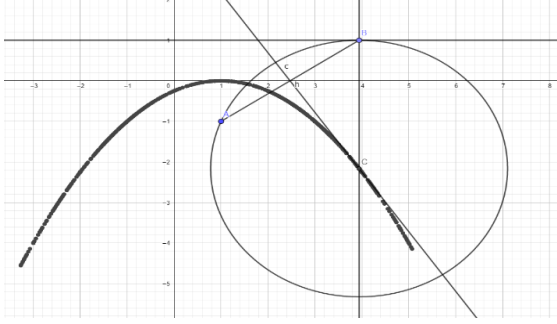


Şekil 6. Ö6'nın tahminine yönelik çalışma yaprağından bir kesit



Şekil 7. Ö4'ün tahminine yönelik çalışma yaprağından bir kesit

Tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalışan öğretmen adayları sonrasında GeoGebra ekranında istenilenleri oluşturarak gözlem yapmaya çalışmışlardır. Fakat GeoGebra ekranında istenilenleri yaparken zorlandıkları ve gözlemlerinde yazılımın farklı ikonlarını kullanmaya çalıştıkları görülmüştür. Örneğin Ö6'nın ekranda oluşturduğu şekil ve ardından çalışma yaprağına yazmış olduğu ifadeler ile Ö3'ün bu süreçte araştırmacı ile aralarında geçen diyalogları aşağıdaki gibidir.



Elips değil parabolmiş. Bunu çizmek zor ama AB kirisinin orta dikmesini çizmesem merkezi bulamıyordum. Bence zor oldu. Çok uğraştım. Ya değilse teğet noktasını sabitleyemiyordum. Ama it güzel parabolü çıkardım bu komutla ilgili.

Şekil 8. Ö6'nın verilen geometrik yer problemini GeoGebra yazılımından gözlemlemesi ve yorumlamasına ait bir kesit

A: Şu an ne yapıyorsun? Ve şekli nasıl oluşturdu.

Ö3: Hocam bunu oluşturmak aslında zor ve geometri bilgisini kesinlikle gerektiriyor. Mesela (1,-1) noktasını ve $y=1$ doğrusu üzerinde oluşturulan noktayı rahatlıkla şekil üzerine yerleştirebildik. Fakat sonrasında bu iki noktadan geçen çemberin merkezini oluşturmak için biraz düşündüm.

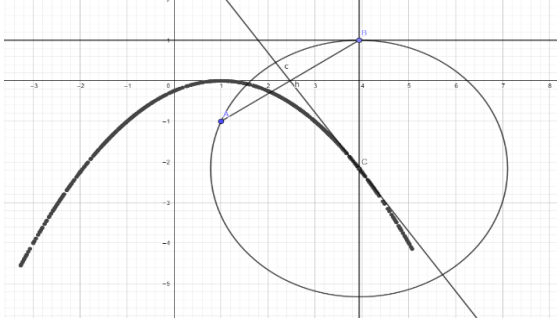
A: Nasıl yani?

Ö3: Örneğin B noktası, doğru üzerindeki nokta A (1,-1) noktası, bu iki nokta çember üzerinde ise bunların oluşturmuş olduğu kirisini çizdim. GeoGebra komutlarından kirisinin orta noktasından geçen doğruyu çizdiğimde C merkezini bulmuş olurum. Yani A ve B noktalarından geçen çemberi çizdiğimde merkezini de C olarak belirledim.

A: Sonrasında ne yaptın?

Ö3: Sonrası kolay B noktasını doğru üzerinde gezdirdiğimde oluşan çemberlerin merkezi olan C noktalarının geometrik yerini iz komutu sayesinde rahatlıkla gözlemleyebildim.

Görüldüğü gibi Ö3, çemberin merkezini bulurken oluşturmuş olduğu kirisinin orta noktasından geçen doğru parçasına göre çemberin merkezini belirlemiş ve sonrasında geometrik yeri gözlemleyebilmiştir. Yine verilen problemde istenilenleri GeoGebra ekranında oluşturmaya çalışan Ö4'ün biraz zorlandığı aşağıdaki gibi görülmektedir.



Elips değil parabol müş. Bunu çizmek zor ama AB kirisinin orta dikmesini çizmesem merkezi bulamaya saktım. Bence zor oldu. Çok uğraştım. Ya değilse teğet noktasını sabitleyemiyordum. Ama it güzel parabolü gözlemledim bu komutla ilgili.

Şekil 9. Ö4'ün GeoGebra ekranında oluşturmuş olduğu şekil ve gözlemlerine ait çalışma yaprağına yazdıkları ifadeler

Görüldüğü gibi Ö4, ekranda istenilenleri oluştururken biraz zorlandığını fakat sonunda oluşturabildiğini çalışma yaprağında belirtmiştir. İstenilenleri GeoGebra ekranında oluşturmaya çalışan diğer öğretmen adayları da ekrandaki gözlemlerini yukarıdaki gibi ifade etmeye çalışmışlardır. Sonrasında tahminlerini ekrandaki gözlemleriyle karşılaştırmışlardır.

Ö4'ün araştırmacı ile aralarında geçen diyalog aşağıdaki gibi bu süreci desteklemektedir.

A: Ekrandaki gözlemlerle nasıl bir fark gözlemledin.

Ö4: Çok fark gözlemledim. Çünkü ben ilk başta doğru olacağını düşünüyordum bu şekilde tahminde bulundum ve açıklamaya çalıştım. Ve bunu açıklarken üç dört tane çember çizdim. Fakat yazılımda bunu daha kolay gözlemleyebiliyorum.

A: Gözlemlerin nasıldı peki?

Ö4: Kağıt kalem ortamında üç beş tane çember çizerken şimdi bir sürü çemberi ve merkezlerinin nerede gezindiğini çok rahatlıkla gözlemleyebildim. Özellikle iz komutu merkezlerin nasıl bir şekil üzerinde gezdiğini bana çok rahatlıkla gösterdi. Bu şekilde problemi daha iyi anladım.

Yukarıdaki süreç bütün öğretmen adayları için özetlenerek Tablo 3'de verilmiştir.

Tablo 3. Üçüncü problemin çözüm sürecinde TGA stratejisinden yansımalar

Problem: "Düzlemde A(1,-1) noktasından geçen ve y=1 doğrusuna teğet olan çemberlerin merkezlerinin geometrik yeri nedir?"				
Öğretmen Adayları	Doğru Cevap	Tahmin	Gözlem	Açıklama
Ö1		"Tahminim bir çember"	"GeoGebra ekranında oluştururken zorlanıyorum ama sonuçta parabol olduğunu gözlemleyebildim."	"Zor oluşturdum ama parabol olduğunu görmek güzeldi."
Ö2		"Bence buralar birleşince elips olur gibi."	"Demek ki birleşmiyormuş parabol çıktı. Ama bunu düşünmek ve buraya aktarmak zor oluyor."	"Tahminim yine yanlış çıktı. Ama yine de zamanla mantıklı tahmin yapmaya çalıştığımı düşünüyorum. Alışıyorum belki de."
Ö3		"Parabol olur diye tahmin ediyorum."	"Bunu oluşturmak aslında zor ve geometri bilgisini kesinlikle gerektiriyor. Oluşan çemberlerin merkezi olan C noktalarının geometrik yerini iz komutu sayesinde rahatlıkla gözlemleyebildim."	"Evet, parabol çıktı ama zorlandım. Yine de tahminimi değerlendirdim ve daha farklı gördüm ekranda."
Ö4	PARABOL	"Bence bir doğru, tahminim böyle. Aklımda bir doğru var ve noktalar bu doğru üzerinde bence"	"Ekranda oluştururken zorlandım aslında, ama sonunda oluşturdum."	"Çok fark gözlemledim. Çünkü ben ilk başta doğru olacağını düşünüyordum. Ve bunu açıklarken üç dört tane çember çizdim. Fakat yazılımda bunu daha kolay gözlemleyebiliyorum."
Ö5		"Tahminim bir çember."	"Evet, noktalar bir parabol oluşturdu."	"Yanlış tahminde bulundum. Belki de çember yayı desem daha yaklaşıyordum. Ama parabol olduğunu gözlemlemek bana nerede yanlış yaptığımı gösterdi."
Ö6		"İlk başta çember olduğunu düşündüm. Tahminim çemberdi. Fakat yandaki gibi çizdiğimde elips diyor."	"Elips değil parabolmuş bunu çizmek zor. AB kirisinin orta dikmesini çizmesem merkezi bulamayacaktım. Ama iz güzel. Parabolü gözlemledim bu komutla."	"Evet, nerede yanlış düşündüğümü fark ettim. Belki de yanlışla devam edecektim."

Tartışma ve Sonuç

Analitik geometride geometri, şeklin gözlenmesinden kurtularak cebire yaklaşmış dolayısıyla daha da soyutlaşmıştır (Gözen, 2001). Araştırmanın bulguları incelendiğinde de öğretmen adaylarının geometrik yerleri tahmin ederlerken bu kavramların soyut olmasından dolayı kâğıt kalem ortamında zorlandıklarını belirtmişlerdir. Özerdem (2007) bu durumun hem günlük yaşam, hem de lise yıllarındaki eksik tecrübelerden kaynaklandığını ifade etmiştir. Araştırmada, öğretmen adaylarının çoğunun ilk başta yanlış tahminlerde buldukları görülmüştür. Sonrasında bu yanlış tahminlerini kâğıt kalem ortamında açıklamaya çalıştıkları fakat bu süreçte açıklamalarının yetersiz olduğu görülmüştür. Örneğin verilen birinci geometrik yer probleminde Ö1 yanlış tahminde bulunarak çember, Ö3 de parabol diyerek doğru bir tahminde bulunmuştur. Fakat çalışma yaprağına açıklarken tahminlerini tam olarak açıklayamadıkları belirlenmiştir. Bu bulguyu destekler şekilde Güven ve Karataş (2009) ile Baltacı ve Baki (2018) de öğretmen adaylarının geometrik yer problemlerinde ya yanlış çizimler yaptıklarını ya da birkaç nokta bularak bu noktalar üzerinden yanlış tahminlerde bulduklarını ve bunu açıklama yoluna gittiklerini görmüşlerdir. Baltacı (2014) da yapmış olduğu çalışmada öğretmen adaylarının tahminlerini kâğıt kalem ortamında tam olarak açıklayamadıklarını tespit etmiştir. Oysa Güllük (2008) geometrik yerlerin tespitinde, istenilen şartlara uygun en az üç tane özel noktaların bulunmasını ve bu sayede noktaların birleştirilerek oluşturulan yörüngenin sezgisel olarak görülebileceğini ifade etmiştir. Fakat araştırmada, çoğu matematik öğretmen adayının kâğıt kalem ortamında birkaç nokta bularak sezgileri ile sonuçları yorumlamaya çalıştıkları görülmektedir. Bu yüzden bu tür problemlerde bu çalışmada olduğu gibi alternatif gösterimler yapılarak bu tür sorunlar giderilmeye çalışılabilir.

Geometrik yer kavramlarının öğrenilmesinde geleneksel yolların haricinde dinamik yazılımların kullanıldığı bir ortamın gerekliliği de araştırmacılar tarafından belirtilmiştir (Antohe, 2009; Botana ve Valcarce, 2003; Cha ve Noss, 2001; Pekdemir, 2004; Real ve Leung, 2006). Yapılan bu araştırmada da TGA stratejisine yönelik olarak geometrik yerler ile ilgili problemlerin çözümünde GeoGebra yazılımının kullanılmasının öğretmen adaylarına daha fazla yardımcı olabileceği düşünülmüştür. Nitekim bu stratejinin ikinci basamağı olan gözlem aşamasında öğretmen adayları, yazılımı çok sık kullanmışlardır. Örneğin ikinci problemde Ö4 öğretmen adayı GeoGebra ekranında oluşturmuş olduğu modelde, merkezlerin hangi şekil üzerinde gezindiğini gözlemleyebilmiştir. Kısaca bu aşamayla birlikte öğretmen adayları istenilen geometrik yerleri rahatlıkla gözlemleme imkânı bulabilmişlerdir. Güven ve Karataş (2009) geleneksel öğrenme ortamlarında geometrik yer kavramlarının geometrik tanımlamalarının yerine cebirsel ifadelerle tanımlamalar yapıldığını, ancak bu şekilde sıkıntılar yaşandığı sonucuna ulaşmışlardır. Oysa GeoGebra, bu süreçte iz bırakma ve yer tanımlama ikonları yardımıyla öğretmen adaylarının daha farklı bir gözlem yapmasına sebep olmuştur.

Öğretmen adaylarının GeoGebra yazılımı ekranında oluşturulan geometrik yerleri gözlemlenmeleriyle birlikte tahminlerini düzeltmeye çalıştıkları yani tahminlerinin doğruluklarını karşılaştırdıkları görülmüştür. Örneğin üçüncü problemde bir doğru tahmini yapan Ö4 öğretmen adayı GeoGebra ekranındaki gözlemleri sonucunda sonucun bir parabol olduğunu gözlemlemiştir. Bu gözlemleri sonucunda tahminin yanlış olduğunu, verilen problemi daha iyi anlamlandırıldığını belirtmiştir. Nitekim geometrik yer ile yapılan çalışmalara bakıldığında kâğıt kalem ortamında yapılanlar ile dinamik yazılımlarda yapılanların karşılaştırıldığı görülmektedir (Açıkgül, 2012; Pekdemir, 2004). Yapılan bazı araştırmaların sonuçları, dinamik yazılımların görselleştirmenin yanı sıra öğrencilerin deneyimler yaşayarak öğrenmelerine katkı sağladığını ve bu deneyimler ile öğrencilerin sadece gözlem yapmakla kalmayıp, aynı zamanda ölçüm yapabilme, karşılaştırma ve şekilleri değiştirebilme gibi etkinliklerde bulunabildiğini göstermektedir (Arcavi ve Hadas, 2000; Sheffield ve Cruikshank, 2005). Bu şekilde cebirsel ve geometrik gösterimler arasındaki ilişkiler bulunup karşılaştırılabilir (Hohenwarter ve Jones, 2007). Güven (2002) de yapmış olduğu çalışmada bu tür dinamik yazılımlar sayesinde öğrencilerin matematiksel ilişkileri keşfedebileceklerini ifade etmiştir. Bu çalışmada da öğretmen adaylarının kâğıt kalem ortamında yapmaya çalıştıkları durumların somut olarak ekranda karşısına çıkması karşılaştırma yapmalarına neden olmuştur. Sonuçta matematik öğretmen adaylarının soyut bir şekilde ifade etmeye çalıştıkları geometrik yerler, anlamlandıramadıkları ve dolayısıyla kafalarında canlandıramadıkları bir yapı halinden kurtulmuştur. Bu aşamayla birlikte öğretmen adayları geometrik yerler ile ilgili tahminleri ile gözlemleri arasındaki çelişkili durumu ortadan kaldıracak açıklamalar yapabilmişlerdir. Zaten Dutton ve Dutton (1991) ve Scher (1999) öğrencilerin matematiğe karşı olumsuz tutumlarının, istenilenlerin sadece kâğıt kalem ortamında yapılmasına bağlamıştır. Bu bağlamda geometrik yer problemlerinin yazılım destekli çözümleri esnasında TGA stratejisinin kullanımının, matematik öğretmen adaylarına istenilen geometrik yerleri göstermede etkin bir araç olduğu söylenebilir.

Kaynakça

- Açıkgül, K. (2012). *Öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımı kullanarak geometrik yer problemlerini çözüm süreçlerinin ve bu süreçlere ilişkin görüşlerinin incelenmesi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, İnönü Üniversitesi, Malatya.
- Arcavi, A., ve Hadas, N. (2000). Computer mediated learning: An example of an approach. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 5, 25-45.
- Ayas, A., ve Tatlı, Z. (2011, Eylül). Öğrenci gözüyle sanal kimya laboratuvarının değerlendirilmesi, 5th International Computer & Instructional Technologies Symposium, Fırat University, Elazığ, Turkey.

- Baki, A. (2008). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. Ankara: Harf Eğitim Yayınları.
- Baki, A., Çekmez, E., ve Kösa, T. (2009, July). Solving geometrical locus problems in GeoGebra, GeoGebra Conference, RISC in Hagenberg.
- Baltacı, S. (2014). *Dinamik matematik yazılımının geometrik yer kavramının öğretiminde kullanılmasının bağlamsal öğrenme boyutundan incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon, Türkiye.
- Baltacı, S., ve Baki, A. (2017). Bağlamsal öğrenme ortamı oluşturmada GeoGebra yazılımının rolü: Elips Örneği. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 18(1), 429-449.
- Baltacı, S., ve Baki, A. (2018). Parabol kavramının öğretiminde dinamik matematik yazılımının bağlamsal öğrenme ortamının oluşmasında rolü. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31(1), 1-28.
- Botana, F., ve Valcarce, J. L. (2003). A software tool for the investigation of plane loci. *Mathematics and Computers in Simulation*, 61, 139-152.
- Cha, S., ve Noss, R. (2001). Investigating students' understanding of locus with dynamic geometry. *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 21, 3, 84-89.
- Çepni, S., ve Çil, E. (2009). *Fen ve teknoloji programı (tanıma, planlama, uygulama ve SBS ile ilişkilendirme) İlköğretim 1.ve 2. kademe öğretmen el kitabı*. Pegem Akademi Yayıncılık. Ankara.
- Dutton, W. H., ve Dutton, A. (1991). *Mathematics children use and understand*. Mountain View, Mayfield, CA.
- Frank, B. A. (2010). *Conjecturing in dynamic geometry: A model for conjecture-generation through maintaining dragging*. Published doctoral dissertation, University of New Hampshire, Durham.
- Gülkılık, H. (2008). *Öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlarla ilgili sahip oldukları kavram imajlarının ve imaj gelişiminin incelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.
- Güven, B. (2008). Using dynamic geometry software to gain insight into a proof. *International Journal Computer Mathematics Learning*, 13, 251-262.
- Güven, B., ve Karataş, İ. (2009). Dinamik geometri yazılımı Cabri'nin ilköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik yer problemlerindeki başarılarına etkisi. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 42(1), 1-31.
- Gorghiu, G., Puana, N., ve Gorghiu L. M. (2009). *Solving geometrical locus problems using dynamic interactive geometry applications*. 18.01.2012 tarihinde <http://www.formatex.org/micte2009/book/814818.pdf> adresinden erişilmiştir.

- Hohenwarter, M., ve Jones, K. (2007). Ways of linking geometry and algebra: The case of GeoGebra. *Proceedings of British Society for Research into Learning Mathematics*, 27(3), 126-131.
- Jahn, A. P. (2002). Locus" and "Trace" in Cabri géomètre: Relationships between geometric and functional aspects in a study of transformations. *ZDM*, 34(3),78-84.
- Jares, J., ve Pech, P. (2013). Exploring loci of points by DGS and CAS in teaching geometry. *Electronic Journal of Mathematics & Technology*, 7(2), 143-154.
- Köse, S., Coştu, B., ve Keser, Ö. F. (2003). Fen konularındaki kavram yanlışlarının belirlenmesi: TGA yöntemi ve örnek etkinlikler. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(1), 43-53.
- Liew, C. W. (2004). The effectiveness of predict- observe - explain technique in-diagnosing student understanding of science and identifying their level of achievement. Science And Mathematics Education Centre. Curtin University of Technology.
- Mpofu, N. V. (2006). *Grade 12 students' conceptual understanding of chemical reactions: A case study of Flouridation*. Unpublished PhD Thesis, University of the Western Cape: Cape Town.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2018). *TTKB, Ortaöğretim matematik dersi (6-8. sınıflar) öğretim programı*, Ankara.
- Patton, M. Q. (2005). *Qualitative research*. John Wiley & Sons, Ltd.
- Pekdemir, Ü. (2004). *Dinamik geometri yazılımı Cabri'nin geometrik yer konusunda öğrenci başarısı üzerindeki etkisi*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Trabzon.
- Real, F.L., ve Leung, A. (2006). Dragging as a conceptual tool in dynamic geometry environments. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 37(6), 665-679.
- Scher, D. (1999). Problem solving and proof in the age of dynamic geometry. *Micromath*, 15(1), 24-30.
- Sheffield, L. J., ve Cruikshank, D. E. (2005). *Teaching and learning mathematics: Pre kindergarter through middle school* (5th ed.). New York: J. Wiley.
- Treagust, D. F., Pathommapas, N., ve Tsui, C. H. (2007). *The impact of a series of predict - observe -explain tasks on Thai university students' understanding of concepts in electrochemistry*. NARST Annual Conference. (New Orleans). Science & Mathematics Education Centre Curtin University of Technology, Perth, Australia.
- Yeh, C. C. (2003). *The concept construction about photosynthesis of first grade students in junior high school in the cooperative learning under POE instruction model*. Sanshia Junior High School Taiwan, R.O.C.
- White, R.T., ve Gunstone, R. F. (1992). *Probing understanding*. The Falmer Press, London.
- Wu, Y. T., ve Tsai, C. C. (2005) Effects of constructivist-oriented instruction on elementary school students' cognitive structures. *Journal of Biological Education*, 39(3). 113- 118.