



T.C.

KIRŞEHİR AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ
EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI



ON BİRİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN
RADYAN VE DERECE KAVRAMLARI İLE
SİNÜS VE KOSİNÜS FONKSİYONLARI
HAKKINDAKİ TEMEL BİLGİLERİNİN
İNCELENMESİ

AYDIN PAKEL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KIRŞEHİR

2024



T.C.

KIRŞEHİR AHI EVRAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ
EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI



ON BİRİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN
RADYAN VE DERECE KAVRAMLARI İLE
SİNÜS VE KOSİNÜS FONKSİYONLARI
HAKKINDAKİ TEMEL BİLGİLERİNİN
İNCELENMESİ

AYDIN PAKEL

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DANIŞMAN

DR. ÖĞR. ÜYESİ YASEMİN KIYMAZ

KIRŞEHİR

2024

KIRŞEHİR AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZ ÇALIŞMASI
ETİK BEYANI

Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesini okuduğumu ve anladığımı ve Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde ve ortaya çıkan sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Tez olarak sunduğum bu çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda bu konuda hakkımda yapılacak tüm yasal işlemleri ve aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim./...../20....

Öğrenci
Aydın PAKEL

İÇİNDEKİLER DİZİNİ.....	I
TEŞEKKÜR.....	III
ÖZET	IV
ABSTRACT	V
TABLolar DİZİNİ.....	VI
ŞEKİLLER DİZİNİ.....	VIII
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ.....	X
1. GİRİŞ.....	1
1.1. Problem Durumu	5
1.2. Tezin Amacı	9
1.3. Tezin Önemi	9
1.4. Çalışmanın Sınırlılıkları	10
1.5. Varsayımlar	11
1.6. Araştırma Problemleri	11
2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR	13
2.1. Trigonometri Konusunda Yapılmış Yurtiçi Çalışmalar	13
2.2. Trigonometri Konusunda Yapılmış Uluslararası Çalışmalar	17
3. MATERYAL VE METOT	21
3.1. Materyal.....	21
3.1.1. Veri Toplama Araçları.....	21
3.2. Metot.....	22
3.2.1. Araştırmanın Yöntem ve Deseni	22
3.2.2. Çalışma Grubu.....	23
3.2.3. Veri Toplama Süreci.....	23
3.2.4. Verilerin Analizi	24
4. BULGULAR VE TARTIŞMA	29
4.1. Derece ve Radyan Kavramlarına Yönelik Bulgular	29
4.1.1. Birinci Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular	29
4.1.2. İkinci Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular	35
4.1.3. Üçüncü Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular	44
4.2. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarına Yönelik Bulgular.....	48

4.2.1. Dördüncü Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular	48
4.2.2. Beşinci Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular	53
4.2.3. Altıncı Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular	60
4.2.4. Yedinci Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular.....	62
4.3. Mülakat Yapılan Öğrencilerden Toplanan Veriler.....	73
5. SONUÇ VE ÖNERİLER.....	77
5.1. Öğrencilerin Derece ve Radyan Kavramları Hakkındaki Bilgilerine Yönelik Sonuçlar.....	77
5.2. Öğrencilerin Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonları Hakkındaki Bilgilerine Yönelik Sonuçlar.....	79
5.3. Öneriler.....	81
6. KAYNAKLAR.....	83
EKLER.....	90
EK-1.....	90
EK-2.....	94
EK-3.....	95
EK-4.....	96
EK-5.....	97
EK-6.....	98
ÖZGEÇMİŞ.....	99

TEŞEKKÜR

Yüksek Lisansa başlamamda ve yüksek lisans ders sürecinde kendisini tanıdığım günden bu yana gösterdiği sakin ve sabırlı hali ile her zaman bana örnek olmasının yanı sıra bir bilim insanının nasıl çalışması gerektiğini kendisinden öğrendiğim değerli danışmanım Dr. Öğr. Üyesi Yasemin KIYMAZ'a büyük bir içtenlikle teşekkür ederim. Tezimin her aşamasında gerek sorularıyla gerekse tezin şekillenmesinde ve nihai hale gelmesinde katkıları olan değerli jüri üyelerim Doç. Dr. Büşra KARTAL ve Doç. Dr. Muhammet ARICAN 'a teşekkürlerimi içtenlikle sunarım.

Hayatımın her alanında her zaman yanımda olan, benim bu günlere ulaşmamda en büyük paya sahip olan ve beni her zaman destekleyen kıymetli eşim Tülay PAKEL'e, teşekkür ediyorum.

Son olarak araştırmanın veri toplama sürecinde gönüllü olarak ankete katılan idareci, öğretmenleri ve öğrencilere teşekkürlerimi sunuyorum.

Nisan, 2024

Aydın PAKEL

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

ON BİRİNCİ SINIF ÖĞRENCİLERİNİN RADYAN VE DERECE KAVRAMLARI İLE SİNÜS VE KOSİNÜS FONKSİYONLARI HAKKINDAKİ TEMEL BİLGİLERİNİN İNCELENMESİ

Aydın PAKEL

KIRŞEHİR AHI EVRAN ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

Danışman: Dr. Öğr. Üyesi Yasemin KIYMAZ
Yıl: 2024 Sayfa: 99

Jüri: Dr. Öğr. Üyesi Yasemin KIYMAZ
Doç. Dr. Büşra KARTAL
Doç. Dr. Muhammet ARICAN

Trigonometri konusu, Millî Eğitim Bakanlığı'nın en son yayınladığı 2018 müfredatına göre ortaöğretim kurumlarında 11. sınıf ve 12. sınıf düzeylerinde öğretilmektedir. Trigonometri, matematik dersinde temel teşkil eden konulardan biridir ve önemli bir yere sahiptir. Bu konuyu anlamak için, temel kavramların iyi öğrenilmesi gerekmektedir. Bu nedenle, bu araştırmada ortaöğretim 11. sınıf öğrencilerinin radyan ve derece kavramları ile sinüs ve kosinüs fonksiyonları hakkındaki temel bilgileri incelenmiştir. Araştırmanın katılımcılarını, Orta Anadolu'da bulunan bir ilimizin ilçesindeki iki farklı lise türünden toplam 85 öğrenci oluşturmaktadır. Öğrencilerin trigonometrik kavramlara yönelik tanımlamalarını incelemek için, nitel araştırma yöntemlerinden temel nitel araştırma deseni (basic qualitative research) kullanılmıştır. Verileri toplamak için araştırmacı tarafından hazırlanan ve uzman görüşü alınan yedi soruluk bir açık uçlu soru formu kullanılmıştır. Bu formda, derece ve radyan kavramı tanımları, aralarındaki ilişkiye yönelik sorular, sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanımları ve bu fonksiyonlara yönelik temel sorular yer almaktadır. Araştırmada, öğrencilerin derece ve radyan tanımlarını tam olarak doğru tanımlayamadıkları belirlenmiştir. Derece sembolüne yeterince dikkat etmedikleri hatta neredeyse hiç kullanmadıkları için, radyan açı değerleriyle verilen sorularda açı ölçü birimlerini derece olarak kabul ettikleri ve bu şekilde işlem yaptıkları gözlemlenmiştir. Öğrenciler, bir radyanı 180° olarak algılamışlardır. Radyanı π ile özdeşleştirip, 1 radyanı 1π 'ye eşit olarak düşünmüşlerdir. Bir radyanın yaklaşık olarak 57.2° 'ye denk geldiğini bilmedikleri görülmüştür. Radyan ile ilgili kavramsal sorularda sorun yaşadıkları belirlenmiştir. Radyan hakkında zayıf imajlar, öğrencilerin kavram yanlışlarının da sebepleri olmuştur. Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının yaklaşık değerlerini tam olarak bulamadıkları ve bu konuda sorun yaşadıkları tespit edilmiştir. Bu sorunun, açı indirgenmesinde zorlandıkları, bilindik açı ölçülerinin değerlerini belirleyememesi ve daha önce benzer soruların çözülmemiş olması gibi faktörlerin etkili olduğu düşünülmektedir.

Anahtar Kelimeler: Derece, Kosinüs, Lise Öğrencileri, Radyan, Sinüs, Trigonometri

ABSTRACT

MASTER'S THESIS

EXAMINATION OF ELEVENTH GRADE STUDENTS' BASIC KNOWLEDGE ABOUT THE CONCEPTS OF RADIANS AND DEGREES, AND SINE AND COSINE FUNCTIONS

Aydın PAKEL

KIRŞEHİR AHİ EVRAN UNIVERSITY
INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION
MATHEMATICS EDUCATION PROGRAM

Supervisor: Assist. Prof. Dr. Yasemin KIYMAZ
Year: 2024 Pages: 99
Juries: Assist. Prof. Dr. Yasemin KIYMAZ
Assoc. Prof. Dr. Büşra KARTAL
Assoc. Prof. Dr. Muhammet ARICAN

The subject of trigonometry is taught at the 11th and 12th grade levels in secondary education institutions according to the 2018 curriculum published by the Ministry of National Education. Trigonometry is one of the fundamental topics in mathematics and holds an important place in the curriculum. To understand this subject, it is necessary to have a good grasp of the basic concepts. Therefore, in this research, the fundamental knowledge of secondary school 11th grade students regarding the concepts of radians and degrees, as well as sine and cosine functions, has been examined. The participants of the study consist of a total of 85 students from two different types of high schools located in a district of a province in Central Anatolia. Basic qualitative research design was used to examine the students' definitions of trigonometric concepts. Data was collected using a seven-question open-ended questionnaire prepared by the researcher and validated by expert opinion. This questionnaire includes definitions of degrees and radians, questions regarding their relationship, definitions of sine and cosine functions, and basic questions about these functions. It was determined in the study that students did not fully define degrees and radians correctly. Due to not paying enough attention to the degree symbol, and even rarely using it, they accepted angle measurements given in radians as degrees and performed calculations accordingly. Students perceived one radian as 180° , equating radians with π and thinking of 1 radian as equal to 1π . It was observed that they were not aware that one radian corresponds to approximately 57.2° . Students experienced difficulties in answering conceptual questions about radians. Weak perceptions about radians have also been identified as reasons for students' conceptual misunderstandings. It was found that students could not accurately find the approximate values of sine and cosine functions, and they experienced difficulties in this regard. It is thought that factors such as struggling with angle reduction, inability to determine the values of well-known angle measurements, and lack of solving similar questions before contribute to this problem.

Keywords: Trigonometry, Sinus, Cosine, High School Students, Radian, Degree

TABLolar DİZİNİ

Sayfa No

Tablo 4.1. Açık Ölçü Birimleri için Yazılan Tanımlara Yönelik Frekanslar	29
Tablo 4.2. Derece için Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları....	31
Tablo 4.3. Radyan için Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları...	32
Tablo 4.4. Açık Ölçü Birimleri Arasındaki Dönüşümler için Verilen Cevaplara Yönelik Frekanslar	36
Tablo 4.5. π Radyanın Derece Karşılığına Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları	39
Tablo 4.6. π^0 'nin Radyan Karşılığına Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları	40
Tablo 4.7. 50^0 'nin Radyan Karşılığına Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları	41
Tablo 4.8. 1^0 'nin Radyan Karşılığına Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları	42
Tablo 4.9. 1 Radyan Derece Karşılığına Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları	43
Tablo 4.10. İkinci Soruya Verilen Cevaplarda Derece Sembolünü Kullanan ve Hiç Kullanmayan Öğrencilerin Frekansları	44
Tablo 4.11. 1 Radyana En Yakın Açının Seçimine Yönelik Frekanslar	45
Tablo 4.12. 1 Radyana En Yakın Açının Seçiminde Karşılaşılan Eksik veya Hatalı Açıklamaların Kategorileri ve Frekansları	45
Tablo 4.13. Üçüncü Soruya Verilen Cevaplarda Derece Sembolünü Kullanan ve Hiç Kullanmayan Öğrencilerin Frekansları	48
Tablo 4.14. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonları İçin Yazılan Tanımlara Yönelik Frekanslar	50
Tablo 4.15. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonların Tanımlarına Yönelik Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları	51
Tablo 4.16. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Tanım ve Görüntü Kümeleri İçin Verilen Cevaplara Yönelik Frekanslar	53
Tablo 4.17. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Tanım Kümesine Yönelik Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları	55
Tablo 4.18. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Görüntü Kümesine Yönelik Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları	57
Tablo 4.19. $\sin 30^0$ 'la Aynı Değere Sahip Olan İfadeleri Bulmaya Yönelik Cevapların Frekansı	60
Tablo 4.20. $\sin 30^0$ 'la Aynı Değere Sahip Olan İfadeleri Bulma Yönelik Yapılan Eksik veya Hataların Kategorileri ve Frekansları	61
Tablo 4.21. Verilen İfadelerin Yaklaşık Değerlerini Bulmaya Yönelik Frekanslar	63
Tablo 4.22. $\sin 1^0$ İfadesi için Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları	64
Tablo 4.23. $\cos 3$ İfadesi için Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları	65
Tablo 4.24. $\sin(-1)$ İfadesi için Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları	66
Tablo 4.25. $\cos 6\pi/5$ İfadesi İçin Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları	68
Tablo 4.26. $\cos 550^0$ İfadesi İçin Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları	69

Tablo 4.27. $\sin(\pi+4)$ İfadesi İçin Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları	71
Tablo 4.28. Yedinci Soruya Verilen Cevaplarda Derece Sembolünü Kullanan ve Hiç Kullanmayan Öğrencilerin Frekansları	72

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

Şekil 1.1. (Lial ve Miller, 1983).....	6
Şekil 1.2. Anadolu Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabı Radyan Tanımı (MEB, Maviş ve ark., 2021, s.17).....	7
Şekil 1.3. Fen Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabı Radyan Tanımı (MEB, Öz ve ark., 2021, s.18).	7
Şekil 3.1. Nitel Araştırma Süreci (Baltacı, 2019).	25
Şekil 4.1. MEB Ortaöğretim 11. Sınıf Anadolu Lisesi Matematik Ders Kitabı Derece Tanımı (MEB, Maviş ve ark., 2021, s.17).	30
Şekil 4.2. MEB Ortaöğretim 11. Sınıf Fen Lisesi Matematik Ders Kitabı Derece Tanımı (MEB, Öz ve ark., 2021, s.15).	31
Şekil 4.3. Derece için Yazılan Yanlış Tanımlara Örnekler.....	32
Şekil 4.4. Radyan İçin Yazılan Yanlış Tanımlara Örnekler.....	33
Şekil 4.5. Radyan ve Derece Tanımına Yanlış Cevap Veren Diğer Öğrencilerin Cevaplarından Örnekler	34
Şekil 4.6. Derece için Yazılan Doğru Tanımlara Örnekler.....	35
Şekil 4.7. Radyan İçin Yazılan Doğru Tanımlara Örnekler.....	35
Şekil 4.8. π Radyanın Derece Karşılığına Verilen Yanlış Cevaplara Örnekler	39
Şekil 4.9. π^0 'nin Radyan Karşılığına Verilen Yanlış Cevaplara Örnekler.....	40
Şekil 4.10. ALÖ-21 Kod Numaralı Öğrencinin Cevabı.....	40
Şekil 4.11. 50^0 'nin Radyan Karşılığına Verilen Yanlış Cevaplardan Örnekler.....	41
Şekil 4.12. 1^0 'nin Radyan Karşılığına Verilen Yanlış Cevaplara Örnekler	42
Şekil 4.13. 1 Radyanın Derece Karşılığına Verilen Yanlış Cevaplara Örnekler	43
Şekil 4.14. 1 Radyanın Derece Karşılığına Verilen Doğru Cevaplara Örnekler.....	44
Şekil 4.15. 1 Radyana En Yakın Açının Seçimine Yönelik Verilen Yanlış Cevaplara Örnekler	47
Şekil 4.16. 1 Radyana En Yakın Açığı Doğru Olarak Belirleyen FLÖ-48 Kodlu Öğrencinin Cevabı.....	47
Şekil 4.17. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlara Yönelik Tanımlamalara Doğru Cevap Veren Bazı Öğrencilerin Cevapları	49
Şekil 4.18. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlara Yönelik Tanımlamalara Kısmen Doğru Cevap Veren Bazı Öğrencilerin Cevapları	50
Şekil 4.19. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonların Tanımlanmasında Karşılaşılan Hatalara Örnekler	53
Şekil 4.20. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Tanım ve Görüntü Kümelerini Ters Yazan FLÖ-16'nın Cevabı	55
Şekil 4.21. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Tanım Kümesinde Karşılaşılan Hatalara Örnekler.....	56
Şekil 4.22. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Görüntü Kümesinde Karşılaşılan Hatalara Örnekler.....	58
Şekil 4.23. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Tanım Görüntü Kümesini Venn Şeması ile Gösteren Öğrencinin Cevabı	58
Şekil 4.24. Anadolu Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabı Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Tanım ve Görüntü Kümesi Tanımları (2021a, s.29)	59
Şekil 4.25. Fen Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabı Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Tanım ve Görüntü Kümesi Tanımları (2021b, s.24)	59
Şekil 4.26. $\sin 30^0$ 'la Aynı Değere Sahip Olan İfadeleri Bulmada Karşılaşılan Hatalara Örnekler.....	62

Şekil 4.27. $\sin 1^\circ$ İfadesinin Yaklaşık Değerini Bulmada Karşılaşılan Hatalara Örnekler	65
Şekil 4.28. $\cos 3$ İfadesinin Yaklaşık Değerini Bulmada Karşılaşılan Hatalara Örnekler.....	66
Şekil 4.29. $\sin(-1)$ İfadesinin Yaklaşık Değerini Bulmada Karşılaşılan Hatalara Örnekler....	67
Şekil 4.30. FLÖ-16 Numaralı Öğrencinin Cevabı	67
Şekil 4.31. $\cos 6\pi/5$ İfadesinin Yaklaşık Değerini Bulmada Karşılaşılan Hatalara Örnekler..	68
Şekil 4.32. FLÖ-49 Numaralı Öğrencinin Cevabı	69
Şekil 4.33. $\cos 550^\circ$ İfadesinin Yaklaşık Değerini Bulmada Karşılaşılan Hatalara Örnekler..	70
Şekil 4.34. $\cos 550^\circ$ İfadesinin Yaklaşık Değeri için “Doğru” Olarak Kodlanan Cevaplardan Örnekler.....	71
Şekil 4.35. $\sin(\pi+4)$ İfadesinin Yaklaşık Değerini Bulmada Karşılaşılan Hatalara Örnekler.	72

SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Simgeler		Açıklama
π	:	Pi Sayısı
%	:	Yüzde
f	:	Frekans
R	:	Radyan

Kısaltmalar		Açıklama
ALÖ	:	Anadolu Lisesi Öğrencisi
FLÖ	:	Fen Lisesi Öğrencisi
MEB	:	Millî Eğitim Bakanlığı
YÖK Tez	:	Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı Tez Merkezi
Sin	:	Sinüs Fonksiyonu
Cos	:	Kosinüs Fonksiyonu
LGS	:	Liselere Giriş Sınavı
VAT	:	Veri Analiz Tablosu

1. GİRİŞ

Doğadaki birçok olay matematiksel modellemeye dayanmaktadır. Matematik, doğayı anlama çabasının bir sonucu olduğu için, matematik kavramları başlangıçta doğal nesnelere esinlenerek ortaya çıkmıştır. Çağımızda bilim ve teknolojiye hızlı ilerleme, her alanda yeni bilgi, beceri, teknik ve teknolojik araçları gündeme getirmektedir. Matematik problemleriyle uğraşmak, insanın muhakeme ve düşünme yeteneğini artırır. Günümüzde insanlar, bilgi ve kültür edinme konusunda geçmişe göre daha isteklidirler. Toplumsal talepler, matematiksel öğrenmeye duyulan ihtiyacı artırmaktadır (Alkan ve Altun, 1998; Altun, 2006; Erdem ve ark., 2011).

Ülkemizde matematik öğretimi eğitim sistemimizin en büyük problemlerinden biridir. Ülkemizde “matematik zordur” düşüncesi hâkim ve bu düşünce nesillere aktarılmaktadır (Doğan, 2001). Matematik, günlük yaşamın vazgeçilmez bir parçasıdır. Öğrencilerin matematik dersine karşı olan önyargılarını kırmak, matematiğe daha olumlu yaklaşımlarını sağlamak ve bu dersten daha başarılı olmalarını sağlamak için matematiğin günlük yaşamın vazgeçilmez bir parçası olduğu mutlaka benimsetilmelidir (İlgar ve Gülten, 2013). Öğrencilerin neden, niçin sorularına cevap arayan, kendi arasında tartışan ve düşüncelerini savunan ve geliştiren, kendine güveni artan, üretken bir birey olarak yetiştirilmesi gerekir. Matematiğin amacı canlı hesap makinesi yetiştirmek değildir. Matematiğin amacı, düşünen, tartışan, genelleme yapabilen, bilgilerini hayata aktarabilen, ezberden uzak ve üretken bireyler yetiştirmektir (Doğan, 2001). Matematik, her insandaki düşünme yeteneğini geliştirerek diğer konuları daha kolay ve daha iyi anlamasını, karşılaştığı konularda farklı ve etkili düşünmesini sağlar (Tözluyurt, 2008).

2018 yılında yayımlanan Ortaöğretim Matematik Dersi Öğretim Programı'nda matematik öğretiminin, öğrencileri üst bilişsel becerilerin kullanımına yönlendiren, sağlam ve önceki öğrenmelerle ilişkilendirilmiş, anlamlı ve kalıcı öğrenmeyi sağlayan, diğer disiplinlerle ve günlük hayatla bütünleşmiş olması gerektiği vurgulanmıştır (Milli Eğitim Bakanlığı, 2018b, 2018a).

Matematik öğretiminde öğrencilerin zihinsel birçok becerisini geliştirmede önem teşkil eden konulardan birisi de trigonometridir (Delice, 2005). Trigonometri, öğrencinin bilişsel birçok becerisini geliştirmesinin yanı sıra günlük hayatta da geniş bir kullanım alanına sahip matematiğin önemli bir konusudur (Akkoç ve Akbaş Gül, 2010). Öğrencilerin akıl yürütme, görselleştirme, ilişkilendirme, çıkarımlarda bulunma gibi zihinsel birçok beceriyi bir arada kullanmasını gerektiren trigonometri, öğrencilerin anlamada zorlandığı bir konudur (Oğuz, 2019). Limit, türev, integral gibi matematiğin

birçok alanında karşılaşılan ve önemli bir rol oynayan trigonometri, son derece özel bir öneme sahiptir (Taş, 2013). Kökenleri M.Ö. 2000-3000'li yıllara dayanmaktadır ve bu alanda Babilliler önemli bir rol oynamıştır. Babilliler, daireyi 360 parçaya bölerek günümüzdeki trigonometrinin temelini oluşturmuşlardır. Bununla birlikte, Mısırlılar ve Eski Yunanlılar da üçgenlerin kenarları ve açılarıyla ilgilenmiş ve trigonometrinin gelişimine katkıda bulunmuşlardır (Kökcü, 2014).

Trigonometriya (Yunanca "üçgen" anlamına gelen "trigon" ve "ölçmek" anlamına gelen "metriya") matematikte üçgenlerin (özellikle dik üçgenlerin) sorunlarıyla uğraşan bir dalıdır Trigonometri, kelimenin tam anlamıyla "üçgen ölçme" anlamına gelir (Ibragimov ve Kattaxo'jaeva, 2022). Trigonometri 2. yüzyılda astronominin ihtiyaçları doğrultusunda ortaya çıkmıştır. Yunan matematikçiler trigonometriyi geometrinin bir dalı olarak görmeseler de trigonometri geometrinin bir parçasıdır. İlk olarak, üçgenin yan kenarları ve köşeleri arasındaki ilişkileri temel alan üçgenleri yeniden oluşturma yöntemleri eski Yunan astronomları Hipparchus (M.Ö. 2. yüzyıl) ve Claudius Ptolemy (M.S. 2. yüzyıl) tarafından bilinmektedir. Muhammed el-Harezmi, Ebu Reyhan el-Biruni, Batlamyus, Ebu'l-Vefa ve Nasirüddin Tusi gibi bilim insanları, trigonometri ile ilgili çalışmalar yapmışlardır. Bu çalışmalar, Regiomontanus tarafından daha da geliştirilmiş ve L. Euler'in eserlerinde günümüzde kullanılan işaretler ve açıklama yöntemleri haline getirilmiştir (Ibragimov ve Kattaxo'jaeva, 2022).

9. yüzyıl, Doğu'da sadece trigonometrinin değil, diğer pozitif bilimlerin de altın çağını yaşadığı bir dönemdir. Bu dönemde çeviriler ve bilimsel faaliyetler zirveye ulaşmış, tanjant fonksiyonunun mucidi olarak kabul edilen Habeş el-Hâsib de dahil olmak üzere birçok önemli bilim insanı yetişmiştir. El-Battani ise bu yüzyılın en parlak yıldızlarından biri olarak kabul edilmektedir. Trigonometride önemli atılımlar yaparak, Batı'ya sinüs fonksiyonunu tanıtmış, tanjant ve kotanjant gibi yeni fonksiyonlar geliştirmiş ve küresel üçgenlerdeki kosinüs teoremini bulmuştur. El-Battani'nin çalışmaları, trigonometrinin temelini oluşturmuş ve bu alandaki ilerlemeyi büyük ölçüde hızlandırmıştır (Kökcü, 2014). Trigonometri tarihte terim olarak ilk defa astronom ve matematikçi olan Alman Bartholomaeus Pitiscus tarafından 1595 yılında bir çalışmasında kullanılmıştır (Delice ve Aydın, 2015).

Trigonometri, büyük matematikçi L. Euler'in (1707- 1783) eserlerinde yer alan kapsamlı çalışmalarla geliştirilmiştir. Euler, trigonometrik fonksiyonların tanımını yapan ilk bilim insanıdır. Euler, trigonometrik fonksiyonların anlamını, birim çemberin yarıçapı olarak kabul edilen trigonometrik çizgilerin büyüklüğünü inceleyerek ele almıştır. Euler,

küçük hatalar içeren trigonometrik fonksiyonlar hakkında çözümler sunmuş, ana formüllerden yola çıkarak yeni formüller oluşturmuştur. İlk defa bu çalışmalarda, trigonometrik argümanlara referanslar verilmiştir. Euler'in çalışmaları, trigonometriyi daha erişilebilir hale getirerek önemli bir başarıya imza atmıştır (Ibragimov ve Kattaxo'jaeva, 2022).

İnsanların pratik ihtiyaçlarından ortaya çıkan trigonometrinin günümüzde birçok kullanım alanı vardır. Trigonometri, kadastro işlemlerinde, alan ölçümlerinde ve askeri hesaplamalarda yardımcı bir araç olarak kullanıldığı gibi, uzayı anlamak için fizikte, mekanik, kartografya, mimarlık, denizcilik ve mühendislik gibi bilim alanlarında da önemli bir rol oynamaktadır. Ayrıca, tıp, fen, iktisat ve idari bilimler gibi eğitim alanlarında Analiz derslerinde başlangıç düzeyinde önemli bir yer işgal etmektedir. Trigonometri, sıra dışı veya ölçülemeyen yükseklik veya uzunluklarda kullanılabilir; örneğin, bir mühendis, açıları ölçerek ve kısa bir mesafeyle gökdelen yüksekliğini hesaplayabilir ve dik üçgenlerin çizilmesi ve kenarlar arasında oranların kurulmasıyla bu hesaplamayı gerçekleştirebilir. Trigonometriyi öğrenen bir öğrenci, bir mühendisin farklı formülleri ve hesaplamaları kullanarak tahminlerde bulunmasını daha iyi anlayabilir (Delice ve Aydın, 2015; Tuna, 2011).

Trigonometri matematiğin hem cebir hem de geometri konularını içeren özelliğiyle bir köprü görevini görmekte bu özelliği ile de matematikte önemli bir yere sahip olmaktadır (Oğuz, 2019). Trigonometrinin teoremlerini ve kavramlarını öğretmek, öğrencilerin; yaratıcı, mantıklı ve analitik düşünebilme yeteneklerini geliştirmesi, ileri düzeydeki kavramların anlaşılması ve matematik dilinin oluşması açısından önemlidir (Güntekin ve Akgün, 2011). Diğer yandan trigonometri öğrenciler tarafından anlaşılması zor bir konudur (Thompson, 2008). Trigonometri ile ilgili yapılan çalışmalara göre, trigonometri öğretiminde öğrencilerin zorluklar yaşadığı görülmektedir (Akbaş, 2008; Akkoç ve Akbaş Gül, 2010; Aydın, 2007; Doğan, 2001; Güntekin, 2010; Güntekin ve Akgün, 2011; Kültür ve ark., 2008; Oğuz, 2019; Örnek, 2007; Sevgi, 2020; Taş, 2013; Yılmaz ve ark., 2010). Trigonometri konusunun kavramsal olarak öğrenilmesi için trigonometri konusundaki temel kavramların öncelikle öğrenilmesi gerekir (Akbaş, 2008). Radyan ve derece kavramı bu kavramlardandır. Ancak öğretmenler, öğretmen adayları ve öğrenciler radyan kavramı ile ilgili birtakım yanlışlara sahiptir (Fi, 2003; Steckroth, 2007; Topçu ve ark., 2006; Kang, 2003). Diğer yandan trigonometrik fonksiyonlar açısından da bir takım yanlış ve zorluklar mevcuttur. Trigonometrik fonksiyonları doğrusal fonksiyonlar olarak düşünme, çok aşına olmadıkları açılarının sinüs

ve kosinüslerini hesaplamada güçlük çekme ve problem çözümünde kullanamama (Gooya ve Rabanifard, 2008.), sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını tanımlayamama ve tanım ve görüntü kümelerini yazmada zorluk çekme (Kang, 2003; Oğuz, 2019) bunlardan bazılarıdır.

Trigonometriyle ilgili yapılan çalışmaların sonuçları, trigonometride yapılan hataların ve oluşan kavram yanlışlarının benzer şekilde devam ettiğini göstermektedir (Delice ve Aydın, 2015). Trigonometrinin kurallar bütünü olarak sunulması, ezberlenerek öğrenilebileceği düşüncesi ayrıca soyut bir konu olması nedeniyle trigonometride ve özellikle radyan kavramı öğreniminde güçlükler ve kavram yanlışlarını ortaya çıkarmaktadır (Durmuş, 2004). Bununla beraber ders kitapları ve müfredattaki yaklaşımlar trigonometrik fonksiyonlar ve radyan kavramı ile ilgili kavram yanlışlarına sebep olmaktadır. (Kang, 2003). Öğrencilerin radyan kavramıyla ilgili kavram yanlışları sorunu çözülürse, öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarda yaşadıkları birçok zorluk da ortadan kalkacaktır (Steckroth, 2007). Nitekim öğrenciler, trigonometri konularının programdaki en ilgi çekici ve eğlenceli konular olduğunu, günlük yaşama ilişkin gerekli bilgiler içerdiğini, aynı zamanda akıl yürütme, matematiksel düşünme ve üst düzey bilişsel beceriler gerektirdiğini düşünmektedir. Ancak, öğrenciler aynı zamanda trigonometri konularının soyut ve yoğun bir içeriğe sahip olduğunu, ezber gerektiren teorik bilgilerin de fazla olduğunu ifade etmişlerdir (Aydemir ve Karakuş, 2022).

Bunun yanı sıra, ders kitaplarında yer alan örneklerin genellikle soyut ve karmaşık olması, öğrencilerin konuyu anlamalarını daha da zorlaştırmaktadır (Clement, 2001). Ayrıca, öğrencilerin trigonometri derslerinde yaşadıkları zorlukların temelinde, öğretim yöntemlerinin yetersizliği ve öğretmenlerin konuyu aktarma biçimlerinin de önemli bir rol oynadığı görülmektedir. Öğretmenlerin trigonometri konusunu öğrencilere daha somut ve anlaşılır kılmak için yeterli görsel materyal ve uygulamalı etkinlikler kullanmamaları, öğrencilerin kavramsal anlama süreçlerini olumsuz yönde etkilemektedir (Tall, 2002). Bu bağlamda, trigonometri eğitiminin, öğrencilerin günlük hayatlarında kullanabilecekleri pratik uygulamalarla desteklenmesi ve derslerin daha etkileşimli hale getirilmesi gerekmektedir. Öğretmenlerin, öğrencilerin kavram yanlışlarını fark edip düzeltici geri bildirimlerde bulunması, trigonometri öğreniminin kalıcı ve anlamlı olmasına katkı sağlayacaktır (Hiebert ve Grouws, 2007). Bu nedenle, trigonometri öğretiminde hem öğretim yöntemlerinin hem de kullanılan materyallerin gözden geçirilmesi, öğrencilerin konuyu daha iyi anlamalarını ve öğrenmede karşılaştıkları güçlüklerin üstesinden gelmelerini sağlayacaktır.

Trigonometri konusu ile ilgili yapılmış bu çalışmalar, günümüzde trigonometrinin çok fazla kullanım alanı olmasına rağmen öğrencilerin trigonometri kavramlarının öğrenmesinde güçlükler yaşadığını, bu konuda anlamlı ve kalıcı öğrenme gerçekleştiremediğini, trigonometrik problemlerin çözümünde güçlükler çektiğini ve trigonometriyi günlük hayatla ilişkilendiremediğini göstermektedir.

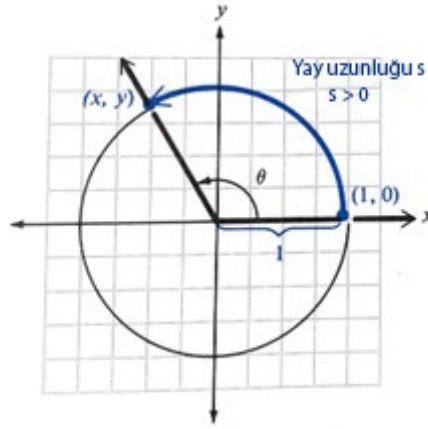
1.1. Problem Durumu

Trigonometri matematiğin önemli bir parçasıdır. Öğrenciler gerçek hayattaki kullanım alanları, tarihçesi ve faydaları konusunda genellikle yeterince bilgi sahibi değildirler. Bu kavramların nasıl ortaya çıktığı ve günlük hayatla ilişkisi hakkında öğrencileri bilgilendirmek, öğrencilerin bu kavramları daha iyi öğrenmelerini sağlayabilir (Adamek ve ark., 2005).

Trigonometrinin öğretiminde yalnızca kuralların hatırlanması ve soyut bir biçimde sunulması, öğrenciler arasında trigonometri ve özellikle de radyan kavramıyla ilgili öğrenme zorlukları ve kavramsal yanılgıların ortaya çıkmasına sebep olabilir (Durmuş, 2004). Derece gibi bir açı ölçü birimi olarak bilinen radyan kavramının reel sayılarla ilişkisi genellikle göz ardı edilmektedir. Trigonometrik fonksiyonların tanım kümesinin elemanlarının reel sayılar olmasından kaynaklanan bir ihtiyaç, bu fonksiyonları birim çember üzerindeki noktanın koordinatlarıyla ilişkilendirmeyi ve ayrıca reel sayılar ile radyan kavramı arasında ilişki kurmayı gerektirir. Bu durum, trigonometrik fonksiyonların tanımlanmasında radyan kavramının önemini vurgulamaktadır (Akbaş, 2008; Oğuz, 2019).

Geometride ve birçok günlük hayat uygulamasında açılar derece ile ölçülür. Bununla birlikte radyan ölçüsü açıları ölçmenin başka bir yoludur. Radyan ölçüsünü kullanmak trigonometrik fonksiyonları sadece açılar fonksiyonları olarak değil aynı zamanda genel olarak reel sayıların bir fonksiyonu olarak yazmamızı sağlar (Young, 2010). Bir derecelik açı çemberin çevresinin $1/360$ 'nin uzunluğundaki yayı gören merkez açının ölçüsü iken 1 radyanlık açı ise yarıçap uzunluğundaki yayı gören merkez açının ölçüsüdür. Bu durumda herhangi bir açının radyan ölçüsü, açının gördüğü yayın uzunluğunun yarıçapına oranıdır (Barnett ve ark., 2012). Eğer çemberin yarıçapı 1 birim ise merkez açının radyan ölçüsü gördüğü yayın uzunluğu ile aynı değere sahip olacaktır. Trigonometrik fonksiyonların tanımlanmasında birim çemberin kullanılması, merkez açıyı yay uzunluğu olarak almayı da mümkün kılmaktadır.

Herhangi bir s reel sayısının sinüs ve kosinüs fonksiyonları altındaki görüntüsü için $(1,0)$ noktasından başlayarak çember boyunca s uzunluğunda bir yay çizilir (s pozitif ise saat yönünün tersinde, s negatif ise saat yönünde). Yayın uç noktası (x,y) olsun (Şekil 1.1). Bu durumda $\sin(s)=y$ ve $\cos(s)=x$ olarak tanımlıdır (Lial ve Miller, 1983).



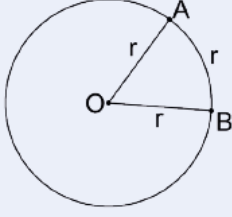
Şekil 1.1. (Lial ve Miller, 1983).

Açı ölçü birimlerinin öğrenilmesinde yaygın olarak kullanılan basit cebirsel işlemlere dayalı öğretim süreçleri, radyan kavramının öğreniminde sorunlara yol açabilir. Bu süreçler, öğrencilerin pratik becerilerini kazanmasını sağlarken, radyan konusunda derin bir kavram anlayışı oluşturulmasını engelleyebilir (Akbaş, 2008). Radyan kavramı ile ilgili öğrenme güçlükleri trigonometri konusunun öğrenmesini zorlaştırmaktadır (Akbaş, 2008). Diğer yandan ortaöğretim programı incelendiğinde radyan kavramının kısıtlı bir şekilde verildiği de görülmektedir (Akbaş, 2008).

MEB'in 2018 yılında yayınladığı en son ortaöğretim müfredatına göre Trigonometri konusu 11. sınıf ve 12. sınıf düzeylerinde anlatılmaktadır. 2018'de yapılan değişiklikte Trigonometri konusundaki kazanımların azaltıldığı görülmektedir. Son yapılan bu müfredat değişikliğine göre "Bir açının trigonometrik oranlarını birim çember yardımıyla hesaplar" kazanımı çıkarılmış ve yerine "Trigonometrik fonksiyonları birim çember yardımıyla açıklar" kazanımı gelmiştir. "İki kenarının uzunluğu ve bu kenarlar arasındaki açının ölçüsü verilen üçgenin alanını hesaplar" kazanımı müfredattan çıkarılmıştır (Milli Eğitim Bakanlığı, 2018b). Yeni öğretim programına göre hazırlanan güncel ortaöğretim ders kitaplarında sadece radyan tanımı verilmiş ve derece radyan arasındaki ilişkinin formülü verilmiştir. Radyan tanımı üzerinde fazla durulmamıştır (Şekil 1.2, Şekil 1.3).



Radyan



Bir çemberin yarıçapı uzunluğundaki yayı gören merkez açının ölçüsüne **1 radyan** denir. Yanda verilen O merkezli çemberde AOB açısının ölçüsü 1 radyandır. Yarıçap uzunluğu r olan bir çemberin çevresi $2 \cdot \pi \cdot r$ 'dir. Buna göre doğru orantı kullanılarak

1 radyan \times r uzunluğundaki bir yayı gören merkez açıya karşılık geliyor ise
x radyan \times $2\pi r$ uzunluğundaki bir yayı gören merkez açıya karşılık gelir.

$x \cdot r = 2\pi r \cdot 1 \Rightarrow x = 2\pi$ olur. Buradan çemberin çevresi 2π radyan olarak yazılır.

- Bir açının derece cinsinden ölçüsü D, radyan cinsinden ölçüsü R olmak üzere bu ölçü birimleri arasında $\frac{D}{360^\circ} = \frac{R}{2\pi}$ eşitliği vardır. Bu eşitlikte sadeleştirme yapılırsa $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ olur.
- 1 radyan π 'nin 3,14 değeri yaklaşık olarak 57,3248 derecedir.

(Açı ölçü birimi belirtilmediğinde ölçü radyan cinsinden kabul edilecektir.)

Şekil 1.2. Anadolu Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabı Radyan Tanımı (MEB, Maviş ve ark., 2021, s.17).

TRİGONOMETRİ

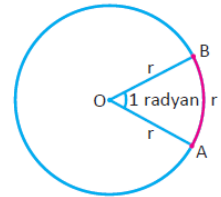
Radyan

Tanım

Şekil 1.1.6'da O merkezli r yarıçaplı çember verilmiştir.

Herhangi bir çemberde, yarıçap uzunluğundaki yayı gören merkez açının ölçüsüne **bir radyan** denir ve **1 rad** ile gösterilir.

Çember yayı tam açı olduğundan ölçüsü 2π radyan, yarım çember yayının ölçüsü π radyandır.



Şekil 1.1.6

Şekil 1.3. Fen Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabı Radyan Tanımı (MEB, Öz ve ark., 2021, s.18).

Matematik eğitiminde matematiksel bilgi kavramsal bilgi ve işlemsel bilgi olarak ikiye ayrılır. Matematiksel bilgi kavramsal ve işlemsel bilgiyi içermektedir. Matematik öğrenmede hem işlemsel hem de kavramsal bilgiye gereksinim vardır. Kavramsal bilgi matematikteki kavramları tanımak, ezberlemek ve adını bilmek değil matematik kavramları arasındaki geçişleri ve ilişkileri görebilmektir. Bir kavram tek başına bir

anlam ifade etmez. Matematik eğitiminde kavram bilgisi bir zincir halkası gibidir. Her bir halkayı kavram bilgisi olarak düşünürsek birbirleriyle bağlı bilgi genişledikçe zincir genişleyecek ve bilgi daha güçlenecektir (Bozkurt ve ark., 2022; Soylu ve Aydın, 2006). Kavramsal bilgi, matematikte kavramları sembolize etme, matematik kavramları ve sembolleri arasında ilişki kurma ve gerek duyulan işlemleri yapabilme becerilerini içerir (Hogg ve Vaughan, 2011). İşlemsel bilgi, matematikte sembolleri, kuralları ve formülleri bilmeyi, matematikte işlem basamaklarını uygun bir şekilde sürdürebilmeyi içerir (Hiebert ve Carpenter, 1992). Öğrenciler trigonometrik kavramsal ve işlemsel bilgileri arasındaki ilişkiyi tam olarak kuramamaktadırlar. Çoğu öğrenci trigonometrik kavramları öğrenmede güçlük çekmektedirler. Öğrencilerin öncelikle trigonometrik kavramları tam olarak öğrenmeleri gerekmektedir. Trigonometride kavramsal bilgi tam olarak öğrenilmeden işlemler yapılması ya da çok sayıda benzer problemlerin çözülmesi trigonometriyi öğrenmesine engel olacaktır (Güntekin ve Akgün, 2011). Öğrenciler, trigonometride kullanılan temel kavramları sorular üzerinde uygulamakta ancak birçok öğrenci kavramların gerçek hayattaki bağlantısını görememekte veya bu kavramların nereden geldiğini anlamamaktadır (Adamek ve ark., 2005).

Matematik eğitimi alanındaki birçok çalışma, yanlış anlamaların "kar" topu gibi olduğunu açıklamaktadır. Yanlış öğrenmeler arttıkça sorun daha da büyüyecektir (Makonye ve Luneta, 2014). Bilgi eksiklikleri yanlış anlamalarda son derece önemli olmaktadır (Ozkan ve Ozkan, 2012). Bu yüzden yanlış öğrenmeleri kar topu gibi büyütmeden mümkün olan en kısa sürede düzeltmek gerekmektedir. Bunun için de öncelikle öğrencilerin yanlış öğrenmelerinin tespit edilmesi son derece önemlidir. Öğretim ve öğrenme süreci, öğrencilerin tespit edilen yanlış anlamaları aşmalarına yardımcı olmada önemli bir rol oynar. Öğretmenler, öğrencilerinin karşılaştığı yanlış anlamalara odaklanarak çeşitli öğretim stratejilerine sahip olmalıdır (Ling ve ark., 2016).

Öğrencilerin trigonometri konusunda yaşadıkları güçlüklerin tespit edilmesi ve kaynaklarının belirlenmesi, bu güçlüklerle karşı önlem alma konusunda atılacak ilk adımdır. Trigonometrik fonksiyonların doğru ve eksiksiz bir şekilde öğrenilmesi için gerekli temel kavramlar derece ile radyan kavramları ve ayrıca diğer trigonometrik fonksiyonlar için temel teşkil eden sinüs ve kosinüs fonksiyonlarıdır. Bu nedenle bu araştırmada ortaöğretim öğrencilerinin derece ve radyan kavramı ile sinüs ve kosinüs fonksiyonları hakkındaki bilgileri ile bunlarla ilgili yanlış ve eksik öğrenmelerinin ortaya çıkarılması amaçlanmıştır.

1.2. Tezin Amacı

Trigonometri konusu, matematiğin faydalı ve kullanışlı konularından biridir; aynı zamanda ortaöğretim matematik müfredatının en önemli kısımlarından biridir. (Güntekin, 2010). Öğrencilerin trigonometriyi sadece bir dizi kural olarak görmeleri, trigonometrideki kavramları birbiriyle ilişkilendirmelerinde zorlanmalarına ve kavramsal bir imaj oluşturmamalarına neden olmaktadır. Öğrencilerin zengin kavramsal imajlar oluşturması, trigonometrinin temel kavramlarının ve kavramsal olarak anlaşılmasının gelişmesine bağlıdır (Akbaş, 2008; Oğuz, 2019). Konunun önemi ve öğrencilerin trigonometrinin temel kavramlarını öğrenmede yaşadığı güçlükler trigonometri konusunda yeni çalışmalar yapılmasını zorunlu kılmaktadır.

Matematik eğitiminde yapılan araştırmalar, mevcut eğitim müfredatına yeni bir bakış açısı sunarak, işlevsiz veya hatalı bulunan yöntemlerin gözden geçirilmesine ve matematik eğitimi için uygun yeni kavramların geliştirilmesine katkıda bulunmaktadır (Er ve Biber, 2020). Yapılan araştırmalar doğrultusunda, ortaöğretim matematik dersi programında değişiklikler yapılmıştır. Ülkemizde son üç ortaöğretim matematik dersi öğretim programı değişikliği 2013, 2017 ve 2018 yıllarında olmuştur. Öğretim programları yenilendikçe trigonometri konusunda sadeleştirilmeye gidilmiştir. Yenilenen öğretim programlarında trigonometriyi öğrenciler arasında daha anlaşılır hale getirilmeye çalışılmıştır (Milli Eğitim Bakanlığı, 2018a, 2018b).

Trigonometri konusuna yeterli önem verilmeyip bu konuda yeterli sayıda çalışma bulunmamaktadır (Wescoatt, 2013). Kaleli Yılmaz (2015) trigonometri konusunda çok sayıda çalışma yapılması gerektiğini vurgulayarak, öğrencilerin hangi konularda zorlandıklarının ve sahip oldukları kavram yanlışlarının belirlenmesinin önemli olduğunu öne sürüyor. Bu kavram yanlışlarının nasıl giderilebileceğinin araştırılması da önerilmektedir.

Bu çalışma, on birinci sınıf öğrencilerinin trigonometrideki temel kavramlar üzerine odaklanarak, özellikle radyan ve derece kavramları ile sinüs ve kosinüs fonksiyonları hakkındaki bilgilerinin incelenmesini amaçlamaktadır.

1.3. Tezin Önemi

Millî Eğitim Bakanlığının 2018 yılında uygulamaya koyduğu müfredatta Trigonometri konusuna 11. sınıflarda 56 saat ve 12. sınıflarda 36 saat olmak üzere toplamda 92 saat ayrılmıştır. Bu saatler içerisinde öğrenciler trigonometrinin temel kavramlarını, trigonometrik fonksiyonların tanım ve özelliklerini, trigonometrik

fonksiyonların grafiklerini, trigonometrik eşitlikleri ve trigonometrinin geometrideki uygulamalarını öğrenmeleri hedeflenmiştir.

Trigonometriye yönelik olan önceki birçok çalışma MEB'in 2018 yılı müfredat değişikliğinden önce yapıldığından bu tarihten sonra bu konudaki güncel çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Böylece bu araştırma daha önceki çalışmaların açığa çıkardığı eksiklikler ve yanlış kavrayışların program değişikliğinden sonraki durumlarını karşılaştırma imkânı sunacaktır. MEB, 2024 yılında ortaöğretim matematik müfredatını yeniden güncellemeyi planlamaktadır. Her bir müfredat değişikliği öncesi ve sonrası için karşılaştırma yapmak ve programda öğretilmesi hedeflenen her bir konuya yönelik müfredat programının güçlü ve zayıf yönlerinin belirlenmesi için güncel çalışmaların yapılması önemlidir.

Yükseköğretim Kurulu Başkanlığı Tez Merkezi'nde yapılan taramada son 10 yılda trigonometri ile ilgili sadece bir doktora ve üç yüksek lisans tezi yapıldığı görülmüştür. Trigonometri alanında yapılan çalışmaların sınırlı olması ve son 10 yılda gerçekleşen müfredat değişiklikleri ve yapılacak olan müfredat değişiklikleri göz önüne alındığında, trigonometri konusunda daha fazla çalışmaya ihtiyaç duyulmaktadır.

Radyan kavramına yönelik önceki birçok çalışma MEB'in 2018 yılı müfredat değişikliğinden önce yapıldığından bu tarihten sonra bu konudaki güncel çalışmalara ihtiyaç duyulmaktadır. Böylece bu araştırma daha önceki çalışmaların açığa çıkardığı eksiklikler ve yanlış kavrayışların program değişikliğinden sonraki durumlarını karşılaştırma imkânı sunacaktır. Diğer yandan öğrencilerin trigonometrinin temel kavramları hakkındaki bilgilerinin ve yanlışlarının belirlenmesi onların trigonometri ile ilgili yaşadıkları zorlukların nedenlerini belirleme ve bu zorlukları giderme noktasında yol gösterici olacaktır. Bu durum araştırmamızı önemli kılmaktadır.

1.4. Çalışmanın Sınırlılıkları

Bu çalışmanın sınırlılıkları şu şekilde sıralanabilir;

1. Araştırma Orta Anadolu'da bulunan bir ilimizin ilçesindeki iki lisenin 11. sınıfında öğrenim gören 85 öğrenci ile,
2. 2023-2024 Eğitim-Öğretim yılı ile,
3. Bu çalışmada kullanılan veri toplama aracı ile,
4. Çalışma araştırmaya gönüllü olarak katılan öğrencilerin vermiş olduğu cevaplar ile sınırlıdır.

1.5. Varsayımlar

Varsayımlar denetlenebilir durumların ötesinde, denetlenemeyen ve varlığı araştırmacı tarafından kabul edilmek zorunda kalan durumları ifade etmek için kullanılmalıdır (Baltacı, 2020). Buna göre bu çalışmada;

- Öğrencilerin trigonometri konusunu gördükleri,
- Öğrencilerin formdaki sorulara cevap verirken birbirlerini etkilemedikleri, kendi cevaplarını verdikleri,
- Sorulara samimi bir şekilde yanıt verdikleri varsayılmıştır.

1.6. Araştırma Problemleri

Bu çalışmada aşağıdaki sorulara cevap aranacaktır.

- On birinci sınıf Anadolu Lisesi ve Fen Lisesi öğrencilerinin derece ve radyan kavramlarına yönelik tanımlamaları nasıldır?
- On birinci sınıf Anadolu Lisesi ve Fen Lisesi öğrencilerinin derece ve radyan kavramları arasındaki dönüşüme yönelik bilgileri nasıldır?
- On birinci sınıf Anadolu Lisesi ve Fen Lisesi öğrencilerinin sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını birim çember üzerinde tanımlamaları nasıldır?
- On birinci sınıf Anadolu Lisesi ve Fen Lisesi öğrencilerinin bazı değerlerin sinüs, kosinüs fonksiyonları altındaki görüntülerini tahmin etme durumları nasıldır?

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Bu bölümde trigonometri konusunun eğitim alanında yapılan araştırmalar hakkında bilgi verilecektir. 2000-2024 yılları arasında YÖK Tez taramasında iki doktora ve 13 yüksek lisans araştırması bulunmaktadır. Özellikle son 10 yıla baktığımızda bir doktora ve üç yüksek lisans araştırması yapıldığı görülmektedir.

2.1. Trigonometri Konusunda Yapılmış Yurtiçi Çalışmalar

Kültür ve ark. (2008) ortaöğretim öğrencilerinin trigonometri öğretimi ile ilgili yaptıkları çalışmada öğrencilerinin trigonometri konusunu hangi düzeyde öğrendiği, bu kavramla ilgili kavrama güçlüğü olup olmadığı amaçlanmıştır. Bu çalışma, iki lisede 80 öğrenci ile yapılmıştır. Çalışmada veri toplama için 10 trigonometri sorusundan oluşan bir test kullanılmıştır. Veriler içerik analizi yöntemi ile analiz edilmiştir. Araştırmada öğrencilerin trigonometri konusunun temel kavramlarını ve birim çemberi kullanmayı tam anlamıyla öğrenemedikleri, açı ölçü birimlerini birbirine dönüştürmede zorluk çektikleri, trigonometrik fonksiyonları geometrik olarak göstermekte zorlandıkları sonuçlarına ulaşılmıştır. Bu sonuçlara çözüm olarak, öğretmenlerin trigonometri konusunu görselleştirmesi, tarihsel gelişiminden söz edilmesi, bilgisayar destekli yazılımların kullanılması, fonksiyonların birim çemberde öğrenci tarafından bulunması, kural ve formüllerin gösterilmesinin yanında geometrik gösterimlerin de yapılması önerisinde bulunulmuştur.

Cihan ve Akkoç (2022) yaptığı bir çalışmada 2019-2020 eğitim-öğretim yılında kullanılan 11. sınıf matematik ders kitaplarında yer alan radyan tanımını ve şekil temsillerini incelemiştir. Araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden belge çözümlemesi yöntemi kullanmıştır. Araştırma sonucunda ders kitaplarında yer alan radyanı açıklayan radyan temsili şekiller hem nitel hem nicel açı ölçüsü görüşüne uygun olarak verildiği görülmüştür. 360° 'nin 2π olduğu vurgulanmış ancak yaklaşık 6.28 radyanın 360° olduğu vurgulanmamıştır. Ders kitaplarındaki radyan tanımlarının 1 radyanın tanımına odaklandığı belirlenmiştir. Radyan tanımlarında ilişkisel tanımın göz ardı edildiği araştırmanın sonuçları arasındadır. Araştırmanın bir diğer sonucu da radyanı tanımlarken kullanılan şekil temsillerindeki açı ölçüsünün 1 radyan olduğu, sorularda yer alan şekil temsillerindeki açı ölçülerinin π içeren irrasyonel sayılar olduğudur. Ders kitaplarındaki soru çözümlerinde radyan açı ölçüsü olarak π içeren irrasyonel sayıların kullanılması

öğrencilerin radyan kavramını π ile ilişkilendirmelerine ve π 'yi radyan ölçü birimi olarak görmelerine sebep olabilmektedir.

Güntekin ve Akgün (2011) ortaöğretim 10.sınıf öğrencilerinin trigonometri konusunda sahip olduğu hatalar ve öğrenme güçlüklerini tespit etmek amacıyla bir araştırma yapmışlardır. Bu araştırmayı Erzurum ilinde 5 ortaöğretim kurumunda 205 öğrenci ile yürütmüşlerdir. Araştırmada betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Araştırmanın verilerini toplamak için 12 sorudan oluşan çoktan seçmeli test ve beş sorudan oluşan açık uçlu sorudan oluşan bir anket formu kullanılmıştır. Araştırmanın sonucunda, öğrencilerin trigonometrik fonksiyonların işaret incelemesini, çoğunlukla doğru yapabildikleri ancak açı ölçü birimlerini birbirlerine dönüştürmekte ve radyan cinsinden verilen bir açının esas ölçüsünü bulmakta güçlük çektikleri görülmüştür. Ayrıca trigonometrik fonksiyon değerlerinin sıralanışında, öğrencilerin trigonometrik fonksiyon değerleri arasında ilişki kuramadıkları ve yorum yapmakta güçlük çektikleri birim çemberi iyi öğrenemedikleri ve birim çember üzerinde işlem yapamadıkları sonucuna ulaşılmıştır.

Akbaş (2008) radyan kavramına ilişkin öğrenci yanlışlarını gidermeye yönelik bir öğretim yöntemi geliştirmiştir. Yapılan çalışmada nitel araştırma yöntemi kullanılmış olup, veri toplama araçları olarak kavramsal test, gözlem, görüşme ve belge analizi teknikleri kullanılmıştır. Araştırmanın sonuçlarına göre, tasarlanan yeni öğretim yöntemiyle öğrenim gören öğrencilerin kavramsal yanlışlarının giderilmesinde, ortaöğretim matematik öğretim programını takip eden öğrencilere göre daha fazla gelişim gözlemlenmiştir. Yeni öğretim yöntemiyle eğitim alan öğrencilerin radyan kavramını daha iyi anladığı ve reel sayılar, radyan ve trigonometrik fonksiyonlar arasında ilişki kurmada başarılı oldukları belirlenmiştir. Ayrıca, ortaöğretim matematik öğretim programının radyan kavramına ilişkin bazı kavram yanlışlarına neden olduğu da ortaya konmuştur.

Erdem ve Man (2018) ortaokul matematik öğretmenleri üzerinde radyan ve π sayısının kavramsal bilgileri üzerine bir araştırma yapmışlardır. Araştırma dört ilde 43 ortaokul matematik öğretmeni üzerinde yapılmıştır. Araştırma verileri katılımcıların radyan ve π sayısı hakkında bilgilerini ölçmeye yönelik beş açık uçlu sorudan oluşan bir form aracılığıyla toplanmıştır. Veri analizinde içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Araştırma sonucunda katılımcıların π sayısını $22/7$, çevre/çap ve 3.14 olarak düşündükleri görülmüştür. Bazı öğretmenler radyan ve derece arasında eşleme yapamamıştır. Araştırmaya katılan öğretmenlerin bazıları π sayısının 3.14 ve 180° gibi iki farklı değer eşit

olduğunu düşündükleri görülmüştür. Öğrencilerin birim olmayan radyan açı değerlerini sayı doğrusunda gösterebileceklerini, ancak derecenin gösterilemediğini düşündükleri gözlemlenmiştir. Araştırmaya katılan öğretmenlerin çoğunun radyan kavramı hakkında eksik bilgiye, kavram yanlışlığına veya yanlış bilgiye sahip oldukları görülmüştür.

Oğuz (2019) yaptığı tez çalışmasında on ikinci sınıf öğrencilerinin radyan kavramı hakkında sahip oldukları kavram imajlarını belirlemek ve radyan kavramının öğrenciler tarafından nasıl algılandığını incelenmiştir. Öğrencilerin kavram imajlarını ve kavram imajlarının olası kaynaklarını belirlemek amacıyla yürütülen bu çalışmanın verileri radyan kavramına ilişkin kavram tanımı ve kavram imajı bilgisini sorgulayan kısa cevaplı ve açık uçlu sorulardan oluşan kavramsal bir test aracılığıyla elde edilmiştir. Kavramsal test aracılığıyla elde edilen veriler kavram tanımı ve kavram imajı teorik çerçevesinde yorumlanmıştır. Araştırmanın sonucunda ise öğrenciler radyan kavramının tanımını yapmakta zorlandığı görülmüştür. Radyan kavramının tanımının araştırıldığı sorularda dahi öğrencilerin kavram imajı kullanmaya eğilim gösterdikleri tespit edilmiştir. Araştırma bulgularına göre öğrencilerin radyan kavramı hakkında farklı kavram imajlarına sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca öğrencilerin radyan hakkında sahip oldukları kavram imajları öğrencilerin bu kavram ile ilgili kavram yanlışlıklarına sahip olduğunu göstermiştir.

Güntekin (2010) Trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu öğrenme güçlüklerinin ve kavram yanlışlıklarının tespit edilmesi ile ilgili tez çalışması yapmıştır. Bu araştırma Erzurum il merkezinde beş lisede 10.sınıf 205 öğrenci üzerinde yapılmıştır. Araştırma modeli olarak betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Araştırmanın verileri, 'Trigonometri bilgilerini kullanabilme ve öğrenci yanlışlıkları' adlı çoktan seçmeli sorulardan oluşan Teşhis Testi-1 ve açık uçlu sorulardan oluşan Teşhis Testi-2 bilgi testlerinden elde edilmiştir. Veriler SPSS programı ile analiz edilmiştir. Araştırma sonucunda, açıların radyan cinsinde ifade edilmesinde, trigonometrik fonksiyonların birim çemberde değerlerinin gösterilmesinde, trigonometrik fonksiyonların periyotlarının bulunmasında, fonksiyonların grafiklerini çizmede, trigonometrik denklemlerin çözümünde, trigonometri kullanılarak kullanılan geometrik şekillerde bağıntıları bulmada zorluklar yaşadıkları ortaya çıkmıştır. Ayrıca trigonometrik fonksiyonların tersini alırken çarpımsal tersi kullandıkları yanlışlıklarına düştükleri görülmüştür.

Akkoç ve Akbaş Gül (2010) radyan kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerinin giderilmesine yönelik tasarlanan bir öğretim yaklaşımını incelemiştir. Araştırma 2007-2008 yılında Kırklareli'nde bulunan iki lisede eğitim gören 10.sınıf 25 öğrenci ile

yapılmıştır. Bu araştırmada iki farklı çalışma grubu belirlenmiş grubun birine matematik ğretim programı ve ders kitabı diğer grupta ise literatürde radyan kavramına ait kavram yanılgıları dikkate alınarak hazırlanan ğretim yaklaşımı uygulanmıştır. Araştırmada oklu durum çalışması ile derinlemesine incelenmiştir. Araştırma sonucunda matematik öğretiminin, tasarlanan ğretim programı ile eğitimin matematik ğretim programı ve ders kitabı ile verilen eğitimden daha etkili olduğu ortaya çıkmıştır.

Taş (2013) yaptığı tez çalışmasında lise ğrencilerinin trigonometri konusu özelinde bilgi düzeylerini incelemiştir. Araştırma modeli olarak durum çalışması kullanılmıştır. Araştırma, Kayseri ili merkezde bulunan üç lisenin ikinci Sınıfında ğrenim gören 165 ğrenci ile yapılmıştır. Öğrencilere açık uçlu sorulardan oluşan yazılı sınav uygulanmış daha sonra beş ğrenci ile yarı yapılandırılmış mülakatlar yapılmıştır. Toplanan verilerin analizinde yüzde hesaplamaları kullanılmış ve yapmış oldukları çözümler içerik analizi ile incelenmiştir. Sonuç olarak öğrencilerin tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının kavramsal öğrenmelerinin iyi düzeyde olduğu fakat birim çember üzerinde ifadelerinin yetersiz olduğu görülmüştür. Bazı ğrencilerin ezbere dayalı öğrenme gerçekleştirdiği görülmüştür. Öğrencilerin işlemsel becerilerinin düşük düzeyde olduğu bunun sebebi olarak üslü, köklü ifadelerde kavramsal hataları olduğu görülmüştür. Öğrencilerin trigonometrik fonksiyonları temsilde daha çok cebirsel yaklaşım kullandıkları geometrik yaklaşım ve grafikleri hiç kullanmadıkları görülmüştür. Farklı temsilleri kullanabilme becerilerinin düşük düzeyde olduğu görülmüştür. Son olarak öğrencilerde ezber ağırlıklı bir öğrenmenin gerçekleştiği ve ispat mantığının çok fazla gelişmediğim görülmüştür.

Mumcu ve Aktürk (2020), matematik ğretmenlerinin radyan kavramına ilişkin görüşleri ile ilgili bir araştırma yapmışlardır. Çalışmada matematik ğretmenlerinin radyan kavramını anlama şekillerini analiz etmişlerdir. Araştırmaya Ordu ilindeki farklı okullarda görev yapan 41 matematik ğretmeni katılmıştır. Araştırmada nitel araştırma yönteminden durum çalışması kullanılmıştır. Araştırma verileri Genel Bilgi Formu (GBF), Kavram Testi (KT) ve Yapılandırılmamış Görüşmeler (YG) ile toplanmıştır. Sonuç olarak, öğretmenlerin radyanı birim çember ve fonksiyonlarla ilişkilendirmekte zorlandıkları görülmüştür. Araştırmaya katılan öğretmenler, bir açının ölüsünü dereceden radyana dönüştürürken $D/180 = R/\pi$ formülünü kullanmışlardır. Bu nedenle, radyanın π ile ilişkili bir kavram olduğunu düşünmüşlerdir. Öğretmenlerin radyanı π sayısının gerçek sayı değeri ile ilişkilendirme konusunda zorlandıkları görülmüştür.

Araştırmaya katılan matematik öğretmenlerinin radyan kavramını tam ve doğru bir şekilde anlayamadıkları tespit edilmiştir.

2.2. Trigonometri Konusunda Yapılmış Uluslararası Çalışmalar

Rosjanuardi ve ark. (2022) tarafından “Trigonometri Öğrenmede Epistemolojik Engeller” adlı araştırmada nitel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Bu araştırmanın amacı lise öğrencilerinin trigonometrik fonksiyonları öğrenmede karşılaştıkları zorlukları ortaya çıkarmak ve öğretmenlere trigonometri öğretiminde rehberlik etmesidir. Çalışma, Endonezya’da iki lise öğrencisi ile yapılmıştır. Önce beş sorudan oluşan bir anket düzenlenmiş sonra da öğrencilerle görüşme yapılmıştır. Araştırmada öğrencilerin zihinsel ve düşünme yapıları ortaya çıkarılmıştır. Araştırma sonucunda π sayısının trigonometri öğreniminde bir sorun teşkil ettiği ortaya çıkmıştır. Öğrenciler formülün nereden geldiğini bilmeden radyan derece arasında dönüşümleri formüle bağlı kalarak yaptığı görülmüştür. Öğrenciler radyan ile verilen trigonometrik fonksiyonların grafiklerinde zorlandıkları ve noktanın koordinatını bulmada zorluk çektikleri görülmüştür. Bunun çözümü olarak da trigonometrik fonksiyonların grafiklerinde radyan kavramına daha detaylı yer vermeleri gerektiğini belirtmiştir.

Radmehr ve Rahimian (2020)’de teknolojinin öğrencilerin matematik anlayışını geliştirmedeki etkisini görmek için bir araştırma yapmışlardır. Bu araştırma İran’da 2015-2016 eğitim öğretim yılında iki farklı okuldan üç sınıf seçilerek 66 öğrenci üzerinde yapılmıştır. 26 öğrenci deney grubu, 40 öğrencide kontrol grubu olarak seçilmiştir. Deney grubuna Geogebra yazılımı ile trigonometride periyotlar, açı ölçme, radyan derece arası dönüşüm ve trigonometrik fonksiyonların görüntü kümesi konuları ile ders tasarlanmış ve uygulanmıştır. Bu öğrencilere ön test ve son test uygulanmıştır. Sonuçlar ki-kare testinde analiz edilmiştir. Geogebra yazılımı ile öğretim yapan grupta trigonometrik fonksiyonların görüntü kümesindeki yanlışlarını engellediği, periyotları yazılımdaki grafiksel gösterimden dolayı daha iyi yaptıkları görülmüştür. Ancak Geogebra yazılımı ile öğretimin deney grubunda açı ölçü birimleri arasındaki dönüşümlerdeki yanlışları engellemediği sonucuna varılmıştır. Çünkü açı ölçü birimleri arasındaki dönüşümün bir dizi matematiksel işlem aracılığıyla gerçekleştirildiği için GeoGebra’nın bu konudaki öğrenci yanlışlarına etki etmediği görülmüştür.

Setiawan ve Surahmat (2021), matematik öğretmeni adaylarının trigonometri derslerinde radyan ölçümü probleminin çözümüyle ilgili bir araştırma yapmışlardır. Bu araştırmada öğretmen adaylarının radyan ölçüm problemlerini çözerken yaptıkları

hataları ve bu hataların nedenlerini açıklamak amaçlanmıştır. Nitel araştırma yöntemini kullanılmıştır. Veri toplama araçları olarak radyan problem sorusu ve araştırmacı tarafından oluşturulan mülakat formu kullanılmıştır. Matematik eğitimi programındaki 82 öğretmen adayından 57'sinin soruyu doğru, 25'i ise yanlış çözmüştür. Bu durum, öğrencilerin %30'unun radyan ölçümlerini uygulama sorununu çözmemesi anlamına geldiğini göstermektedir. Buna neden olarak, öğretmen adaylarının çeyrek daire ölçümü içeren uygulama problemlerini çözerken yaptıkları hatalar, yanlış anlamalar ve gerçek hatalar gösterilmektedir. Bu da merkezi açıyı belirlemek için kullanılan dairenin elemanlarını veya bileşenlerini karşılaştırma ve yay uzunluğu formülü $s=r\theta$ 'de θ 'nin değerini yanlış anlamaktan kaynaklanmaktadır.

Hamzah ve ark. (2021) öğrencilerin trigonometri konusunda kavram yanlışları ve hataları üzerine sistematik bir inceleme yapmışlardır. Ocak 2011'den Ocak 2021'e kadar trigonometride kavram yanlışları ile ilgili 26 makale belirlenmiştir. Makalelerini taramak için Scopus, ERIC, Dimensions, Web of Science (WoS) ve Google Scholar olmak üzere beş veri tabanı kullanılmıştır. Trigonometrideki yanlış anlamaları belirleyen ve bunları ortadan kaldırma yöntemlerini inceleyen makaleler incelenmiştir. Manipülatif materyaller ve dijital form yazılım kullanarak trigonometri öğrenmenin yanlış anlamaları ortadan kaldırdığı sonucuna ulaşmışlardır. Trigonometri konusunda daha fazla araştırma yapmaya gerek olduğu sonucuna varılmıştır. Ayrıca dijital oyunlar kullanarak yapılan öğrenimin, öğrencilerin anlama düzeyini artırabildiği ve öğrenciler arasında ortaya çıkan yanlış anlamaları azaltabileceği sonucuna varmışlardır.

Alyami (2020) açı ölçüsü ve radyan üzerine bir araştırma yapmıştır. Bu çalışmada yaygın olarak kullanılan 8 lise matematik kitabını incelemiştir. Kitaplardaki 20 resim ve sekiz radyan açı ölçüsü tanımını incelemiştir. Araştırmada tümevarımsal içerik analiz yöntemini kullanmıştır. Araştırma sonucunda, radyan açı ölçümüne ilişkin ders kitabındaki şekiller çoğunlukla 1 radyan açığa odaklanmıştır. Araştırmada incelenen ders kitaplarında, kartezyen koordinat sistemi olmasa bile radyan açıları genellikle π cinsinden gösterilmektedir. Radyan temsillerinin sıklıkla kullanılan özellikleri, radyan açı ölçüsünün niceliksel özelliklerini geliştirmek yerine, yanlışlıkla açının niteliksel kavramını güçlendirmektedir.

Nabie ve ark. (2018) Gana'da öğretmen adaylarının trigonometrik kavramlara yönelik algıları ve bilgileri hakkında bir araştırma yapmışlardır. Araştırma eğitim fakültesinde fen/matematik bölümünde öğrenim gören 119 öğrenci ile yapılmıştır. Verileri toplamak için Trigonometri Algı Anketi ve Trigonometri Değerlendirme Anketi

kullanılmıştır. Veriler SPSS programı ile analiz edilerek yorumlanmıştır. Araştırma sonuçları, öğrencilerin trigonometri konusunu zor, soyut ve öğrenmesi sıkıcı olarak algıladıklarını göstermektedir. Ayrıca, öğrencilerin trigonometri konusundaki temel kavramsal bilgilerinin sınırlı olduğu tespit edilmiştir. Konuyu anlama ve öğrenme öğretmen adaylarının eylem, süreç, nesne ve şema bilgilerini uygulamalarında önemli role sahiptir. Bunu düzeltmek için öğretim programı değişmeli ve öğretmen adaylarının konuyu iyi anlaması sağlanmalıdır.

Literatüre bakıldığında 2007 yılından günümüze kadar Trigonometri konusunda yapılan araştırma sayısının sınırlı olması, araştırmacıların ilgisini çekerek bu alanda yeni çalışmalar yapılmasını teşvik edebilir (Çetinkaya ve Biber, 2020). Matematik eğitimi alanında yapılan araştırmalarda, trigonometri konusundaki araştırmalar öğrenciler, öğretmen adayları ve öğretmenler üzerinde çalışmalar yapıldığı görülmektedir. Trigonometri konusu, ortaöğretim müfredatında yer aldığı için, yapılan çalışmaların çoğunun lise öğrencileri üzerinde odaklandığı görülmektedir. Yapılan yurt içi ve yurt dışı çalışmalarda öğrencilerin birim çemberi kullanmayı tam anlamıyla öğrenemediği, açı ölçü birimlerinin birbirlerine dönüştürülmesinde zorlandıkları, trigonometrik fonksiyonların birim çember üzerinde gösteriminde zorluk çektikleri, konuları tam olarak kavrayamadıkları, öğrencilerin radyan kavramı hakkında kavram imajlarının yetersiz olduğu, radyan tanımını tam olarak yapamadıkları, analitik düzlem, çemberin analitiği ve temel fonksiyon bilgilerinin yetersiz olduğu, radyanı reel sayı olarak görememe, bir radyanı 180^0 olarak görülmesi, radyanı π sembolü ile özdeşleştirdikleri, trigonometrik fonksiyonların tanım ve görüntü kümeleri tanımında zorluk yaşadıkları görülmektedir (Akbaş, 2008; Akkoç ve Akbaş Gül, 2010; Alyami, 2020; Cihan ve Akkoç, 2022; Erdem ve Man, 2018; Güntekin ve Akgün, 2011; Hamzah ve ark., 2021; Kültür ve ark., 2008; Oğuz, 2019; Radmehr ve Rahimian, 2020; Setiawan ve Surahmat, 2021; Taş, 2013). Yapılan çalışmalarda sinüs ve kosinüs fonksiyonları, birim çember ve yaklaşık değer bulma gibi konulara yönelik yapılan çalışmaların son derece sınırlı olduğu gözlemlenmektedir. En son yayınlanan 2018 yılı öğretim programı ve 2024 yılı içinde yayınlanacak olan yeni müfredat da göz önüne alındığında, güncel çalışmaların önemli bir ihtiyaç olduğu ortaya çıkmaktadır.

3. MATERYAL VE METOT

Bu bölümde araştırmada kullanılan yöntem, desen, çalışma grubu, örnekleme yöntemi, veri toplama araçları, verilerin analizi ve veri toplama süreci detaylı bir şekilde sunulmuştur.

3.1. Materyal

3.1.1. Veri Toplama Araçları

Yapılan bu tez çalışmasında iki farklı lise türünde 11. sınıf düzeyindeki öğrencilerin radyan ve derece ile sinüs ve kosinüs fonksiyonları hakkındaki temel bilgileri incelenmiştir. Araştırmanın verileri, araştırmacı tarafından hazırlanmış açık uçlu kavramsal sorular içeren yedi soruluk bir form aracılığıyla ve ardından iki öğrenci ile yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler yoluyla toplanmıştır.

Araştırmada kullanılan açık uçlu soru formu oluşturmadan önce araştırmanın amacı ve problemleri belirlenmiştir. Trigonometri konusu oldukça geniş bir içeriğe sahip olduğundan tüm içeriğe yönelik bir araştırmanın bir tez çalışması kapsamına sığmayacağı düşünülerek, bu araştırmada sadece trigonometrinin temel konularına odaklanılmıştır. Çalışmada ele alınan temel konular ise derece ve radyan kavramları ile sinüs ve kosinüs fonksiyonları olmuştur. Bu kavramlara yönelik oluşturulan taslak form tez danışmanı tarafından gözden geçirilmiş, öğrencilerin sıkılarak üstün körü cevap vermelerini önlemek amacıyla soru sayısının olabildiğince az olmasına karar verilmiştir. Bu nedenle benzer sorular formdan çıkarılarak olabildiğince sade hale getirilmiştir.

Hazırlanan form, matematik alanında uzman bir öğretim üyesi tarafından incelenmiştir. Uzman görüşleri doğrultusunda birkaç küçük düzeltme yapılmıştır. Ardından bir öğrenciye uygulanarak formdaki soruların anlaşılabilirliği test edilmiştir. Son şekli verilen formda yedi adet açık uçlu soru yer almıştır (EK-1). İlk üç soru derece ve radyan kavramlarına, diğer sorular ise sinüs ve kosinüs fonksiyonlarına yönelik olarak hazırlanmıştır. Birinci soruda öğrencilerden derece ve radyan kavramlarını tanımlamaları istenmiştir. İkinci soruda derece cinsinden verilen açıların radyan birimindeki karşılığı, radyan cinsinden verilen açılarının da derece birimindeki karşılığı sorulmuştur. Üçüncü soruda verilen görselde çemberin merkezine yerleştirilmiş olan derece cinsinden açılardan bir radyana en yakın açının hangisi olduğu sorulmuştur. İkinci soruda 1 radyanın kaç derece olduğu sorulmuş olmasına rağmen görsel üzerinden bu soru ayrıca sorulmuştur. Çünkü $1 \text{ radyan} = 180/\pi$ eşitliğini yazan öğrencilerin π 'nin yerine 3.14

yaklaşık değerini yazıp yazmayacağını ve dolayısıyla bir radyanın yaklaşık 57° olduğunun farkında olup olmadığını tespit etmek amaçlanmıştır.

Açık uçlu soru formu yoluyla toplanan veriler analiz sonucunda daha detaylı bilgi edinmek amacıyla iki öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır. Görüşme yapılan öğrenciler, açık uçlu formda sorulara hatalı cevap veren Fen Lisesi öğrencileri arasından gönüllülük esasına göre rastgele seçilmiştir. Görüşmede öğrencinin formdaki sorulara verdiği cevaplara yönelik sorular sorularak öğrencinin trigonometride radyan ve derece kavramları ile sinüs ve kosinüs fonksiyonları hakkındaki bilgilerinin derinlemesine incelenmeye çalışılmıştır. Görüşmelerden biri 12 dakika diğeri 15 dakika sürmüştür. Görüşmeler öğrencilerin onayı ile ses kaydına alınmıştır.

3.2. Metot

3.2.1. Araştırmanın Yöntem ve Deseni

Nitel araştırmalar 20.yy. da antropoloji, sosyoloji ve psikolojide insan yaşamının doğasını anlamakta kullanılmıştır. Tarihsel olarak nitel araştırma, doğal araştırma olarak görülmekte ve araştırmacının öznel görüşlerini içermesi sebebiyle “yorumlayıcı araştırma” ve bir konuyu derinlemesine incelemesinden dolayı “alan araştırması gibi isimler verilmiştir (Baltacı, 2019).

Yıldırım ve Şimşek’e (2021) göre, nitel araştırmalarda genellikle gözlem, mülakat ve belge analizi gibi veri toplama yöntemleri kullanılmakta ve algıların ve olayların doğal ortamında gerçekçi ve kapsamlı bir şekilde tanımlanmasına odaklanan bir süreç izlenmektedir. Patton’a (2018) göre nitel araştırma yaklaşımı, incelenen konu hakkında daha derin ve kapsamlı bilgilerin elde edilmesine imkân tanımaktadır.

Bir problemin çözümüne ilişkin gözlem, görüşme ve belge analizi gibi nitel veri toplama yöntemlerini kullanan nitel araştırma, daha önceden bilinen veya fark edilmemiş problemlerin algılanmasına, probleme ilişkin doğal olguların gerçekçi bir şekilde ele alınmasına yönelik öznel-yorumlayıcı bir süreci ifade etmektedir (Seale, 1999).

Nitel araştırma desenlerinden en yaygın olanı temel nitel araştırma desendir. Temel nitel bir çalışmanın birincil amacı, araştırmadaki bulguların anlamları ortaya çıkarmak ve yorumlamaktır (Agazu ve ark., 2022). Temel nitel araştırma, katılımcıların bir durum ya da olayı nasıl anlamlandırdıklarını incelemeye odaklanır. Görüşme, gözlem ve belge incelemesi gibi çeşitli veri toplama yöntemleri kullanılarak elde edilen veriler, yorumlayıcı bir yaklaşımla analiz edilir. Katılımcıların görüşleri kapsamlı ve ayrıntılı bir şekilde incelenir (Sevim ve Bayındır, 2016).

Eğitimde nitel araştırmanın amacı uygulamalarımızı geliştirmektir ve temel nitel araştırma deseni, etkili eğitim sũreçlerini derinlemesine anlamak için özellikle uygundur (S.B. Merriam, kişisel iletişim, 5 Eylũl 2013, akt., Worthington, 2013). Örneğin, temel nitel bir çalışma, son derece etkili bir Şekilde katılımcıların stratejilerini, tekniklerini ve uygulamalarını ortaya çıkarmak için kullanılabilir. Bu tũr bir igrũ, nicel yaklaşımlarla elde edilemez (Worthington, 2013). Temel nitel araştırma (basic qualitative research), katılımcıların konuyu nasıl yorumladıklarını ve deneyimleriyle ne anlam yũklediklerini belirlemek, karmaşık durumları ve ilişkileri derinlemesine anlamalarına ve yeni teoriler geliştirmelerine olanak tanımak amacıyla yũrũtũlen bir araştırma desendir (Merriam, 2015). Bu araştırmada öğrencilerin radyan ve derece ile sinũs ve kosinũs fonksiyonları hakkındaki temel bilgilerinin derinlemesine incelemek için nitel araştırma desenlerinden temel nitel araştırma deseni kullanılmıştır.

3.2.2.Çalışma Grubu

Araştırmamızın alışma grubunu Orta Anadolu'da bir ilçemizin 11. Sınıfında ğrenim gören 54 Fen Lisesi (33 Kız, 21 Erkek) ve 31 Anadolu Lisesi (16 Kız, 15 Erkek) ğrencileri oluşturmaktadır. Araştırma, ilçedeki en başarılı iki okulda gerçekleştirilmiştir. Fen Lisesi, Liselere Giriş Sınava (LGS) puanına göre ğrenci alırken, Anadolu Lisesi ise ortaokul diploma notuna göre ğrenci kabul etmektedir. Araştırmaya katılan okul ve öğrenciler amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilmiştir. Amaçlı rnekleme araştırılan konu, olay veya olguyla ilgili önemli bilgi kaynaklarına erişimde araştırmacıya rehberlik eder ve incelenmesi gereken durumların detaylı bir Şekilde incelenmesine olanak tanır (Patton, 2018). Ayrıca sınırlı kaynakların en etkin kullanımını için bilgi bakımından zengin vakaların belirlenmesi ve seçilmesi için nitel araştırmalarda yaygın olarak kullanılan bir tekniktir. Bu rnekleme yöntemi, ilgilenilen konu hakkında bilgili ve deneyimli bireylerin veya grupların tanımlanması ve seçilmesini içerir (Palinkas ve ark., 2015).

3.2.3. Veri Toplama Sũreci

Araştırma 2023-2024 Eğitim-ğretim yılı ikinci döneminde Orta Anadolu'da bir ilimizin ilçesinde bulunan bir Fen Lisesinde ve bir Anadolu Lisesinde ğrenim gören 11. sınıf öğrencilerinden toplanmıştır. Araştırma verileri, Fen Lisesi'nde araştırmacı ve diğer matematik öğretmenleri tarafından, Anadolu Lisesi'nde ise araştırmaya katılan öğrencilerin dersine girmiş oldukları matematik ğretmeni tarafından toplanmıştır.

Araştırma yapılmadan önce İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden alınan izin ile her iki okul idaresi bilgilendirilmiş ve daha sonra veriler toplanmıştır.

Veri toplama sürecinde öncelikle araştırma yapmak için araştırma konusu belirlendikten sonra Ahi Evran Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Bilimsel Araştırma ve Yayın Etik Kurulu'ndan onay alınmış (EK-4)ve ardından MEB Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlikler aracılığıyla İl Milli Eğitim Müdürlüğü'nden araştırma için resmi izin alınmıştır (EK-5).

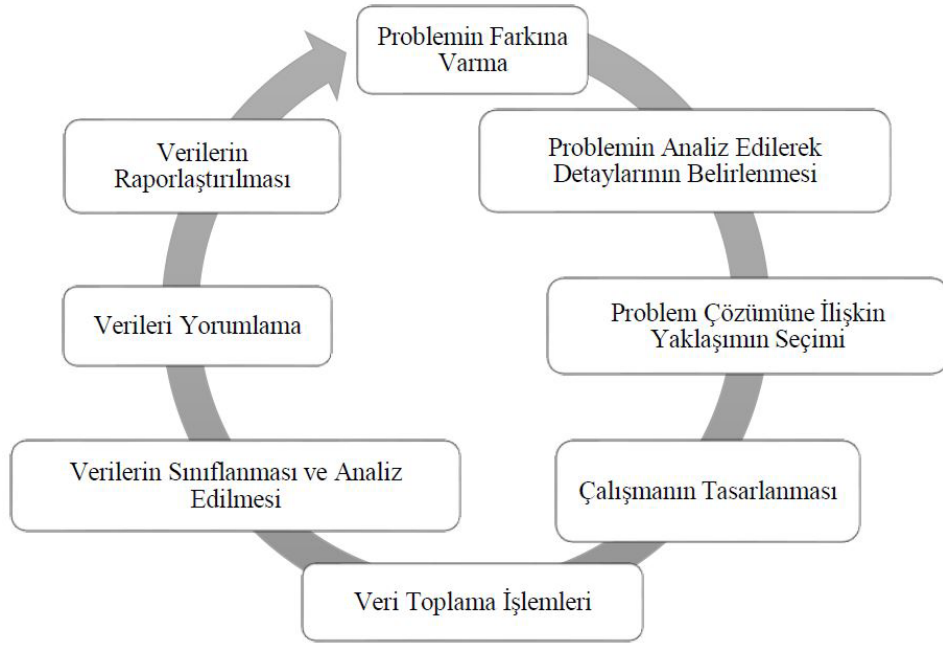
Araştırmada kullanılan açık uçlu soru formu uygulanmadan önce öğrencilere araştırmanın amacı hakkında bilgi verilmiştir ve gönüllülük esasına dayalı olarak formu doldurmaları istenmiştir. Öğrencilerin soruları yanıtlamaları için süre kısıtlaması yapılmamıştır. Tüm öğrencilerin açık uçlu soru formunu doldurmaları yaklaşık 40 dakika sürmüştür. Açık uçlu soru formlarında verilen cevaplar, araştırmacı ve araştırma danışmanı öğretim üyesi tarafından incelenmiş ve daha sonra iki öğrenci ile yarı yapılandırılmış görüşme yapılmıştır. Görüşmede öğrencilere açık uçlu soru formunda verdikleri cevaplar hakkında sorular sorulmuştur.

3.2.4. Verilerin Analizi

Bu çalışmada toplanan veriler, tamamlayıcı istatistiklerle birlikte nitel analiz yöntemi kullanılarak içerik analizi yapılarak analiz edilmiştir.

Nitel araştırmalarda içerik analiz yöntemi araştırılan konu hakkında genel eğilimleri ortaya çıkarma konusunda etkili bir tekniktir. İçerik analizi yöntemi araştırmada gerçeğe ulaşmak için Nasıl? Neden? sorularına cevap aramaktır. Böylece, araştırmada yüzeyde görünmeyen bilgilere ulaşılmış olacaktır. Bu teknikte araştırmacı belirlenen belgelerin, metinlerin, konuların içeriklerini belirli kurallar dahilinde nesnel bir şekilde analiz edebilmektedir (Metin ve Ünal, 2022).

Nitel içerik analizi çalışmalarında betimleyici (nasıl, nedir vs.) ve açıklayıcı (neden, niçin gibi) sorular yer almaktadır (Yüksel, 2019). Nitel araştırma süreci, Baltacı (2019) tarafından Creswell ve Guetterman (2018) ile Patton (2002)'den uyarlanmış haliyle, aşağıdaki Şekil 3.1'de gösterildiği gibi yapılabilir.



Şekil 3.1. Nitel Araştırma Süreci (Baltacı, 2019).

Öncelikle araştırmada kullanılan açık uçlu soru formu iki lisede uygun ortam ve zamanda 85 öğrenciye uygulanmıştır. Daha sonra açık uçlu soru formlarının her biri taranarak dijital ortama aktarılmış ve açık uçlu formlar lise türlerine göre ayrılmıştır.

Araştırma verilerini analiz etmek için Excel programında Veri Analiz Tablosu (VAT) oluşturulmuştur (EK-2). Her bir soru için VAT dosyası içinde sayfalar oluşturulmuştur. Öğrencilerin sorulara verdikleri her bir yanıt ayrıştırılarak ilgili soru sayfasına eklenmiştir. Her bir soru için öğrenci kodu, öğrenci ismi, okul türü, öğrenci cevabı ve sorunun içeriğine göre doğru, kısmen doğru, yanlış ve açıklama sütunları eklenmiştir ve cevabın doğruluk durumuna göre ilgili sütuna 1 veya 0 kodları girilmiştir. Aynı zamanda cevapların içerik analizi sonucunda ortaya çıkan kategoriler de Excel sütununa yerleştirilmiştir ve cevap bu kategoriye giriyorsa bu sütuna 1, girmiyorsa 0 kodu girilmiştir. Öğrencilerin sorulara verdikleri cevapların frekansları filtre özelliği kullanarak çıkartılmıştır. Ayrı bir hesap tablosu oluşturularak verilerin frekansları ve yüzde hesaplamaları yapılmıştır. Analizler farklı zamanlarda gözden geçirilmiş, kararsız kalınan durumlarda farklı uzmanların görüşleri alınarak kodlamalara son şekli verilmiştir.

Açık uçlu soru formunun birinci sorusunda frekans analizi yapılırken doğru, yanlış, kısmen doğru ve boş şeklinde kodlama yapılmıştır. Derecenin tanımıyla ilgili olarak, "Bir çemberin çevresinin 360 eş parçaya bölünmesiyle oluşan yayı gören merkez açıya derece denir", radyan tanımıyla ilgili olarak "Bir çemberin yarıçap uzunluğundaki yayı gören

merkez açının ölçüsüne bir radyan denir” ifadesini kullananlar veya aynı anlama gelen başka bir ifade kullananlar doğru kabul edilmiştir. Derece ve radyan tanımıyla ilgili olmayan veya farklı bir anlam taşıyan tanımlar yanlış kabul edilmiş, soruya "bilmiyorum" cevabını veren veya hiçbir cevap yazmayan öğrencilerin cevapları boş olarak kabul edilmiştir. Yanlış cevaplar içerik analizi yoluyla analiz edilerek kategoriler oluşturulmuştur.

İkinci sorunun frekans analizinde doğru, yanlış ve boş cevap şeklinde kodlama yapılmıştır. Bu soruda derece cinsinden verilen açılar radyan cinsinden, radyan cinsinden verilenleri derece cinsinden yazmaları ve cevaplarını açıklamaları istenmiştir. Soruda istenilen açı ölçü birimini yazanların cevapları doğru kabul edilirken, doğru cevapla ilgili olmayan cevaplar yanlış olarak kabul edilmiş ve soruya "bilmiyorum" cevabını veren veya hiçbir cevap yazmayan öğrencilerin cevapları boş olarak kabul edilmiştir. Yanlış cevaplar içerik analizi yoluyla analiz edilerek

Üçüncü sorunun frekans analizinde doğru, yanlış ve boş cevap şeklinde kodlama yapılmıştır. Bu soruda öğrencilerden verilen görselden bir radyana en yakın açı değerini seçmeleri ve cevaplarını açıklamaları istenmiştir. Soruda 57° cevabını verenlerin cevapları doğru kabul edilirken, diğer cevaplar yanlış kabul edilmiştir. Ayrıca, "bilmiyorum" cevabını veren veya hiçbir cevap yazmayan öğrencilerin cevapları boş olarak kabul edilmiştir. Öğrencilerin bu soruda yaptıkları açıklamalar içerik analizi yoluyla analiz edilerek yapılan hatalar kategorize edilmiştir.

Dördüncü sorunun frekans analizinde doğru, yanlış, kısmen doğru ve boş şeklinde kodlama yapılmıştır. Öğrencilerin, birim çember üzerinde bir merkez açısını çizerek çemberi kestiği noktanın koordinatlarını belirlemesi veya birim çemberin içine dik bir üçgen çizerek kenar uzunlukları üzerinden tanım yapması durumunda verilen cevaplar doğru kabul edilmiştir. Tam olarak doğru olmayan veya eksik tanımlar yapan öğrencilerin cevapları kısmen doğru kabul edilirken, soruyla hiçbir ilgisi olmayan veya yanlış tanımlar yapan öğrencilerin cevapları ise yanlış kabul edilmiştir. Bilmiyorum cevabını veren veya hiçbir cevap yazmayan öğrencilerin cevapları ise boş olarak değerlendirilmiştir. Eksik veya yanlış cevaplar içerik analizi ile kategorilere ayrılmıştır.

Beşinci sorunun frekans analizinde doğru, yanlış ve boş cevap şeklinde kodlama yapılmıştır. Bu soruda sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazmaları istenmiştir. Tanım ve görüntü kümesi ayrı olarak değerlendirilmiştir. Her iki fonksiyonun tanım kümesine “reel sayılar (R)”, görüntü kümesine “[$-1,1$]” yazanların cevapları doğru, bunun dışında başka bir ifade yazanların cevapları yanlış kabul

edilmiştir. "Bilmiyorum" cevabını veren veya hiçbir cevap yazmayan öğrencilerin cevapları boş olarak kabul edilmiştir. Eksik veya yanlış cevaplar içerik analizi ile kategorilere ayrılmıştır.

Altıncı sorunun frekans analizinde doğru, yanlış ve boş cevap şeklinde kodlama yapılmıştır. Bu soruda değeri $\sin 30$ ile aynı olan fonksiyonlar sorulmuştur. Bu soruda derece sembolü olmadığından 30 değeri radyan cinsindedir. O nedenle bu ifade derece cinsinden verilmiş olan ifadelere eşit olmayacaktır. $\sin 30$ 'un değerine eşit olan $\sin(\pi-30)$ ve $\sin(30+2\pi)$ cevabı veren öğrencilerin cevapları doğru kabul edilirken, bu değere eşit olmayan $\cos 60^\circ$ ve $\sin(30^\circ+360^\circ)$ fonksiyonlarına eşit olduğunu söyleyen öğrencilerin cevapları yanlış kabul edilmiştir. Ayrıca, "bilmiyorum" cevabını veren veya hiçbir cevap yazmayan öğrencilerin cevapları boş olarak kabul edilmiştir. Eksik veya yanlış cevaplar içerik analizi ile kategorilere ayrılmıştır.

Yedinci sorunun frekans analizinde doğru, yanlış ve boş cevap şeklinde kodlama yapılmıştır. Radyan ya da derece cinsinden verilmiş bazı açı değerlerinin sinüs ve kosinüs fonksiyonları altında görüntülerinin yaklaşık değerlerini bulmaları istenmiştir. Soruda $\sin 1^\circ$ ifadesi $\sin 0^\circ$ 'ye yakın olduğu için yaklaşık değeri sıfırdır. $\cos 3$ ifadesinde açı ölçü birimi radyan olarak verilmiştir. 3 sayısı π sayısına çok yakın olduğundan $\cos 3$ 'ün yaklaşık değeri $\cos \pi = -1$ dir. $\sin(-1)$ ifadesinde açı ölçü birimi yine radyan cinsinden verilmiştir. $\sin(-1) = -\sin 1$ eşitliği ve 1 radyanın bilindik açılardan $\pi/3$ (60°) değerine yakın olduğu düşünülürse $\sin(-1)$ 'in yaklaşık değeri $-\sin \pi/3 = -\sqrt{3}/2$ olacaktır. $\cos(6\pi/5)$ ifadesi $\cos(\pi+\pi/5) = -\cos(\pi/5)$ 'e eşittir. $\pi/5$ bilindik açılardan $\pi/6$ 'ya (30° 'ye) yakın olduğundan $\cos(6\pi/5)$ 'ın yaklaşık değeri $-\cos(\pi/6) = -\sqrt{3}/2$ dir. $-\sqrt{3}/2 \cos 550^\circ$ ifadesi $\cos 190^\circ$ 'ye eşittir. $\cos 190^\circ$, $\cos 180^\circ$ 'ye yakın olduğu için yaklaşık olarak -1 'e eşittir. $\sin(\pi+4)$ ifadesinde açı ölçü birimi radyan cinsinden verilmiştir. $\sin(\pi+4) = -\sin 4$ 'e eşittir. Diğer yandan 4 sayısının yaklaşık değeri $\pi + \pi/4$ 'tür. $\sin(\pi + \pi/4) = -\sin(\pi/4) = -\sqrt{2}/2$ olduğundan $\sin(\pi+4)$ ün yaklaşık değeri $\sqrt{2}/2$ 'dir. Soruda derece ve radyan açı birimlerine dikkat ederek fonksiyonun yaklaşık değerini doğru yazan öğrencilerin cevapları doğru kabul edilmiş ancak cevaba yönelik olmayan bir ifade yazdıklarında veya sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını birbirini cinsinden yazıp yaklaşık değerini yazmayan öğrencilerin cevapları yanlış kabul edilmiştir. Herhangi bir ifade yazmayan veya "bilmiyorum" yazan öğrencilerin cevapları ise boş olarak kabul edilmiştir. Eksik veya yanlış cevaplar içerik analizi ile analiz edilerek kategorilere ayrılmıştır.

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde araştırma sürecinde elde edilen veriler analiz edilerek tablo ve grafikler şeklinde sunulmuştur.

Veri toplama aracında yer alan yedi soru iki kategoriye ayrılmaktadır. Birinci kategoride yer alan ilk üç soru derece ve radyan kavramlarına yönelik olarak, diğer sorular ise sinüs ve kosinüs fonksiyonlarına yönelik olarak sorulmuştur. Bu nedenle araştırmanın bulguları “derece ve radyan kavramlarına yönelik bulgular” ve “sinüs ve kosinüs fonksiyonlarına yönelik bulgular” başlıkları altında ele alınacaktır.

4.1. Derece ve Radyan Kavramlarına Yönelik Bulgular

4.1.1. Birinci Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular

Açık uçlu soru formunda yer alan ilk soru “Açı ölçü birimlerinden derece ve radyanı tanımlayarak aralarındaki ilişkiyi açıklayınız” şeklinde sorulmuştur. Öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplar detaylı bir şekilde analiz edilerek cevapların doğruluk durumlarına ilişkin frekanslar Tablo 4.1 verilmiştir.

Tablo 4.1. Açı Ölçü Birimleri için Yazılan Tanımlara Yönelik Frekanslar

		Doğru		Yanlış		Kısmen Doğru		Boş		Toplam
		f	%	f	%	f	%	f	%	
F.L.	Derece Tanımı	1	1.85	19	35.19	5	9.26	29	53.70	54
	Radyan Tanımı	7	12.96	19	35.19	0	0.00	28	51.85	54
A.L.	Derece Tanımı	2	6.45	9	29.03	1	3.23	19	61.29	31
	Radyan Tanımı	2	6.45	13	41.94	1	3.23	15	48.39	31
Toplam	Derece Tanımı	3	3.53	28	32.94	6	7.06	48	56.47	85
	Radyan Tanımı	9	10.59	32	37.65	1	1.18	43	50.59	85

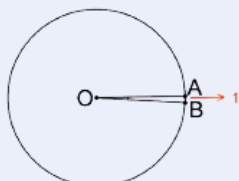
F.L.: Fen Lisesi, A.L.: Anadolu Lisesi

Tablo 4.1’de görüldüğü üzere öğrencilerin %56.47’si derece için %50.59’u radyan için herhangi bir tanım yazmamıştır. Derece ve radyan kavramları için yazılan tanımlar ise doğru, yanlış, kısmen doğru olarak kodlanmıştır. Derece kavramı için yazılan “çemberin 360’ta biri”, “Çemberin 1/360’lık kısmı” gibi ifadelerde derecenin “merkez açı” olduğu gözden kaçırıldığı için bu şekildeki tanımlar kısmen doğru olarak kodlanmıştır. Derece ve radyan kavramlarını doğru bir şekilde tanımlayan az sayıda (sırasıyla %3.53 ve %10.,59) öğrenci olduğu görülmüştür. Derece kavramını Fen Lisesi

öğrencilerinin %1.85'i doğru tanımlarken Anadolu Lisesi öğrencilerinin %6.45'i doğru tanımlamıştır. Radyan kavramını ise Fen Lisesi öğrencilerinin %12.96'ı doğru tanımlarken bu yüzde Anadolu Lisesi öğrencilerinde %6.45 olmuştur. Dereceyi doğru tanımlama yüzdesi Anadolu Lisesi öğrencilerinde daha fazla olurken radyanı doğru tanımlama yüzdesi Fen Lisesi öğrencilerinde daha fazla olmuştur. Tüm öğrencilerden %32.94'ü derece kavramını ve %37.65'i ise radyan kavramlarını yanlış tanımlamıştır. Anadolu Lisesi öğrencileri derece tanımını (%61.29) radyan tanımından (%48.39) daha çok boş bırakmışlardır. Fen Lisesinde ise derece ve radyan tanımlarında neredeyse öğrencilerin yarısı cevapları boş bırakmışlardır. Anadolu Lisesi öğrencilerinin, radyan kavramını (%41.94) derece kavramına (%29.03) göre daha fazla yüzde ile yanlış tanımladığı görülmektedir.

»»
Bilgi

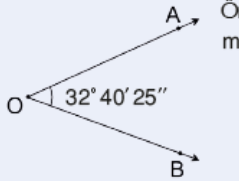
Derece



Bir çemberin çevresinin 360 eş parçaya ayrılması ile elde edilen bir parçaya **1 derecelik yay** ve bu yayı gören merkez açığı **1 derecelik açı** denir. Bu açının ölçüsü 1° şeklinde gösterilir. Dakika ve saniye derecenin alt birimleridir.

- 1 derecenin $\frac{1}{60}$ 'ine **1 dakika** denir ve 1 dakika $1'$ ile gösterilir.
 $1^\circ = 60'$ olur (1 derece 60 dakikadır.).
- 1 dakikanın $\frac{1}{60}$ 'ine ise **1 saniye** denir ve 1 saniye $1''$ ile gösterilir.
 $1' = 60''$ olur (1 dakika 60 saniyedir.).

Derece cinsinden ölçümü tam sayı olmayan açıların ölçümlerinde dakika ve saniye de kullanılır. Örneğin yandaki şekilde verilen açının ölçüsü, 32° ile 33° arasındadır. $m(\widehat{BOA}) = 32^\circ 40' 25''$ olarak gösterilir.



Şekil 4.1. MEB Ortaöğretim 11. Sınıf Anadolu Lisesi Matematik Ders Kitabı Derece Tanımı (MEB, Maviş ve ark., 2021, s.17).

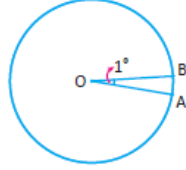
Derece

Tanım

Bir çember çevresi 360 eş parçaya bölündüğünde her bir yay parçasını gören merkez açının ölçüsüne **1 derece** denir. Derece ($^{\circ}$) sembolü ile gösterilir.

a) 1° nin $\frac{1}{60}$ ine **1 dakika** denir. $1'$ sembolü ile gösterilir.

b) $1'$ nin $\frac{1}{60}$ ine **1 saniye** denir. $1''$ sembolü ile gösterilir.



Şekil 1.1.5

Şekil 1.1.5'te O merkezli çemberde

$$1^{\circ} = 60' = 3600'' = 59' 60''$$

$$1' = 60''$$

Çember yayı tam açı olduğundan ölçüsü 360° dir.

Şekil 4.2. MEB Ortaöğretim 11. Sınıf Fen Lisesi Matematik Ders Kitabı Derece Tanımı (MEB, Öz ve ark., 2021, s.15).

Derece tanımını doğru yazamayan öğrencilerin bazıları Şekil 4.1. ve Şekil 4.2.'deki verilen tanımların merkez açı ölçüsünden önceki kısmı hatırlayarak “çemberin 360 eş parçasından biri, $1/360$ da biri” gibi cevap vermişlerdir. Bu da öğrencilerin derece ve radyan kavramlarının tanımlarını eksik öğrendiği şeklinde yorumlanmıştır.

Derece ve radyan kavramları için yazılmış olan yanlış tanımlar kategorize edilmiştir. Derece kavramı için ortaya çıkan kategoriler ve frekansları Tablo 4.2'de, radyan kavramı için ortaya çıkan kategoriler ve frekansları Tablo 4.3'te yer almaktadır. Bu kategorilerden her birinde yer alan tanımlara örnekler derece için Şekil 4.3'de ve radyan için Şekil 4.4'de verilmiştir.

Tablo 4.2. Derece için Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
Bir açı ölçü birimi/büyüklüğü/ölçüsü	4.3.a	7	12.96	3	9.68	10	11.76
Derece tanımında derece ifadesini kullanma	4.3.b	6	11.11	4	12.90	10	11.76
İki doğru arasında kalan açı birimi	4.3.c	4	7.41	0	0.00	4	4.71
Diğer hatalar	4.3.d	2	3.70	2	6.45	4	4.71

Tablo 4.2, hatalı tanımların çoğunun “bir açı ölçü birimi veya bir açının büyüklüğü/ölçüsü” olarak tanımlama ile “derece kavramını tanımlarken derece ifadesini kullanma” yoluyla tanımlama kategorilerinde yer aldığını göstermektedir.

a)	Derece: Bir ölçü birimi	FLÖ-12
b)	Derece bir açının derecesidir, 360°	FLÖ-40
c)	Derece: İki doğru arasında oluşan açı	FLÖ-25
d)	derece = bir dairede bulunan açısal sayı	ALÖ-10

Şekil 4.3. Derece için Yazılan Yanlış Tanımlara Örnekler

Şekil 4.3'teki örneklerde öğrencilerin dereceyi doğrudan veya dolaylı şekilde açı ölçme birimi olarak tanımlamaya çalıştıkları ancak tanımlarında nasıl bir birim olduğuna yönelik detaylara yer vermedikleri görülmektedir. Ayrıca öğrenciler dereceyi açı ile özdeşleştirip dereceyi tanımlarken açı tanımı yapmaya çalışmıştır.

Tablo 4.3. Radyan için Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları


Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
$\pi = 180^\circ$ olarak gösterilir.	4.4.a	6	11.11	5	16.13	11	12.94
1 Radyan 180° dir.	4.4.b	8	14.81	2	6.45	10	11.76
$\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ eşitliği ile bulunur.	4.4.c,d	1	1.85	6	19.35	7	8.24
π ile sembolize edilir/gösterilir.	4.4.e,f	3	5.56	1	3.23	4	4.71

Radyan için yazılan yanlış tanımların kategorileri incelendiğinde öğrencilerin radyan kavramını çoğunlukla dereceye dayalı olarak tanımlamaya çalıştıkları dikkati çekmiştir. Buradaki tanımlar radyanın nasıl bir ölçü birimi olduğunu açıklamadıkları gibi öğrencilerde mevcut olan yanılgıları da ortaya çıkarmaktadır. Tablo 4.3'te 11 öğrencinin π 'nin 180° 'ye eşit olduğunu, 10 öğrencinin de 1 radyanın 180° 'ye eşit olduğunu

düşündüğünü göstermektedir. Bu durum toplamda 22 öğrencide radyanla ilgili kavram yanlışlarının olduğunu ortaya koymaktadır. Bu yanlışlar radyan kavramını tanımlama esnasında ortaya çıkmıştır dolayısıyla diğer öğrencilerde bu yanlışların olmadığı konusunda kesin bir şey söylenemez.

a)	$\pi \rightarrow 180^\circ$ 'celik aui	FLÖ-32
b)	1 radyan 180° 'dir. Çember 360° 'dir ama trigonometriye 180° olarak alınır.	FLÖ-23
c)	Radyan \Rightarrow derecesini 180° 'e bölerek bulunur. $\frac{\text{radyan}}{\pi} = \frac{\text{derece}}{180^\circ}$	ALÖ-21
d)	Radyan = $\frac{D}{r} = \frac{R}{r}$ ile bulunur	ALÖ-14
e)	Radyan derecesin π ile gösterimidir.	FLÖ-43
f)	radyan: 180° dan π ile sembolize edilen birim	FLÖ-11

Şekil 4.4. Radyan İçin Yazılan Yanlış Tanımlara Örnekler

a)	Radyan: 90° lik açının karşısındaki yay uzunluğu 	FLÖ-17
b)	Derece Birim çemberde bir derece gösteren çember yaydır Radyan = Birim çemberde bir derecelik çember yayını gösteren 90° 'ya radyan dendir	FLÖ-18
c)	Derece 2 tane bitişik açının arasındakidir. açıya denir. 1 Radyan $= 180^\circ$ 'dir. Radyan dereceden oluşur. π	FLÖ-33
d)	derce = bir dairede bulunan açısal sayılar radyan = kosinüs, sinüs değerlerini yansıtan açısal değer	ALÖ-10

Şekil 4.5. Radyan ve Derece Tanımına Yanlış Cevap Veren Diğer Öğrencilerin Cevaplarından Örnekler

Şekil 4.5.a'da FLÖ-17 kodlu öğrencinin radyanı 90° lik açının karşısındaki yay uzunluğu olarak düşündüğü görülmektedir. FLÖ-18 kodlu öğrenci dereceyi, 1 dereceyi gösteren çember yayı olarak tanımlarken radyanı bu çember yayını gören açı olarak tanımlamıştır. (Şekil 4.5.b). FLÖ-33 kodlu öğrencinin derece ile açı kavramlarının özdeş olduğunu düşündüğü söylenebilir (Şekil 4.5.c). ALÖ-19'in derece ve radyan kavramlarını açısal değerler olarak ifade etmesi öğrencinin bu kavramların açı ölçü birimi olduklarının farkında olduğunu düşündürmektedir. Öğrenci dereceyi birim çember üzerinden açıklamaya çalışırken radyan tanımı için trigonometrik fonksiyonlardan bahsetmiştir. Bu durum öğrencinin radyan kavramını sadece trigonometrik fonksiyonlarla ilişkilendirdiğini düşündürmektedir (Şekil 4.5.d).

a)	→ Bir çemberin çevre uzunluğu 360 eş parçaya ayrılır. Bu parçadan birini gören merkez açı ölçüsüdür.	ALÖ-18
b)	Bir çemberin çevre uzunluğunu 360 eş parçaya böler birini gören merkez açının ölçüsü 1 derecedir.	ALÖ-19
c)	Derece içinde bir çemberin 360'ta birine denk gelen merkez açı diyebiliriz	FLÖ-52

Şekil 4.6. Derece için Yazılan Doğru Tanımlara Örnekler

a)	→ Yarıçap uzunluğuna eşit uzunlukta ki yayı gören merkez açının ölçüsüdür.	ALÖ-18
b)	<p> Radyan → Dairede yarıçap uzunluğundaki yay parçasını gören merkez açıya eşit olan açı ölçme birimi.</p> <p> Radyan $\frac{1}{r}$ dereceye eşit</p> <p> Radyandan dereceye $\frac{180}{\pi}$ ile carp.</p> <p> Dereceden radyana $\frac{\pi}{180}$ ile carp.</p>	FLÖ-48

Şekil 4.7. Radyan için Yazılan Doğru Tanımlara Örnekler

4.1.2. İkinci Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular

Açık uçlu soru formunda yer alan ikinci soru “Aşağıdaki tabloda değerleri derece cinsinden verilen açları radyan cinsinden, radyan cinsinden verilenleri derece cinsinden yazınız.” şeklinde sorulmuştur. Öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplar detaylı bir şekilde analiz edilerek cevapların doğruluk durumlarına ilişkin frekanslar Tablo 4.4 verilmiştir.

Tablo 4.4. Açık Ölçü Birimleri Arasındaki Dönüşümler için Verilen Cevaplara Yönelik Frekanslar

		Doğru		Yanlış		Boş		Toplam
		f	%	f	%	f	%	
F.L.	π Radyan = ? Derece	43	79.63	4	7.41	7	12.96	54
	? Radyan = π°	3	5.56	40	74.07	11	20.37	54
	? Radyan = 50°	32	59.26	10	18.52	12	22.22	54
	? Radyan = 1°	28	51.85	13	24.07	13	24.07	54
	1 Radyan = ? Derece	2	3.70	41	75.93	11	20.37	54
A.L.	π Radyan = ? Derece	22	70.97	5	16.13	4	12.90	31
	? Radyan = π°	2	6.45	27	87.10	2	6.45	31
	? Radyan = 50°	16	51.61	8	25.81	7	22.58	31
	? Radyan = 1°	10	32.26	17	54.84	4	12.90	31
	1 Radyan = ? Derece	1	3.23	27	87.10	3	9.68	31
Toplam	π Radyan = ? Derece	65	76.47	9	10.59	11	12.94	85
	? Radyan = π°	5	5.88	72	84.71	13	15.29	85
	? Radyan = 50°	48	56.47	18	21.18	19	22.35	85
	? Radyan = 1°	38	44.71	30	35.29	17	20.00	85
	1 Radyan = ? Derece	3	3.53	68	80.00	14	16.47	85

F.L.: Fen Lisesi, A.L.: Anadolu Lisesi

Tablo 4.4 en çok doğru cevabın verildiği (%76.47) sorunun birinci soru (π radyan=? derece) olduğunu göstermektedir. Doğru cevap yüzdesi açısından bu sorunun ardından sırasıyla 50° 'nin (%56.47) ve 1° 'nin (%44.71) radyan karşılıklarının sorulduğu sorular gelmektedir. π° 'nin radyan karşılığının sorulduğu soruyu öğrencilerin %5.88'i ve 1 radyanın derece karşılığının sorulduğu soruyu öğrencilerin %3.53'ü doğru cevaplamıştır.

π radyanın derece karşılığının sorulduğu birinci soruda bazı öğrenciler dönüşüm formülünü kullanarak veya bazı öğrenciler " π radyan 180° 'ye eşit olur", " $\pi=180^\circ$ dir", "1 radyan 180° 'ye eşittir" gibi açıklamalar yazarak ya da hiçbir açıklama yapmadan 180° cevabını vermişlerdir. Öğrencilerin %76.47'ü bu soruyu doğru, %10.59'u yanlış cevaplamışken %12.94'ü ise bu soruyu boş bırakmışlardır (Tablo 4.4). Okul türleri açısından bakıldığında Fen Lisesindeki öğrencilerin %79.63'ü doğru, %7.41'i yanlış cevap vermişken Anadolu Lisesindeki öğrencilerin %70.97'si doğru, %16.13'ü yanlış cevaplamışlardır. Diğer yandan Fen Lisesindeki öğrencilerin %12.96'sı ve Anadolu Lisesindeki öğrencilerin ise %12.90'ı bu soruyu boş bırakmışlardır. Öğrencilerin bu soruyu boş bırakma oranları her iki okul türünde hemen hemen aynı olmasının yanında

Fen Lisesindeki öğrenciler biraz daha başarılı görünmektedirler. Fen Lisesinden 1 öğrenci, Anadolu Lisesinden 2 öğrenci π radyanı π^0 'ye eşit almışlardır.

Öğrenciler π^0 'nin radyan karşılığını doğru cevap verme yüzdesi Fen Lisesi öğrencilerinde %5.56 olurken Anadolu Lisesi öğrencilerinde %6.45 olmuştur. Bu soruyu tüm öğrencilerin %5.88'i doğru cevaplamıştır. Fen Lisesi öğrencilerinin %74.07'si, Anadolu Lisesi öğrencilerinin %87.10'u, tüm öğrencilerin %84.71'i bu soruya yanlış cevap vermişlerdir. Bu oran Fen Lisesi öğrencilerinde daha az olsa da her iki lisede de oranlar oldukça yüksektir. Öğrencilerin tamamına yakınının derece sembolüne dikkat etmedikleri görülmüştür. Yanlış cevap veren öğrencilerin çoğunluğu $\pi^0=\pi$ ya da $\pi^0=1$ radyan cevaplarını vermişlerdir. Yanlış cevapların kategorileri ve frekansları Tablo 4.6'da detaylıca verilmiştir. 50^0 'nin radyan karşılığını Fen Lisesi öğrencilerinin %59.26'sı, Anadolu Lisesinin %51.61'i ve tüm öğrencilerin %56.47'si doğru cevap vermiştir. Fen Lisesi öğrencilerinin %18.52'si, Anadolu Lisesi öğrencilerinin %25.81'i bu soruya yanlış cevap verirken boş cevap yüzdeleri Fen Lisesi öğrencilerinde %22.22, Anadolu Lisesi öğrencilerinde ise %22.58 olmuştur (Tablo4.4). Yanlış cevap verme yüzdesi Fen Lisesi öğrencilerinde daha az olurken diğer durumlarda yüzdeler benzerlik göstermektedir. Öğrenciler bu soruda genelde dönüşüm formülünü ($\frac{D}{180^0} = \frac{R}{\pi}$) kullanarak cevap vermişlerdir. Bu soruyu boş bırakan öğrencilerin açıklamalarında herhangi bir şey yazmadıkları için dönüşüm formülünü hatırlamadıkları düşünülmektedir.

1^0 'nin radyan karşılığı istenilen soruda Fen Lisesi öğrencilerinin %51.85'i Anadolu Lisesi öğrencilerinin %32.26'sı ve toplamda öğrencilerin %44.71'i de 1^0 'nin radyan karşılığını doğru cevaplamıştır. Doğru cevaplama yüzdesi Fen Lisesi öğrencilerinde daha fazla olmuştur. Anadolu Lisesi öğrencileri (%54.84) Fen Lisesi öğrencilerine (%24.07) göre daha fazla oranda yanlış cevap vermişlerdir. Fen Lisesi öğrencilerinin %24.07'si, Anadolu Lisesi öğrencilerinin %12.90'ı bu soruyu boş bırakmıştır. Fen Lisesi öğrencileri bu soruyu daha çok oranda boş bıraktığı görülmektedir. Bu soruda en yaygın hata, 1^0 'nin $1/180$ radyana eşit olduğu yanılgısıdır (Tablo 4.8). Bu yanılgı, 1 radyanın 180^0 olduğu düşüncesinden kaynaklanmaktadır.

1 radyanın derece karşılığını öğrencilerin %3.5'i doğru cevaplayabilmiştir. Bu oran Fen Lisesi öğrencilerin de %3.70 olurken Anadolu Lisesi öğrencilerinde %3.23 olmuştur. Fen Lisesi öğrencilerinin %20.37'si, Anadolu Lisesi öğrencilerinin %9.68'si soruyu boş bırakmışlardır. Fen Lisesi öğrencilerinin Anadolu Lisesi öğrencilerine göre daha fazla boş bıraktığı görülmektedir. Soruya cevap veren 50 öğrenci 1 radyanı 180^0

olarak görmüştür. Aynı zamanda 1π ifadesi 1 radyan olarak da algılanmıştır. Bu sebeple öğrencilerin %80'i bu soruya yanlış cevap vermiştir. Burada yine π sayısı radyan ile özdeşleştirilmektedir.

1° 'nin radyan karşılığı hariç diğer sorularda verilen doğru cevap yüzdeleri, Fen Lisesi ve Anadolu Lisesi öğrencileri arasında benzerlik göstermektedir. 1° 'nin radyan karşılığını bulma sorusunda doğru cevap yüzdesi Fen Lisesi öğrencilerinde daha fazla olmuştur.

En çok boş bırakma tüm öğrencilerin %22.35 ile 50° 'nin radyan karşılığını bulma sorusu olmuştur. En yüksek boş bırakma oranı, Fen Lisesi öğrencilerinde (%24.07) 1° 'nin radyan karşılığını bulma sorusunda görülürken, Anadolu Lisesi öğrencilerinde (%22.58) ise 50° 'nin radyan karşılığını bulma sorusunda görülmüştür. Bunun sebebi ise derece ile radyan arasındaki dönüşüm formülünü ($\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$) hatırlayamaması düşünülmektedir. Halbuki bu sorulara doğru cevap verme yüzdeleri %50 civarındadır. Öğrenciler 50° 'yi ve 1° 'yi radyana çevirirken genellikle derece ve radyan arasındaki dönüşüm formülünü ($\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$) kullandıkları görülmüştür.

En çok yanlış cevap verilen soru %84.71 (Fen Lisesi öğrencileri %74.07, Anadolu Lisesi öğrencileri %87.10) ile π° 'nin radyan karşılığı istenildiği soru olmuştur. En dikkat çekici veri Anadolu Lisesi öğrencilerinin %87.10'nun bu soruya yanlış cevap vermesi olmuştur.

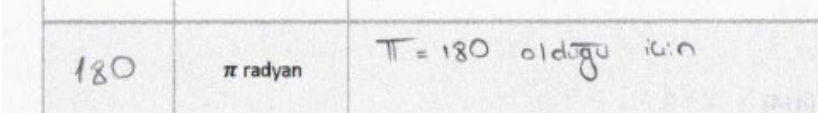
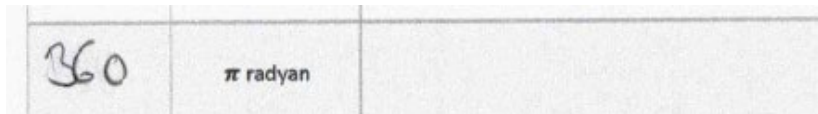
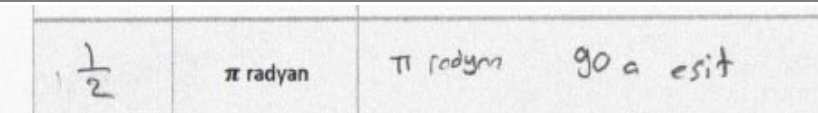
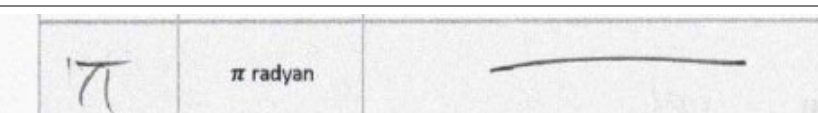
Öğrenciler hem derece sembolüne dikkat etmemişler hem de π sayısının sayısal değerini dikkate almadıkları düşünülmektedir.

Öğrencilerin açı ölçü birimlerini birbirine dönüştürme sorularındaki hataları kategorize edilmiştir. Bu kategoriler her bir soru için ayrı tablolarda yer almaktadır (Tablo 4.5, Tablo 4.6, Tablo 4.7, Tablo 4.8, Tablo 4.9). Diğer yandan bu hatalara örnekler de tabloların ardındaki şekillerde verilmiştir (Şekil 4.8, Şekil 4.9, Şekil 4.10, Şekil 4.11, Şekil 4.12)

Tablo 4.5. π Radyanın Derece Karşılığına Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
$\pi=180$ olduğu için	4.8.a	1	1.85	1	3.23	2	2.35
$\pi=360$ olduğu için	4.8.b	0	0.00	1	3.23	1	1.18
$\pi=90$ olduğu için	4.8.c	0	0.00	1	3.23	1	1.18
$\pi=\pi$ veya $\pi=\pi^0$ olduğu için	4.8.d	2	3.70	1	3.23	3	3.53
Diğer hatalar		1	1.85	1	3.23	2	2.35

Tablo 4.5'te π radyanın derece karşılığı verilen yanlış cevapların kategorileri ve frekansları verilmiştir. Yapılan yanlışlarda π ifadesini 90/180/360/ π 'ye eşit aldıkları görülmektedir.


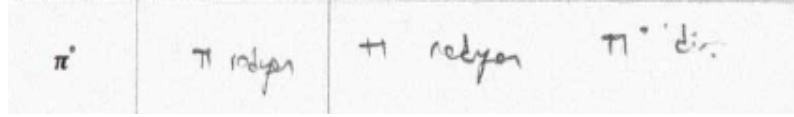
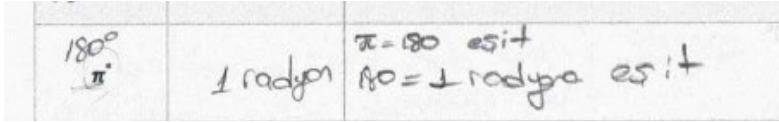

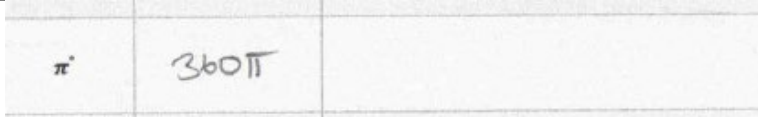
a)		FLÖ-33
b)		ALÖ-5
c)		ALÖ-23
d)		FLÖ-50

Şekil 4.8. π Radyanın Derece Karşılığına Verilen Yanlış Cevaplara Örnekler

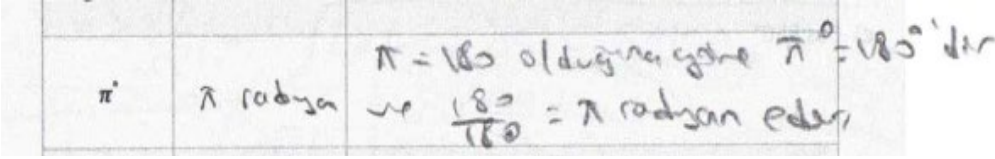
Tablo 4.6'da π^0 'nin radyan karşılığına verilen yanlış cevapların kategorileri ve frekansları verilmiştir. En çok yapılan hata π^0 'nin π 'ye eşit olduğu yanılgısıdır. Bazı öğrenciler açıklamalarda " $\pi=180$ olduğuna göre $\pi^0=180^0$ ve $180/180 = \pi$ radyan eder" açıklamasını yazmışlardır (Şekil 4.10). Bu hatadan sonra en çok yapılan diğer bir hata da π^0 'nin 1 radyana eşit olduğu yanılgısıdır. Burada öğrenciler π sayısını 1 radyana eşit bir sembol olarak görmekteler. Öğrenciler derece sembolüne de dikkat etmedikleri görülmüştür.

Tablo 4.6. π° 'nin Radyan Karşılığına Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
$\pi^{\circ} = 180$ veya 180° 'ye eşit	4.9.a	4	7.41	9	29.03	13	15.29
$\pi^{\circ} = \pi$ 'ye eşit	4.9.b	16	29.63	6	19.35	22	25.88
$\pi^{\circ} = 1$ radyana eşit	4.9.c	14	25.93	4	12.90	18	21.18
$\pi^{\circ} = \pi/2$ 'ye eşit	4.9.d	0	0.00	2	6.45	2	2.35
Diğer hatalar	4.9.e	6	11.11	6	19.35	12	14.12

a)		FLÖ-4
b)		FLÖ-7
c)		FLÖ-12
d)		FLÖ-50
e)		ALÖ-10

Şekil 4.9. π° 'nin Radyan Karşılığına Verilen Yanlış Cevaplara Örnekler


--

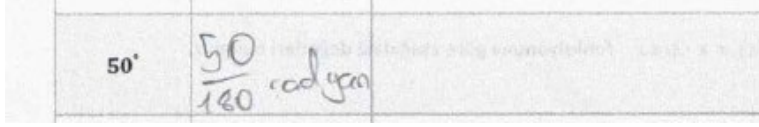
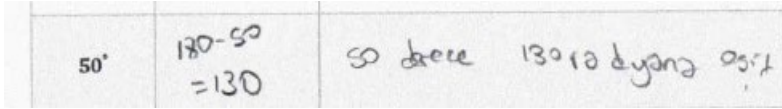
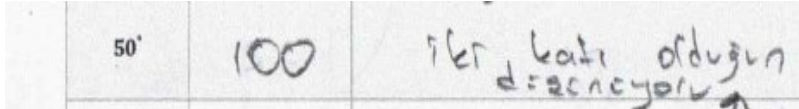
Şekil 4.10. ALÖ-21 Kod Numaralı Öğrencinin Cevabı

Tablo 4.7'de 50° 'nin radyan karşılığına verilen yanlış cevapların kategorileri ve frekansları verilmiştir. En çok yapılan hata 50° 'nin $50/180$ radyana eşit olmasıdır.

Öğrenciler burada derece radyan arasındaki dönüşüm formülünü kullanarak π ifadesini radyan ile özdeşleştirdikleri için π yerine radyan yazmışlardır. Bu soru için verilen yanlış cevaplara örnekler Şekil 4.11’de verilmiştir.

Tablo 4.7. 50°’nin Radyan Karşılığına Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
50°=50/180 radyana eşit	4.11.a	5	9.26	1	3.23	6	7.06
50°=130° a eşit	4.11.b	0	0.00	2	6.45	2	2.35
Diğer hatalar	4.11.c	5	9.26	5	16.13	10	11.76

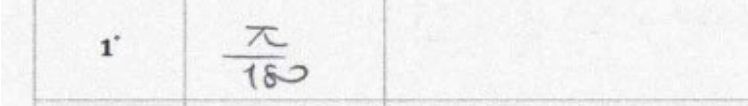
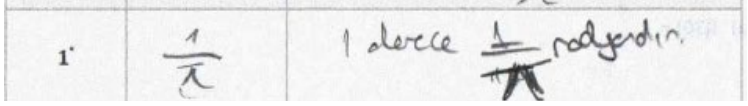
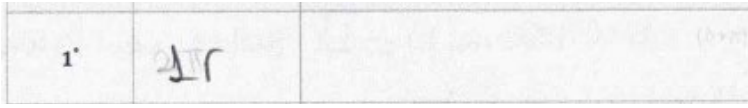

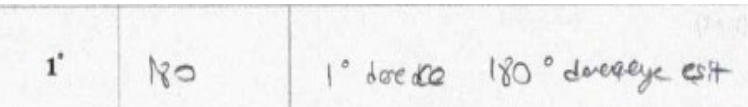
a)		FLÖ-50
b)		ALÖ-28
c)		ALÖ-2

Şekil 4.11. 50°’nin Radyan Karşılığına Verilen Yanlış Cevaplardan Örnekler

Tablo 4.8’de 1°’nin radyan karşılığına verilen yanlış cevapların kategorileri ve frekansları verilmiştir. En çok yapılan hata 1°’nin 1/180 radyana eşit olduğu yanılgısıdır. Bir önceki sorudaki gibi öğrenciler π ifadesini radyan ile özdeşleştirdikleri için π yerine radyan yazmışlardır. Bu soru için verilen yanlış cevaplara örnekler Şekil 4.12’de verilmiştir.

Tablo 4.8. 1°'nin Radyan Karşılığına Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
1°=1/180 veya 1/180 radyana eşit	4.12.a	8	14.81	2	6.45	10	11.76
1°=1/π'ye eşit	4.12.b	3	5.56	0	0.00	3	3.53
1°=1radyana eşit	4.12.c	0	0.00	3	9.68	3	3.53
1°=π-360'a eşit	4.12.d	1	1.85	2	6.45	3	3.53
Diğer hatalar	4.12.e	1	1.85	10	32.26	11	12.94

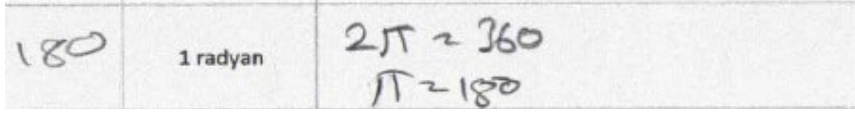
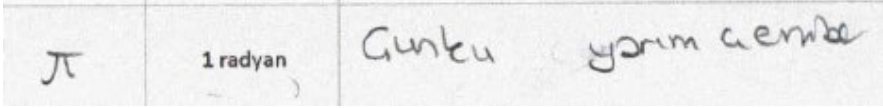

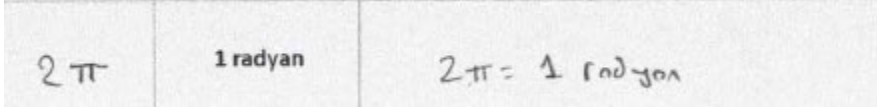
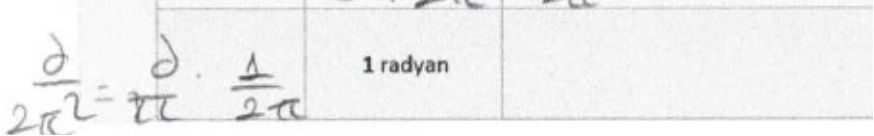
a)		FLÖ-31
b)		FLÖ-49
c)		ALÖ-3
d)		ALÖ-5
e)		ALÖ-19

Şekil 4.12. 1°'nin Radyan Karşılığına Verilen Yanlış Cevaplara Örnekler

Tablo 4.9'da 1 radyan derece karşılığına verilen yanlış cevapların kategorileri ve frekansları verilmiştir. Bu soruda en çok yapılan hata 1 radyanın 180/180°'ye eşit olduğu yanılgısıdır. Bu yanılgı öğrencilerin π ifadesini 1 radyan olarak görmesinden kaynaklanmaktadır. π ifadesi de 180° olduğu için 1 radyan 180°'ye eşit yanılgısı vardır. Bu soru için verilen yanlış cevaplara örnekler Şekil 4.13'te verilmiştir.

Tablo 4.9. 1 Radyan Derece Karşılığına Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
1 Radyan = 180 veya 180°'ye eşit	4.13.a	32	59.26	13	41.94	45	52.94
1 Radyan = π veya π^0 'ye eşit	4.13.b	4	7.41	4	12.90	8	9.41
1 Radyan = 360 veya 360°'ye eşit	4.13.c	0	0.00	4	12.90	4	4.71
1 Radyan = 2π 'ye eşit	4.13.d	0	0.00	4	12.90	4	4.71
Diğer hatalar	4.13.e	5	9.26	2	6.45	7	8.24

a)		ALÖ-7
b)		ALÖ-49
c)		ALÖ-10
d)		ALÖ-23
e)		FLÖ-14

Şekil 4.13. 1 Radyanın Derece Karşılığına Verilen Yanlış Cevaplara Örnekler

1 radyanın derece karşılığını Fen Lisesinden 2 öğrenci, Anadolu Lisesinden 1 öğrenci doğru bulmuştur (Şekil 4.14).

a)	$\frac{180}{\pi}$	1 radyan	$\frac{D}{180} = \frac{1}{\pi}$ $180 = \pi \cdot D$ $D = \frac{180}{\pi}$	FLÖ-26
b)	$\frac{180}{\pi}$	1 radyan		FLÖ-48
c)	$\frac{180R}{\pi}$	1 radyan	$\frac{D}{180} = \frac{1R}{\pi} \rightarrow 180R = D \cdot \pi$ $D = \frac{180R}{\pi}$	ALÖ-22

Şekil 4.14. 1 Radyanın Derece Karşılığa Verilen Doğru Cevaplara Örnekler

1 radyanın derece cinsinden karşılığını doğru bulan öğrenciler cevaplarını dönüşüm formülünü ($D/180^\circ = R/\pi$) kullanarak bulmuşlardır. Ancak π sayısını bir sembol olarak görmüşlerdir. π sayısının yaklaşık değeri olan 3.14 sayısını kullanmamışlardır.

Tablo 4.10. derece sembolünü en az bir kez kullanan (derece sembolü kullanan) ve hiç kullanmayan öğrencilerin frekansını göstermektedir. Tabloda Fen Lisesi öğrencilerinin %62.96'sının, Anadolu Lisesi öğrencilerinin %45.16'sının derece sembolüne dikkat ettikleri görülmektedir. Burada Fen Lisesi öğrencileri derece sembolüne daha çok dikkat ettikleri sonucu ortaya çıkmıştır. Tüm öğrencilerin %56.47'si cevaplarında derece sembolüne dikkat etmiştir.

Tablo 4.10. İkinci Soruya Verilen Cevaplarda Derece Sembolünü Kullanan ve Hiç Kullanmayan Öğrencilerin Frekansları

	Derece Sembolü Kullanan		Derece Sembolünü Hiç Kullanmayan		Toplam
	f	%	f	%	
F.L.	34	62.96	14	25.93	54
A.L.	14	45.16	12	38.71	31
Toplam	48	56.47	26	30.59	85

F.L.: Fen Lisesi, **A.L.:** Anadolu Lisesi

4.1.3. Üçüncü Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular

Açık uçlu soru formunda yer alan üçüncü soruda öğrencilere birim çember üzerinde verilmiş açı görselleri ile birlikte “Aşağıdaki açılardan hangisi 1 radyana en yakın açıdır? Neden? Cevabınızı açıklayınız” sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplar detaylı bir şekilde analiz edilerek cevapların doğruluk durumlarına ilişkin frekanslar Tablo 4.11’de verilmiştir.

Tablo 4.11. 1 Radyana En Yakın Açının Seçimine Yönelik Frekanslar

	Doğru		Yanlış								Boş		Toplam
	57°		30°		45°		67°		161°				
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%	
F.L.	1	1.85	1	1.85	0	0.00	2	3.70	39	72.22	11	20.37	54
A.L.	0	0.00	3	9.68	0	0.00	0	0.00	25	80.65	3	9.68	31
Toplam	1	1.18	4	4.71	0	0.00	2	2.35	66	77.65	12	14.12	85

F.L.: Fen Lisesi, **A.L.:** Anadolu Lisesi

Tablo 4.11 de görüldüğü gibi bu soruya Fen Lisesinden 1 öğrenci doğru cevap vermiştir. Anadolu Lisesinden bu soruya doğru cevap veren öğrenci olmamıştır. Öğrencilerin %77.65'i 1 radyana en yakın açı olarak 161°'yi seçmişlerdir. Bu cevap Fen Lisesi öğrencilerinin %72.22'si tarafından, Anadolu Lisesi öğrencilerinin ise %80.6'sı tarafından verilmiştir. Fen lisesi öğrencilerinin %20.37'si, Anadolu Lisesi öğrencilerinin %9.68'ii bu soruyu boş bırakmışlardır. Okul türü ayırmaksızın öğrencilerin %14.12'si bu soruyu boş bırakmıştır. Boş bırakma sebeplerine “Bilmiyorum” diyerek cevaplar vermişlerdir.

Öğrencilerin bu sorudaki hataları incelenerek kategorize edilmiştir. Belirlenen kategoriler ve frekansları Tablo 4.12 de yer almaktadır.

Tablo 4.12. 1 Radyana En Yakın Açının Seçiminde Karşılaşılan Eksik veya Hatalı Açıklamaların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
1 Radyan 180°'dir	4.15.a	35	64.81	20	64.52	55	64.71
1 Radyan = π ve π =180°'dir	4.15.b	2	3.70	2	6.45	4	4.71
1 Radyan 90°'dir	4.15.c	2	3.70	0	0.00	2	2.35
1 Radyan 1°'dir	4.15.d	1	1.85	1	3.23	2	2.35
1 Radyan 360°'dir	4.15.e	0	0.00	3	9.68	3	3.53
Diğer hatalar	4.15.f	3	5.56	3	9.68	6	7.06

Tablo 4.12'de, hatalı cevapların %64.71'i 1 radyanın 180°'ye eşit olduğu yanlışlığından kaynaklandığı görülmektedir. Bu yanlışlığa dayanarak, öğrenciler 1

radlyana en yakın açlyı 161° olarak yanıtlanmışlardır. 1 radlyanın 90° olduğunu düşünen 2 öğrenci bu sorunun cevabı olarak 67°'yi vermiştir.

a) 3- Aşağıdaki açılardan hangisi 1 radlyana en yakın açıdır? Neden? Cevabınızı açıklayınız.

1 radlyan = 180°
Bu yüzden 1 radlyana en yakın olan 161° dir

FLÖ-13

b) 3- Aşağıdaki açılardan hangisi 1 radlyana en yakın açıdır? Neden? Cevabınızı açıklayınız.

1 radlyan = π
 $\pi = 180$ olduğu için en yakın açı d açısidir

FLÖ-8

c) 3- Aşağıdaki açılardan hangisi 1 radlyana en yakın açıdır? Neden? Cevabınızı açıklayınız.

1 radlyan = 90°
90°'ye en yakın 67° olduğu için en yakın açı c

FLÖ-16

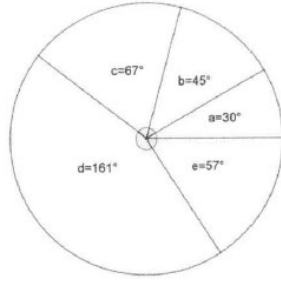
d) 3- Aşağıdaki açılardan hangisi 1 radlyana en yakın açıdır? Neden? Cevabınızı açıklayınız.

$\frac{R}{D} = \frac{\pi}{180}$
R = D
R = 1
D = 1
en yakın → a = 30

ALÖ-16

3- Aşağıdaki açılardan hangisi 1 radyana en yakın açıdır? Neden? Cevabınızı açıklayınız.

e)

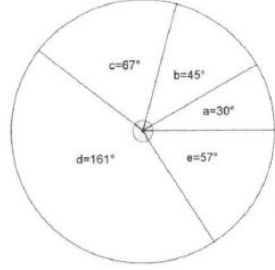


1 radyan 360° 'dir.
En yakın olan $161^\circ = d$ 'dir.

ALÖ-9

3- Aşağıdaki açılardan hangisi 1 radyana en yakın açıdır? Neden? Cevabınızı açıklayınız.

f)



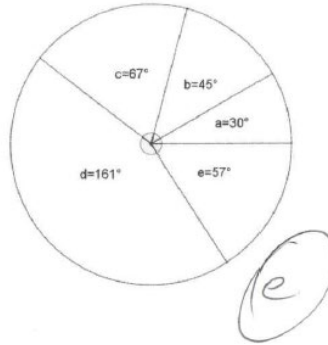
Bence hepsi aynı
derece yakındır. Radyan
 π yani çemberin çevresini
ise merkezde sekizle her
açı aynı uzaklıkta duruldu.

ALÖ-31

Şekil 4.15. 1 Radyana En Yakın Açının Seçimine Yönelik Verilen Yanlış Cevaplara Örnekler

Şekil 4.16'da bu soruyu doğru olarak cevaplayan FLÖ-48 kodlu öğrencinin cevabı yer almaktadır.

3- Aşağıdaki açılardan hangisi 1 radyana en yakın açıdır? Neden? Cevabınızı açıklayınız.



Bir radyan $\frac{180}{\pi}$

$\pi = 3,$

56, ...

en yakındır

Şekil 4.16. 1 Radyana En Yakın Açığı Doğru Olarak Belirleyen FLÖ-48 Kodlu Öğrencinin Cevabı

FLÖ-48 kodlu öğrenci cevabını detaylı olarak yazmamış ancak yazmış olduğu "1 radyan $\frac{180}{\pi}$ " ifadesinden $1 \text{ radyan} = \frac{180^\circ}{\pi}$ eşitliğini kastettiği ve öğrencinin bu ifadeyi radyan derece dönüşümündeki formülü kullanarak yazdığı tahmin edilmektedir. Öğrencinin açık uçlu soru formuna yazmış olduğu cevapta $\frac{180}{\pi}$ ifadesinde π sayısı yerine 3.2 gibi bir değer yazdığı ve sonucu 56 olarak hesapladığı düşünülmektedir. 180 in π 'nin yaklaşık değerine

oranı hesaplandığında 57.29... şeklinde bir değer çıkmaktadır. Öğrencinin bulduğu değere dayanarak bu soruda cevap olarak 57°'yi seçmesi doğru cevap olarak değerlendirilmiştir. İkinci soruda 1 radyanın derece karşılığı öğrencilere sorulmuştur. Ancak öğrencilerden gelecek doğru cevapların $\frac{180^\circ}{\pi}$ cevabından öteye geçmeyeceği düşünüldüğü için bu soru ek bir soru olarak sorulmuştur. FLÖ-48 kodlu öğrenci ikinci soruda 1 radyanın derece karşılığında π 'nin yaklaşık değerini yerine yazmamış, bunun yerine $\frac{180}{\pi}$ olarak yanıtlayarak doğru cevabı vermiştir. Öğrencinin bu iki soruya verdiği cevap birbiri ile tutarlılık göstermektedir. Öğrencinin cevabında dikkati çeken bir diğer nokta öğrencinin her iki soruda da derece sembolünü kullanmamasıdır.

Tablo 4.13. derece sembolünü en az bir kez kullanan (derece sembolü kullanan) ve hiç kullanmayan öğrencilerin frekansını göstermektedir. Fen Lisesi öğrencilerinin derece sembolü kullanma yüzdesi (%53.70) Anadolu Lisesi öğrencilerine (%25.81) göre daha fazladır. Genelde ise öğrencilerin sadece %43.53'i derece sembolüne dikkat etmişlerdir.

Tablo 4.13. Üçüncü Soruya Verilen Cevaplarda Derece Sembolünü Kullanan ve Hiç Kullanmayan Öğrencilerin Frekansları

	Derece Sembolü Kullanan		Derece Sembolünü Hiç Kullanmayan		Toplam
	f	%	f	%	
F.L.	29	53.70	15	27.78	54
A.L.	8	25.81	21	67.74	31
Toplam	37	43.53	36	42.35	85

F.L.: Fen Lisesi, **A.L.:** Anadolu Lisesi

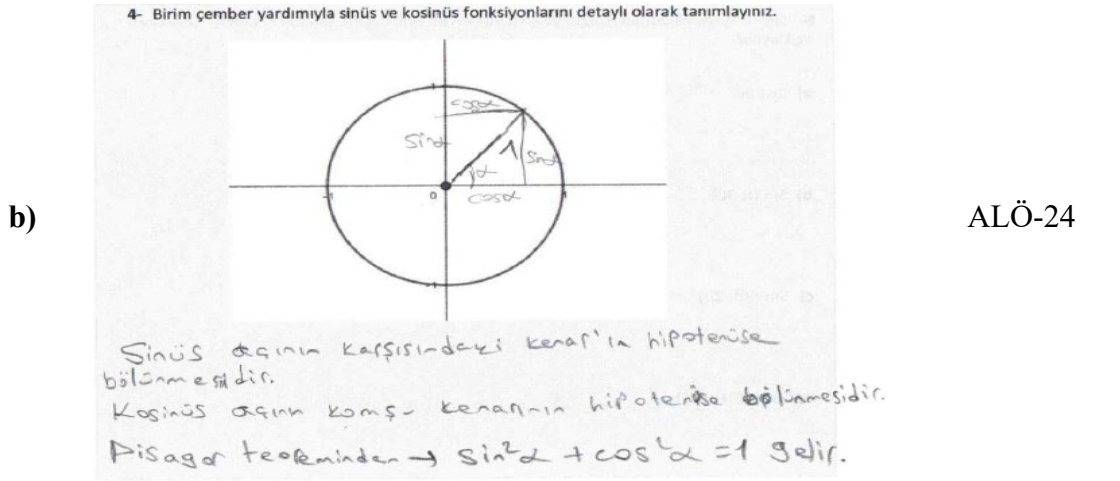
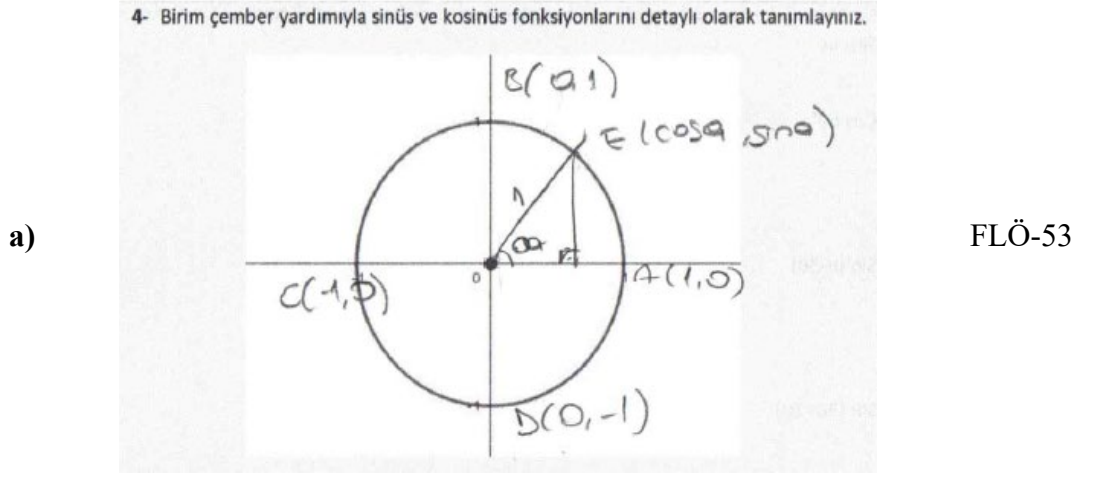
4.2. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarına Yönelik Bulgular

Çalışma formunda 4. Sorudan itibaren sinüs ve kosinüs fonksiyonlarına yönelik temel bilgileri hakkında sorular sorulmuş ve bu sorulara verilen cevaplar analiz edilmiştir.

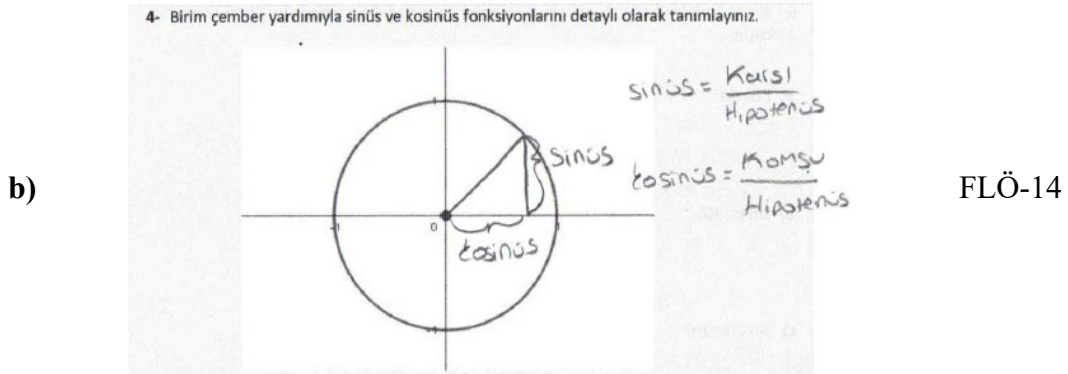
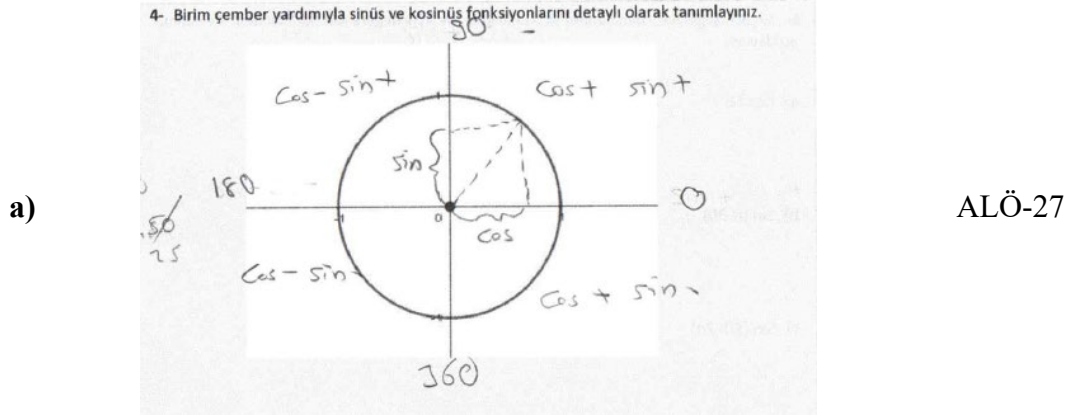
4.2.1. Dördüncü Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular

Açık uçlu soru formunda yer alan dördüncü soruda öğrencilere hazır olarak çizilmiş birim çember sunulmuş ve “Birim çember yardımıyla sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını detaylı olarak tanımlayınız” sorusu sorulmuştur. Bu soruda birim çemberin bir merkez açısını (ışınlarından biri x-kseninin pozitif kısmı, diğeri ise başlangıç orijinde ve koordinat sisteminin birinci bölgesinde yer alan bir ışın olan) çizip çember üzerinde kestiği noktanın koordinatlarını kullanarak (Şekil 4.17.a) veya çember

içine dik üçgen çizip kenar uzunlukları üzerinden tanım yapan (Şekil 4.17.b) öğrencilerin cevapları doğru kabul edilmiştir. Buna yakın ya da eksik tanım yapan öğrencilerin cevapları kısmen doğru, tanımla hiçbir ilgisi olmayan öğrencilerin cevapları yanlış olarak kabul edilmiştir. Bu şekilde yapılan kodlama sonucunda ortaya çıkan frekanslar Tablo 4.13'te verilmiştir.



Şekil 4.17. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlara Yönelik Tanımlamalara Doğru Cevap Veren Bazı Öğrencilerin Cevapları



Şekil 4.18. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlara Yönelik Tanımlamalara Kısmen Doğru Cevap Veren Bazı Öğrencilerin Cevapları

Tablo 4.14. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonları İçin Yazılan Tanımlara Yönelik Frekanslar

	Doğru		Kısmen Doğru		Yanlış		Boş		Toplam
	f	%	f	%	f	%	f	%	
F.L.	12	22.22	3	5.61	29	53.72	10	18.55	54
A.L.	6	19.41	4	12.9	21	67.76	0	0.0	31
Toplam	18	21.21	7	8.21	51	58.85	10	11.82	85

F.L.: Fen Lisesi, **A.L.:** Anadolu Lisesi

Bu soruyu Fen Lisesinden 12 öğrenci (%22.22), Anadolu Lisesinden 6 öğrenci (%19.41) toplamda 18 öğrenci (%21.21) doğru olarak cevaplayabilmiştir. İki okul türünde doğru cevapların oranlarının birbirine yakın olduğu söylenebilir. Kısmen doğru olarak kodlanan cevapları veren Fen Lisesinden 3 öğrenci (%5.61) ve Anadolu Lisesinden 4 öğrenci (%12.9) olmak üzere toplamda 7 öğrenci (%8.21) olmuştur. Yanlış cevap veren

öğrenci sayısı Fen Lisesinde 29 (%53.72) olurken Anadolu Lisesinde 21 (%67.76) olmuştur. Fen Lisesin öğrencilerinden 10 öğrenci (%18.55) sorulan soruyu boş bırakırken Anadolu Lisesinde boş bırakan öğrenci olmamıştır.

Öğrencilerin bu soruda verdikleri yanlış cevapların analizi sonucunda Tablo 4.15'teki kategoriler ortaya çıkmıştır.

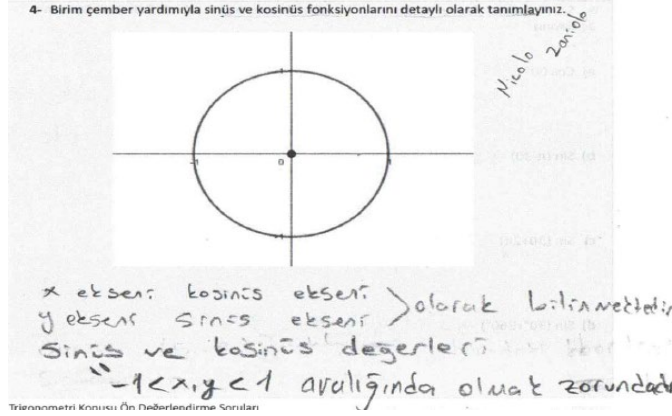
Tablo 4.15. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonların Tanımlarına Yönelik Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
x eksenini kosinüs, y eksenini sinüs olarak tanımlama	4.19.a	14	25.93	13	41.94	27	31.76
Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının bölgelerdeki işaretlerine göre tanımlama	4.19.b	4	7.41	4	12.90	8	9.41
Dik üçgeni yanlış çizerek tanımlama	4.19.c	6	11.11	2	6.45	8	9.41
Fonksiyonların birim çemberin eksenleri kestiği noktalardaki değerini belirtme	4.19.d	7	12.96	0	0	7	8.24
Diğer hatalar	4.19.e	0	0	2	6.45	2	2.35

Yanlış cevap veren 17 öğrenci soruda istenmemesine rağmen birim çember üzerinde sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının bölgelere göre işaretlerini belirlemişlerdir (Tablo 4.15). Bu 17 öğrenciden 8'i, sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanımını sadece bölgelerdeki işaretlere göre yapmıştır (Şekil 4.19.b). Yanlış cevap veren öğrencilerin 27'si (%31.76) koordinat düzleminde x-eksenini kosinüs eksenini, y-eksenini ise sinüs eksenini olarak cevap vermişlerdir (Şekil 4.19.a). Her ne kadar bu cevap yanlış olmasa da sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını tanımlamaya yeterli gelmemektedir. Doğru cevap veren 4 öğrencinin yine x-eksenini kosinüs eksenini ve y-eksenini sinüs eksenini olarak belirterek ek bilgi verdiği görülmüştür.

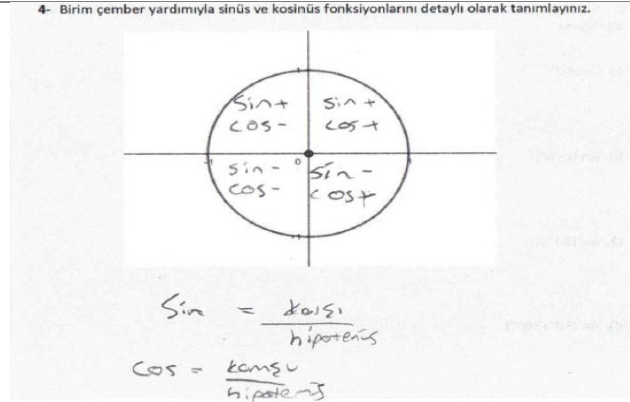
Fen Lisesinden 6 öğrenci (%11.11), Anadolu Lisesinden 2 öğrenci (%6.45) birim çember üzerinde dik üçgeni doğru çizemedikleri için doğru tanımı yapamamıştır (Şekil 4.19.c). Tüm öğrenciler arasında 10 öğrenci, yanlış cevap veren 7 öğrenci birim çemberin eksenleri kestiği noktaların sinüs ve kosinüs değerlerini yazmışlardır.

a)



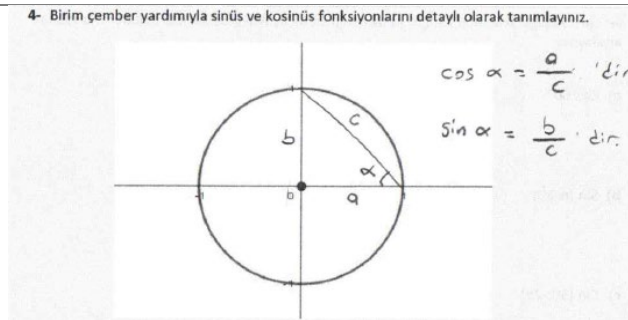
ALÖ-2

b)



FLÖ-29

c)



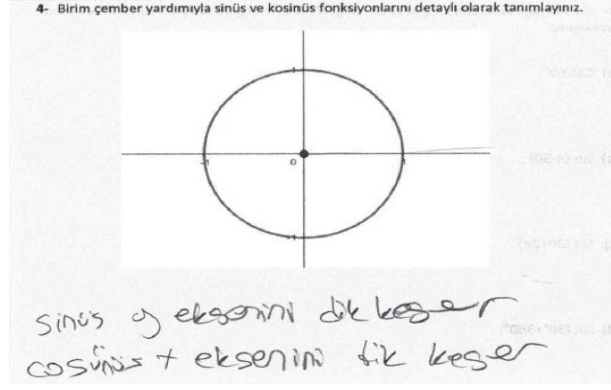
FLÖ-7

d)



FLÖ-25

e)



ALÖ-8

Şekil 4.19. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonların Tanımlanmasında Karşılaşılan Hatalara Örnekler

Tüm öğrencilerin 14'ü, yanlış cevap veren öğrencilerin 7'si sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanımlarını dik üçgen üzerindeki oranlarını yazarak tanımlamışlardır (Şekil 4.19.b).

4.2.2. Beşinci Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular

Açık uçlu soru formunda beşinci olarak sorulan “Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız” sorusuna öğrencilerin verdikleri cevaplar detaylı bir şekilde analiz edilerek cevapların doğruluk durumlarına ilişkin frekanslar Tablo 4.16’da verilmiştir.

Tablo 4.16. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Tanım ve Görüntü Kümeleri İçin Verilen Cevaplara Yönelik Frekanslar

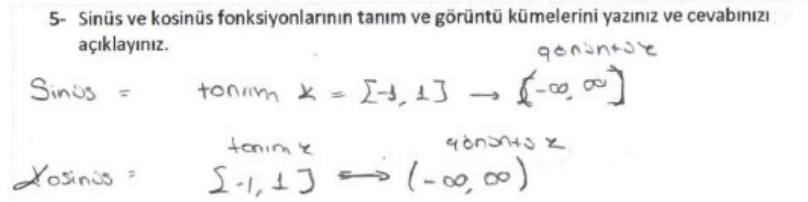
		Doğru		Yanlış		Boş		Toplam
		f	%	f	%	f	%	
F.L.	Tanım Kümesi	1	1.85	25	46.30	28	51.85	54
	Görüntü Kümesi	13	24.07	17	31.48	24	44.44	54
A.L.	Tanım Kümesi	0	0.00	24	77.42	7	22.58	31
	Görüntü Kümesi	2	6.45	22	70.97	7	22.58	31
Toplam	Tanım Kümesi	1	1.18	49	57.65	35	41.18	85
	Görüntü Kümesi	15	17.65	39	45.88	31	36.47	85

F.L.: Fen Lisesi, A.L.: Anadolu Lisesi

Tablo 4.16’da tanım kümesine doğru cevap veren 1 (%1.18) öğrenci olduğu görülmektedir. Bu öğrenci aynı zamanda görüntü kümesini de doğru cevaplamıştır. Diğer yandan görüntü kümesini doğru cevaplayan 15 (%17.65) öğrenci olmuştur. 49 (%57.65) öğrenci tanım kümesine, 39 (%45.88) öğrenci ise görüntü kümesine yanlış cevap vermişlerdir. Tanım kümesi için 35 (%41.18) öğrenci, görüntü kümesi için 31 (%36.5) öğrenci bilmiyorum diyerek veya hiçbir cevap vermeyerek boş bırakmışlardır. Tüm öğrenciler sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının hem tanım kümelerinin aynı hem de görüntü kümelerinin aynı olduğunu düşündüğü tahmin edilmektedir. Çünkü 5 öğrenci tanım ve görüntü kümelerini sinüs ve kosinüs fonksiyonu için ayrı ayrı belirtmişler ancak sinüs ve kosinüs için aynı cevapları yazmışlardır. Diğer öğrenciler iki fonksiyon için ayırım yapmadan tanım kümeleri ve görüntü kümeleri için tek cevap vermişlerdir. 1 öğrenci (Şekil 4.20) tanım ve görüntü kümelerini birbirine karıştırarak ters sırada vermiştir.

Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım kümesine doğru cevap veren öğrenci Fen Lisesi öğrencisi olurken tanım kümesine yanlış cevap veren öğrenci yüzdesi Fen Lisesinde %46,30 ve Anadolu Lisesinde %77.42 olmuştur. Görüntü kümesini doğru yazan öğrenci yüzdesi Fen Lisesinde %24.07 iken Anadolu Lisesinde %6.45 olmuştur. Görüntü kümesine yanlış cevap veren öğrenci yüzdesi Fen Lisesinde %31.48 olurken Anadolu Lisesinde %70.97 olmuştur (Tablo 4.16). Fonksiyonların hem tanım hem de görüntü kümesine yanlış cevap öğrenci yüzdesi Fen Lisesinde 16 öğrenci ile %29.63 olurken Anadolu Lisesi 22 öğrenci ile %70.97 olmuştur. Hem tanım kümesi hem de görüntü kümesi için yanlış cevap verme yüzdesinin Anadolu Lisesi öğrencilerinde daha çok olduğu görülmüştür. Bu soruda tanım kümesini boş bırakan öğrenci yüzdesi Fen Lisesinde %51.85 iken Anadolu Lisesinde %22.58 olmuştur. Görüntü kümesi cevabını boş bırakan öğrenci yüzdesi Fen Lisesinde %44.44 olurken Anadolu Lisesinde %22.58 olmuştur. Fen Lisesi öğrencilerinin, yüzdeler olarak Anadolu Lisesi öğrencilerine göre tanım ve görüntü kümelerini boş bırakma oranı daha yüksektir.

Bu soruda görüntü kümesini doğru cevaplayan öğrenci sayısının tanım kümesini tanımlayan öğrenci sayısından fazla olduğu görülmüştür. Bunun sebebinin ders kitaplarında görüntü kümesine yönelik örneklerin tanım kümesine yönelik örneklere göre daha fazla olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu soruda, öğrencilerin sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazarken zorlandıkları gözlemlenmiştir. Şekil 4.20 sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümesini karıştıran FLÖ-16’nın cevabını göstermektedir.



Şekil 4.20. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Tanım ve Görüntü Kümelerini Ters Yazan FLÖ-16'nın Cevabı

Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerine verilen yanlış cevaplar kategorize edilmiş ve tanım kümeleri için oluşan kategoriler Tablo 4.15'te, görüntü kümeleri için oluşan kategoriler Tablo 4.17'de verilmiştir.

Tablo 4.17. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Tanım Kümesine Yönelik Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
Tanım Kümesi [0,360]	4.21.a	6	11.11	0	0.00	6	7.06
x eksenini tanım kümesi, y eksenini görüntü kümesi	4.21.b	2	3.70	8	25.81	10	11.76
y-eksenini sinüs, x-eksenini kosinüs	4.21.c	3	5.56	2	6.45	5	5.88
Dik üçgen üzerinde sinüs ve kosinüs oranlarını yazma	4.21.d	3	5.56	6	19.35	9	10.59
Diğer hatalar	4.21.e	11	20.37	8	25.81	19	22.35

Tablo 4.17'de sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım kümesine yanlış cevap veren öğrencilerden 6'sının (%7.06) fonksiyonların her ikisinin tanım kümesini [0,360] aralığı olarak ifade ettikleri görülmektedir (Şekil 4.21.a). Bu cevabı veren öğrencilerin tamamı Fen Lisesi öğrencileridir. 10 öğrenci (%11.76) x-eksenini tanım kümesi, y-eksenini görüntü kümesi olarak belirtmiştir (Şekil 4.21.b). 5 öğrenci (%5.88) bu soruya sinüs için y-eksenini, kosinüs için x-eksenini cevabını vermiştir (Şekil 4.21.c). Ayrıca, 9 öğrenci (%10.59) sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının dik üçgen üzerindeki oranlarını yazmıştır (Şekil 4.21.d). Yanlış cevap veren diğer 19 öğrenci (%22.35) ise cevapla ilgili olmayan ifadeler yazmışlardır (Şekil 4.21.e).

5- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.

a)

Tanım kümesi $[0, 360]$
Görüntü kümesi $[-1, 1]$

FLÖ-27

5- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.

b)

Birim çemberdeki y eksenini görüntü kümesi
Birim çemberdeki x eksenini tanım kümesidir.

ALÖ-4

5- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.

c)

Sinüs : y eksenini
Kosinüs : x eksenini

FLÖ-7

5- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.

d)



$$\sinüs = \frac{c}{b} \frac{\text{karşı}}{\text{hipotenüs}}$$

$$\cosinüs = \frac{a}{b} \frac{\text{komşu}}{\text{hipotenüs}}$$

FLÖ-9

5- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.

e)

1) Tanım: $\{-1, -2, -3, -4\}$ Görüntü: $\{a, b, c, d\}$

2)

Not:
1) Normal fonksiyon konusunda eşitlererek bu şekilde yaptım...
2) Diğer görselde ise sinüs kosinüs görüntü tanım kümesi olduğunu düşünüyordum...

ALÖ-2

Şekil 4.21. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Tanım Kümesinde Karşılaşılan Hatalara Örnekler

Tablo 4.18. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Görüntü Kümesine Yönelik Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
Sinüs ve kosinüs fonksiyonunun 30°,45°, 60° ve 90°nin altındaki görüntülerini yazma	4.22.a	3	5.56	1	3.23	4	4.71
x eksenini tanım kümesi, y eksenini görüntü kümesi olarak tanımlama	4.22.b	2	3.70	7	22.58	9	10.59
x-ekseni kosinüs, y-ekseni sinüs olarak tanımlama	4.22.c	3	5.56	2	6.45	5	5.88
Dik üçgen üzerinde sinüs ve kosinüs oranlarını yazma	4.22.d	3	5.56	6	19.35	9	10.59
Diğer hatalar	4.22.e	6	11.11	6	19.35	12	14.12

Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının görüntü kümesine yanlış cevap veren 12 öğrenci alakasız cevaplar vermişlerdir (Şekil 4.22.e). 9 öğrenci (%10.59), sinüs ve kosinüs fonksiyonlarında x-eksenini tanım kümesi, y-eksenini görüntü kümesi olarak belirtmişlerdir (Şekil 4.22.b). Bu öğrencilerin 2 (%3.7)'si Fen Lisesi öğrencisi, 7 (%22.58)'si ise Anadolu Lisesi öğrencisidir. Bu oran Anadolu Lisesi'nde daha yüksektir. Fen Lisesinden 3 öğrenci (%5.56), Anadolu Lisesinden ise 6 öğrenci (%19.35) dik üçgen üzerinde sinüs ve kosinüs oranlarını yazarak fonksiyonların görüntü kümesini belirtmeye çalışmıştır (Şekil 4.22.d).

a)	<p>5- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.</p> $\sin 30 = \frac{1}{2} \quad \cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ $45 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right) \quad 45 = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $60 = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad 60 = \frac{1}{2}$ $90 = 1 \quad 90 = 0$	FLÖ-43
b)	<p>5- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.</p> <p>Tanım = x eksenini Görüntü = y " belirtir</p> <p>Aynı zamanda sinüs = y "yi Cos = x "i belirtir</p>	ALÖ-21

5- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.

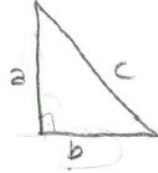
c)

SİNÜS \Rightarrow ordinat eksenini
KOSİNÜS \Rightarrow absis eksenini

ALÖ-30

5- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.

d)



$$\sin \theta \rightarrow \frac{a}{c} = \frac{\text{karşı}}{\text{hipotenüs}}$$

$$\cos \theta \rightarrow \frac{b}{c} = \frac{\text{komşu}}{\text{hipotenüs}}$$

ALÖ-28

5- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.

e)

(a, b) Görüntü
(Tanım)

FLÖ-40

Şekil 4.22. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Görüntü Kümesinde Karşılaşılan Hatalara Örnekler

Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının görüntü kümesine yanlış cevap veren 4 öğrenci tanım ve görüntü kümelerini fonksiyonlar konusunda olduğu gibi venn şeması ile göstermeye çalışmışlardır (Şekil 4.23). Ancak istenen cevabı verememişlerdir.

5- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.

$\sin \theta = \frac{\text{karşı}}{\text{hipotenüs}}$

$\cos \theta = \frac{\text{komşu}}{\text{hipotenüs}}$

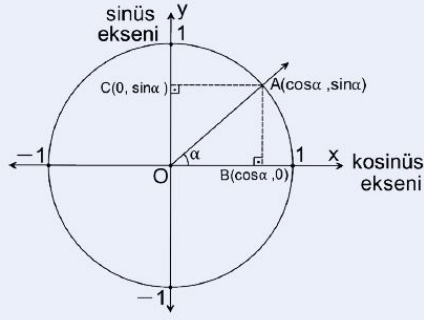
Tanım: 1, 2, 3
Görüntü: a, b, c

$\sin \theta = \frac{a}{b}$
 $\cos \theta = \frac{c}{b}$

Şekil 4.23. Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Tanım Görüntü Kümesini Venn Şeması ile Gösteren Öğrencinin Cevabı



Bilgi



BOA açısının bitim kolu olan [OA'nın birim çemberi kestiği nokta A ve $m(\widehat{BOA}) = \alpha$ olmak üzere A noktasının 1. bileşenine (apsis) α 'nın **kosinüsü** denir ve $\cos \alpha$ ile gösterilir. α 'yı $\cos \alpha$ 'ya dönüştüren fonksiyona ise **kosinüs fonksiyonu** adı verilir.

Kosinüs fonksiyonunun tanım kümesi \mathbb{R} , görüntü kümesi $[-1, 1]$ 'dir.

Kosinüs fonksiyonu $\cos: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $f(x) = \cos x$ biçiminde ifade edilebilir.

A noktasının 2. bileşenine (ordinat) ise α 'nın **sinüsü** denir ve $\sin \alpha$ ile gösterilir.

α gerçekte sayısını $\sin \alpha$ 'ya dönüştüren fonksiyona ise **sinüs fonksiyonu** adı verilir.

Sinüs fonksiyonunun tanım kümesi \mathbb{R} , görüntü kümesi $[-1, 1]$ 'dir.

Sinüs fonksiyonu $\sin: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$, $g(x) = \sin x$ biçiminde ifade edilebilir.

Sonuç olarak

- $\forall \alpha \in \mathbb{R}$ için $-1 \leq \cos \alpha \leq 1$ ve $-1 \leq \sin \alpha \leq 1$ olur.
- α açısının kosinüsü A noktasının apsisi olduğundan x eksenine **kosinüs eksenini**, α açısının sinüsü A noktasının ordinatı olduğundan y eksenine de **sinüs eksenini** denir.

Şekil 4.24. Anadolu Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabı Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Tanım ve Görüntü Kümesi Tanımları (2021a, s.29)

Tanım

Bir x gerçekte sayısını $\cos x$ e dönüştüren f fonksiyonuna **kosinüs fonksiyonu** denir.

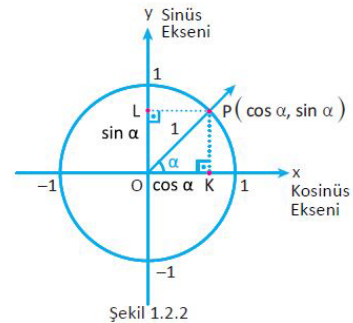
$$f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$$

$f(x) = \cos x$ şeklinde gösterilir.

Bir x gerçekte sayısını $\sin x$ e dönüştüren f fonksiyonuna **sinüs fonksiyonu** denir.

$$f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$$

$f(x) = \sin x$ şeklinde gösterilir.



Şekil 1.2.2

Şekil 4.25. Fen Lisesi 11. Sınıf Ders Kitabı Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonlarının Tanım ve Görüntü Kümesi Tanımları (2021b, s.24)

Şekil 4.24 ve Şekil 4.25'te MEB ders kitaplarında yer alan sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerine yönelik açıklamalar görülmektedir. Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım kümesine yanlış cevap veren ve boş bırakan öğrenci sayısı 84 (%98.82) olurken görüntü kümesine yanlış ve boş bırakan öğrenci sayısı 70 (%82.35) olmuştur. Bu yüzdeler oldukça yüksektir. Ders kitabında açıkça yazmış olmasına rağmen öğrencilerin bu soruda doğru cevap yüzdelerinin çok düşük olması

oldukça düşündürücüdür. Bu durum ders kitabının öğrenciler tarafından kullanılmadığını akla getirmektedir. Diğer yandan bu bulgular öğrencilerin sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını yeterince tanımadığını göstermektedir.

4.2.3. Altıncı Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular

Açık uçlu soru formunun altıncı sorusunda radyan derece ilişkisini algılamaya yönelik olarak “Sin30 aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri ile aynı değere sahiptir? Neden? Cevabınızı açıklayınız” sorusu sorulmuştur. Öğrencilerin bu soruya verdikleri cevaplar detaylı bir şekilde analiz edilerek cevapların doğruluk durumlarına ilişkin frekanslar Tablo 4.19’da verilmiştir.

Tablo 4.19. Sin30’la Aynı Değere Sahip Olan İfadeleri Bulmaya Yönelik Cevapların Frekansı

		Doğru		Yanlış		Boş		Toplam
		f	%	f	%	f	%	
F.L.	Cos60°	0	0.00	47	87.04	7	12.96	54
	Sin(π-30)	32	59.26	8	14.81	14	25.93	54
	Sin(30+2π)	32	59.26	10	18.52	12	22.22	54
	Sin(30°+360°)	0	0.00	41	75.93	13	24.07	54
A.L.	Cos60°	0	0.00	30	96.77	1	3.23	31
	Sin(π-30)	22	70.97	8	25.81	1	3.23	31
	Sin(30+2π)	25	80.65	4	12.90	2	6.45	31
	Sin(30°+360°)	0	0.00	28	90.32	3	9.68	31
Toplam	Cos60°	0	0.00	77	90.59	8	9.41	85
	Sin(π-30)	54	63.53	16	18.82	15	17.65	85
	Sin(30+2π)	57	67.06	14	16.47	14	16.47	85
	Sin(30°+360°)	0	0.00	69	81.18	16	18.82	85

F.L.: Fen Lisesi, A.L.: Anadolu Lisesi

Bu soruda öğrencilerin derece ve radyan kavramlarını ayırt edebilmesi, sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının görüntülerinin bulunması ve $\frac{k\pi}{2} \pm a$ şeklindeki açıların trigonometrik değerlerini bulması hedeflenmiştir. Sin30 değerini 77 (%90.59) öğrenci cos60°’ye eşit olduğunu ve 69 (%81.18) öğrenci de sin(30°+360°)’ye eşit olduğunu söyleyerek yanlış cevap vermişlerdir. Burada en dikkat çeken sonuç %90.59 yanlış cevap yüzdesiyle sin30 değerinin cos60°’ye eşit olduğu cevabıdır. Bu durum çoğu öğrencinin sin30 ifadesinde derece sembolünün olmamasına dikkat etmediklerini, derece sembolü varmış gibi cevap verdiklerini göstermektedir. Sin30 değerini 54 (%63.53) öğrenci sin(π-30) değerine, 57 (%67.06) öğrenci sin(30+2π) değerine eşit diyerek doğru cevap

vermişlerdir. Bu soruda 16 (%18.82) öğrenci $\sin(30^\circ+360^\circ)$ değerini, 8 (%9.41) öğrenci $\cos 60^\circ$ değerini, 15 (%17.65) öğrenci $\sin(\pi-30)$ değerini, 14 (%16.5) öğrenci ise $\sin(30+2\pi)$ değerini boş bırakmıştır. Tüm maddelerde Fen Lisesi öğrencileri Anadolu Lisesi öğrencilerine göre daha çok boş bırakmışlardır. Bu soruya cevap veren öğrencilerin tamamı $\sin 30^\circ$ 'un, $\cos 60^\circ$ ve $\sin(30^\circ+360^\circ)$ 'ye eşit olduğu belirtmişlerdir. Bu bulguya dayanarak öğrencilerin derece cinsinden verilmeyen ve π sayısı içermeyen açı değerini, radyan biriminde olduğunun farkında olmadıkları ve açı birimlerine dikkat etmedikleri söylenebilir.

Bu soruya verilen cevaplarda karşılaşılan hataların kategori ve frekansları Tablo 4.20'de yer almaktadır.

Tablo 4.20. Sin30'la Aynı Değere Sahip Olan İfadeleri Bulma Yönelik Yapılan Eksik veya Hataların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
Derece sembolüne dikkat etmeme	4.26.a,b,c,d	54	100	31	100	85	100
Yanlış açıklama ile doğru cevap verenler (EK-1 6.soru b ve c maddeleri için)	4.26.a,b,c,d	25	46.30	18	58.06	43	50.59

Tablo 4.20 incelendiğinde Fen Lisesi ve Anadolu Lisesi öğrencilerinin tamamının derece sembolüne dikkat etmediği görülmektedir. Soruların tümünde öğrencilerin açı ölçü birimine dikkat etmedikleri, derece sembolü olmasa da verilen açıları derece olarak ele aldıkları gözlemlenmiştir (Şekil 4.26).

6- Sin 30 aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri ile aynı değere sahiptir? Neden? Cevabınızı açıklayınız.



a) $\cos 60^\circ$ ✓
 $\sin 30 = \sin(90-60) = \cos 60$

b) $\sin(\pi-30)$ ✓
 $\sin(180-30) = \sin 30$

c) $\sin(30+2\pi)$ ✓
 $\sin(360+30) = \sin 30$

d) $\sin(30^\circ+360^\circ)$ ✓

FLÖ-6

	<p>6- Sin 30 aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri ile aynı değere sahiptir? Neden? Cevabınızı açıklayınız. $\sin 30 = \frac{1}{2}$ 'dir. </p> <p>a) $\cos 60^\circ$ \downarrow $\cos 60 = \sin 30$ çünkü ikisi birbirini 90'a tamamlar.</p> <p>b) $\sin(\pi-30)$ $\pi = 180$ $\sin(180-30) = \sin 150$ benzer değer olsun diye $\sin(180-150) \rightarrow \sin 30$ yani eşit olur.</p> <p>c) $\sin(30+2\pi)$ $2\pi = 360$ $\sin(360+30) = \sin 30$ olur yani  \rightarrow tamam tur 30 eşittir.</p> <p>d) $\sin(30^\circ+360^\circ) = c$ siki ile aynı $\sin 30^\circ$'a eşit olur.</p>	ALÖ-1
b)	<p>b) $\sin(\pi-30)$ $\sin 150 = \sin(180-30) = \sin 150$ eşit olur.</p> <p>c) $\sin(30+2\pi)$ $\sin(30+2 \cdot 180) = \sin(390) = \sin(180+210) = \sin 210$ eşit olur.</p>	ALÖ-11
d)	<p>b) $\sin(\pi-30)$ $\sin(180-30)$ $= \sin 30$ & işlemlerde açı çeviriyoruz ve burada da $\sin 30$ geliyor o yüzden bu da eşit.</p> <p>c) $\sin(30+2\pi)$ $\sin(30+180)$ $= \sin 30$ işlemlerde π katında $\sin 30$ geliyor ve değerler eşittir.</p>	FLÖ-15

Şekil 4.26. Sin30'la Aynı Değere Sahip Olan İfadeleri Bulmada Karşılaşılan Hatalara Örnekler

Öğrencilerin vermiş oldukları cevaplar incelendiğinde $\sin 30$ 'un $\sin(\pi-30)$ değerine ve $\sin(30+2\pi)$ ifadeleri eşit diyerek doğru cevap vermişlerdir (Şekil 4.26). Öğrenciler her ne kadar $\sin(\pi-30)$ ve $\sin(30+2\pi)$ sorularına doğru cevap vermiş olsalar da öğrenciyle yapılan mülakat sonucunda açı ölçü birimlerini derece olarak düşündükleri ve π yerine 180 (derece sembolü yazmadan) yazarak tesadüfen doğru cevaba ulaştıkları anlaşılmıştır. Bu bulgular öğrencilerin derece sembolüne dikkat etmediklerini, radyan cinsinden verilen açıları da derece olarak algıladıklarını ve π sayısını 180°'yi gösteren bir sembol olarak düşündüklerini ortaya koymaktadır.

4.2.4. Yedinci Soruya Verilen Cevaplara İlişkin Bulgular

Açık uçlu soru formunun yedinci sorusunda radyan ya da derece cinsinden verilmiş bazı açı değerlerinin sinüs ve kosinüs fonksiyonları altında görüntülerinin yaklaşık değerlerini bulmaları ve nasıl bulduklarını açıklamaları istenmiştir. Öğrencilerin

bu soruya verdikleri cevaplar detaylı bir şekilde analiz edilerek cevapların doğruluk durumlarına ilişkin frekanslar Tablo 4.21’de verilmiştir.

Tablo 4.21. Verilen İfadelerin Yaklaşık Değerlerini Bulmaya Yönelik Frekanslar

		Doğru		Yanlış		Boş		Toplam
		f	%	f	%	f	%	
F.L.	Sin1°	10	18.52	16	29.63	28	51.85	54
	Cos3	0	0.00	22	40.74	32	59.26	54
	Sin(-1)	0	0.00	20	37.04	33	61.11	54
	Cos6π/5	4	7.41	31	57.41	19	35.19	54
	Cos550°	5	9.26	25	46.30	24	44.44	54
	Sin(π+4)	0	0.00	26	48.15	29	53.70	54
A.L.	Sin1°	3	9.68	17	54.84	11	35.48	31
	Cos3	0	0.00	16	51.61	15	48.39	31
	Sin(-1)	0	0.00	20	64.52	11	35.48	31
	Cos6π/5	3	9.68	21	67.74	7	22.58	31
	Cos550°	1	3.23	26	83.87	4	12.90	31
	Sin(π+4)	0	0.00	25	80.65	6	19.35	31
Toplam	Sin1°	13	15.29	33	38.82	39	45.88	85
	Cos3	0	0.00	38	44.71	47	55.29	85
	Sin(-1)	0	0.00	40	47.06	44	51.76	85
	Cos6π/5	7	8.24	52	61.18	26	30.59	85
	Cos550°	6	7.06	51	60.00	28	32.94	85
	Sin(π+4)	0	0.00	51	60.00	35	41.18	85

F.L.: Fen Lisesi, A.L.: Anadolu Lisesi

Tablo 4.21 incelendiğinde açı ölçü birimleri radyan cinsinden verilen cos3, sin(-1), sin(π+4) ifadelerinin yaklaşık değerlerini hiçbir öğrenci doğru cevaplayamamıştır. Derece cinsinden verilen açılardan yaklaşık değerlerini doğru bir şekilde cevaplayabilen öğrenci sayısı ise oldukça azdır. Örneğin sin1°’nin yaklaşık değerini Fen Lisesinden 10 (%18.52) öğrenci, Anadolu Lisesinden 3 (%9.68) öğrenci olmak üzere toplamda 13 (%15.29) öğrenci doğru cevaplayabilmiştir. Fen Lisesi öğrencilerinin başarı oranı bu soruda daha yüksektir.

Cos550° ifadesinin yaklaşık değerini 5’i Fen Lisesi, 1’i Anadolu Lisesi öğrencisi olmak üzere toplam 6 (%7.1) öğrenci doğru cevaplamıştır. 51 (%60) öğrenci yanlış cevaplarırken 28 (%32.9) öğrenci cevabı boş bırakmıştır. Fen Lisesi öğrencilerinin %9.68’i, Anadolu Lisesi öğrencilerinin %3.23’ü bu soruya doğru cevap verdiğine göre, Fen Lisesi öğrencilerinin Anadolu Lisesi öğrencilerine göre biraz daha başarılı olduğu

söylenbilir. $\cos 3$, $\sin(-1)$ ve $\sin(\pi+4)$ ifadelerinin yaklaşık değerine yönelik soruda hiçbir öğrenci doğru cevaplayamamıştır.

$\cos 6\pi/5$ ifadesinin yaklaşık değerini 7 (%58.2) öğrenci doğru cevaplarırken 52 (%61.2) öğrenci yanlış cevap vermiş, 26 (%30.6) öğrenci de herhangi bir cevap vermemiş ya da bilmediklerini ifade etmişlerdir (Tablo 4.21).

Bu sorunun tamamında Anadolu Lisesi öğrencileri Fen Lisesi öğrencilerine göre daha fazla yanlış cevap vermiştir. Özellikle $\cos 550^\circ$ (AL:%83.87- FL:%46.30) ve $\sin(\pi+4)$ (AL:%80.60- FL: %48.15) ifadelerinin sorulduğu maddede yanlış cevap verme yüzdeleri farkı daha fazladır.

Bu sorudaki her bir ifade için “yanlış” kodu verilen cevaplar analiz edilmiş ve her bir sorudaki hatalar kategorize edilmiştir. Bu kategoriler her bir ifade için ayrı ayrı tablolarda (sırasıyla Tablo 4.22, Tablo 4.23, Tablo 4.24, Tablo 4.25, Tablo 4.26, Tablo 4.27) ve bu hatalara örnekler her bir ifade için ayrı ayrı (sırasıyla Şekil 4.27, Şekil 4.28, Şekil 4.29, Şekil 4.31, Şekil 4.33, Şekil 4.35) verilmiştir.

Tablo 4.22. $\sin 1^\circ$ İfadesi için Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
Cos89 veya $\cos 89^\circ$ 'ye eşit	4.27.a,b	3	5.56	5	16.13	8	9.41
(-1,1) veya (0,1) aralığında	4.27.c	2	3.70	2	6.45	4	4.71
Diğer hatalar	4.27.d	11	20.37	10	32.26	21	24.71

$\sin 1^\circ$ 'nin yaklaşık değeri için yanlış cevap veren 33 (%38.82) öğrencinin cevapları incelendiğinde, $\sin 1^\circ$ ifadesini 8 öğrenci kosinüs fonksiyonuna dönüştürerek $\cos 89$ yazmış ve bu öğrencilerden sadece 2 tanesi derece sembolünü kullanarak $\cos 89^\circ$ 'ye eşit olur diyerek cevap vermiştir (Şekil 4.27.a,b). 4 öğrenci (-1,1) veya (0,1) aralığında değer aldığını belirtmiş, ancak yaklaşık değerini belirtmemişlerdir (Şekil 4.27.c). Diğer 21 (%24.71) öğrenci ise alakasız cevaplar vermiştir (Şekil 4.27.d).

$\sin 1^\circ$ 'nin yaklaşık değerini 13 öğrenci doğru cevaplayabilmiştir. 9 öğrenci $\sin 1^\circ$ değerinin yaklaşık değerine cevap olarak $\cos 89^\circ$ cevabını vermiştir.

a)	7- Aşağıda verilen ifadelerin yaklaşık olarak değerlerini belirleyiniz. Değerleri nasıl belirlediğinizi açıklayınız. a) $\sin 1^\circ = \cos 89^\circ$	ALÖ-5
b)	7- Aşağıda verilen ifadelerin yaklaşık olarak değerlerini belirleyiniz. Değerleri nasıl belirlediğinizi açıklayınız. a) $\sin 1^\circ = \cos 89^\circ \Rightarrow$ (Sinüsünü 90'ana tamamlayıcılar eşittir örneğin $\sin 30 = \frac{1}{2}$ $\cos 60^\circ = \frac{1}{2}$)	FLÖ-16
c)	7- Aşağıda verilen ifadelerin yaklaşık olarak değerlerini belirleyiniz. Değerleri nasıl belirlediğinizi açıklayınız. a) $\sin 1^\circ$ \sin ve \cos -1 ve 1 aralığında	ALÖ-4
d)	7- Aşağıda verilen ifadelerin yaklaşık olarak değerlerini belirleyiniz. Değerleri nasıl belirlediğinizi açıklayınız. a) $\sin 1^\circ$ \sin değerinde \cos değerinde \sin in kosunu uzunluğu arttıkça değerimiz büyür	FLÖ-30


Şekil 4.27. $\sin 1^\circ$ İfadesinin Yaklaşık Değerini Bulmada Karşılaşılan Hatalara Örnekler

Tablo 4.23. $\cos 3$ İfadesi için Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
$\sin 87$ veya $\sin 87^\circ$ 'ye eşit	4.28.a	4	7.41	6	19.35	10	11.76
$\cos 0$ 'a yakın olduğu için 1'e yakın	4.28.b	5	9.26	1	3.23	6	7.06
Diğer hatalar	4.28.c	14	25.93	9	29.03	23	27.06

Radyan açı değeri olarak verilen $\cos 3$ ifadesinin yaklaşık değeri istenildiğinde öğrencilerin hiçbiri bu soruya doğru cevap verememiştir. $\cos 3$ ifadesini $\cos 3^\circ$ olarak aldıkları için öğrenciler yanlış cevap vermiştir. Yanlış cevap veren öğrenciler derece sembolüne dikkat etmeden verilen tüm açıları derece alıp işlemlerini buna göre yapmışlardır.

$\cos 3$ 'ün yaklaşık değeri için yanlış cevap veren öğrenciler, açının radyan cinsinden verildiğine dikkat etmeksizin $\cos 0$ 'nin değerini düşünerek ya da $\cos 3$ 'ün $\sin 87^\circ$ 'ye eşit olduğunu düşünerek bu soruya "1" cevabını vermişlerdir (Şekil 4.28.a,b). Öğrenciler, $\cos 3$ ifadesindeki açı değerini derece cinsinden düşündükleri için yanlış cevap vermişlerdir.

a)	b) $\cos 3 = \sin 87 \cong 1$ 	FLÖ-6
b)	b) $\cos 3$ $\cos 0$: 1'dir ↳ 1'den birazcık küçük bir sayı (0,95 gibi)	FLÖ-20
c)	b) $\cos 3$ $\cos 3 = \frac{\sqrt{3}}{2}$ a yakın	ALÖ-14

Şekil 4.28. $\cos 3$ İfadesinin Yaklaşık Değerini Bulmada Karşılaşılan Hatalara Örnekler

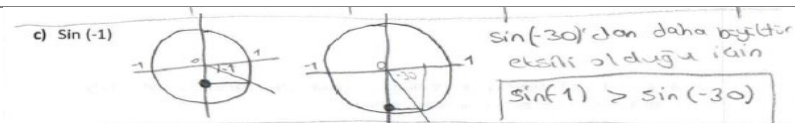
Tablo 4.24. $\sin(-1)$ İfadesi için Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
-sin1'e eşit ya da yakın	4.29.a	4	7.41	2	6.45	6	7.06
270 ya da 270° ye eşit	4.29.b	4	7.41	9	29.03	13	15.29
Yaklaşık 0 değerini alır	4.29.c	2	3.70	0	0.00	2	2.35
Diğer hatalar	4.29.d	10	18.52	9	29.03	19	22.35

$\sin(-1)$ 'in yaklaşık değeri için cevap veren öğrencilerin tümü açıyı derece cinsinden aldıkları için yanlış cevap vermişlerdir. Tablo 4.29 incelendiğinde 13 öğrencinin 270 ya da 270° derece cevabını verdikleri görülmüştür. Burada öğrencilerin $\sin 270^\circ = -1$ eşitliğini düşünerek 270 veya 270° cevabını verdikleri tahmin edilmektedir (Şekil 4.29.b). Bu cevap Anadolu Lisesi öğrencilerinin %29.03'ü, Fen Lisesi öğrencilerinin %7.41'i tarafından verilmiştir. Bu cevabın verilme oranı Anadolu Lisesinde daha yüksek olduğu görülmüştür.

$\sin(-1)$ 'in yaklaşık değeri için $-\sin 1$ cevabını veren 6 öğrenci (%7.06) ve 0 cevabını veren 2 (%2.35) öğrenci olmuştur (Tablo 4.29). $-\sin 1$ cevabı yanlış olmasa da yaklaşık sayısal değeri belirtilmediği için eksik cevap olarak değerlendirilmiştir. Diğer yandan $\sin(-1)$ 'in yaklaşık değerinin 0 olduğunu belirten öğrencilerin $\sin 0^\circ = 0$ eşitliğini düşünerek bu cevabı verdikleri düşünülmektedir. Öğrencilerin bu soruda da derece

sembolüne dikkat etmedikleri söylenebilir. Burada öğrencilerin fonksiyon konusunda da eksik ya da yanlış öğrenmelerinin olabileceği akla gelmektedir.

a)	c) $\sin(-1) = -\sin 1 \approx 0$	FLÖ-6
b)	c) $\sin(-1) = 270$	ALÖ-5
c)	c) $\sin(-1)$ yaklaşık 0 değeri alır.	FLÖ-2
d)		ALÖ-1

Şekil 4.29. $\sin(-1)$ İfadesinin Yaklaşık Değerini Bulmada Karşılaşılan Hatalara Örnekler

FLÖ-16 numaralı öğrenci $\cos 3$ ve $\sin(-1)$ ifadelerinde “Derecesiz olduğunda ne yapacağımızı hatırlamıyorum” diyerek bu soruları boş bırakmıştır.

b) $\cos 3$	Derecesiz olduğunda ne yapacağımızı hatırlamıyorum
c) $\sin(-1)$	— değer ve derecesiz verdiğinde ne yapcaz bilmiyorum.

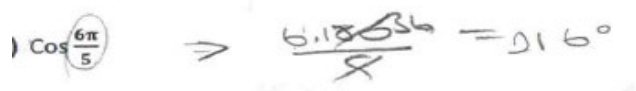
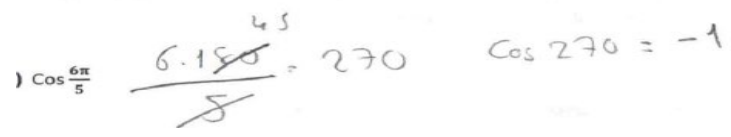


Şekil 4.30. FLÖ-16 Numaralı Öğrencinin Cevabı

FLÖ-16 numaralı öğrenci $\cos 3$ ve $\sin(-1)$ 'de verilen açı değerlerinin derece cinsinden olmadığını farkında olmasına rağmen radyan olarak verildiğinde cevabı nasıl bulacağını düşünememiştir. Dolayısıyla bu soruyu boş bırakmıştır.

Tablo 4.25. $\cos 6\pi/5$ İfadesi İçin Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
Cos216 ya da $\cos 216^\circ$ 'ya eşit	4.31.a	20	37.04	14	45.16	34	40.00
İşlem hatası	4.31.b	4	7.41	3	9.68	7	8.24
-1'e yakın	4.31.c	2	3.70	1	3.23	3	3.53
Diğer hatalar	4.31.d	5	9.26	3	9.68	8	9.41

$\cos(6\pi/5)$ ifadesinin yaklaşık değerini bulma sorusunda az sayıda öğrenci doğru cevap vermiştir. Yanlış cevap öğrencilerin (52 öğrenci) büyük bir kısmının (34 öğrenci) radyan cinsinden verilen ifadeyi doğru bir şekilde derece cinsine çevirdikleri görülmüştür (Tablo 4.25, Şekil 4.31.a).

a)		FLÖ-4
b)		ALÖ-27
c)		FLÖ-22
d)		ALÖ-23

Şekil 4.31. $\cos 6\pi/5$ İfadesinin Yaklaşık Değerini Bulmada Karşılaşılan Hatalara Örnekler

Bu soruda 41 (%48.2) öğrenci $\cos 6\pi/5$ ifadesini derece cinsinden yazabilmelerine ($\cos 216$ veya $\cos 216^\circ$) rağmen yaklaşık değerini sadece 7 öğrenci (Tablo 4.21) doğru cevaplamıştır. Bu soru hem indirgeme bağıntısını kullanmayı hem de 30° , 45° ve 60° gibi özel açıların kosinüs değerlerini dikkate alarak çıkarım yapmayı gerektirmektedir. Bu durum öğrencilerin bu soruda doğru cevaba ulaşmalarında zorluk yaşamalarına neden olmuş olabilir. 90° 'den büyük açıların trigonometrik oranlarını belirlemek için

trigonometride indirgeme bağıntısından faydalanılır. Bu kısım güncel öğretim programının trigonometri konusu kazanımları arasında yer almaktadır. 90° 'den büyük olan açıların trigonometrik oranlarını belirlemek için indirgeme bağıntısını 20 (%23.5) öğrenci kullanmıştır. Burada öğrencilerin radyan değerini derece cinsine çevirdikten sonra indirgeme bağıntısını kullanmada zorluk yaşadığı söylenebilir.

Tablo 4.25'te soruya yanlış cevap veren 32 öğrenci cevap olarak $\cos 216$ ya da $\cos 216^\circ$ cevaplarını vermişlerdir. $\cos 6\pi/5$ ifadesini derece cinsinden doğru yazmışlardır. Ancak istenilen yaklaşık değeri bulamamışlardır. Şekil 4.32'de FLÖ-49 numaralı öğrenci hem indirgemeyi hem de yaklaşık değeri bulmasına rağmen kosinüs fonksiyonun 3. bölgedeki işaretini göz ardı ettiğinden $\sqrt{3}/2$ cevabı yanlış olarak değerlendirilmiştir.

Şekil 4.32. FLÖ-49 Numaralı Öğrencinin Cevabı

Tablo 4.26. $\cos 550^\circ$ İfadesi İçin Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
Esas ölçü bularak $\cos 190$ ya da $-\cos 10$ 'ya eşit	4.33.a,b	10	18.52	18	58.06	28	32.94
Açı indirgeme hatası	4.33.c	10	18.52	7	22.58	17	20.00
Diğer hatalar	4.33.d	5	9.26	1	3.23	6	7.06

$\cos 550^\circ$ ifadesini 34 öğrenci 550° 'nin esas ölçüsünü bularak $\cos 190^\circ$ veya $-\cos 10^\circ$ bularak doğru hesaplamıştır. Ancak yaklaşık değerini sadece 6 (%7.06) öğrenci doğru cevaplamıştır.

$\cos 550^\circ$ 'nin yaklaşık değerini bulmak için öncelikle esas ölçüsü bulunmalı ve daha sonra indirgeme kullanılarak ya da birim çember üzerinde bilindik açıların trigonometrik değerleri kullanılarak yaklaşık değer hesaplanabilir. Araştırmaya katılan öğrenciler $\cos 550^\circ$ 'nin yaklaşık değerini bulmada sorun yaşamışlardır. Yanlış cevap veren 51 öğrenciden 28'i 550° 'nin esas ölçüsünü doğru bulmuştur (Tablo 4.26). Diğer öğrenciler işaret hatası ya da işlem hatası vb. hatalar sonucu esas ölçüsünü bulamamıştır.

Yanlış cevap veren öğrenciler yaklaşık değeri bulurken aynı $\sin 1^\circ$ 'nin yaklaşık değerinin $\cos 89^\circ$ 'ye eşit olduğunu düşündükleri gibi $\cos 550^\circ$ 'nin esas ölçüsünü bularak $\cos 190^\circ$ cevabını vermiştir. $\cos 190^\circ$ 'nin hangi değere yakın olduğunu cevabını vermedikleri/veremedikleri görülmüştür. Öğrencilerin kendilerinden sayısal değer vermeleri beklendiğini düşünmemiş oldukları tahmin edilmektedir. Nitekim görüşme yapılan öğrencilerden biri yaklaşık değer istenildiğini düşünemediğini ve buna sebep olarak derste bu konu işlenirken bu konuyla alakalı fazla soru çözmedikleri olduğunu belirtmiştir.

a)	$e) \cos 550^\circ = (\cos (360 + 190)) = \cos 190$ <p>\rightarrow Burada da esas ölçü düzeyine girer. tam acının bu kere değiştiği lenettir.</p>	ALÖ-3
b)	$ \cos \frac{550}{190} = \cos 190 = \cos (180 + 10) = -\cos 10$ <p style="text-align: center;">3. belge = -</p>	FLÖ-24
c)	$\cos 550^\circ = -\sin 190 = -\sin (180 + 10)$ <p style="text-align: center;">$= \sin 10$</p>	FLÖ-21
d)	$\cos 550^\circ = \frac{550}{180} = \cos 180$	ALÖ-19

Şekil 4.33. $\cos 550^\circ$ İfadesinin Yaklaşık Değerini Bulmada Karşılaşılan Hatalara Örnekler

Şekil 4.34 $\cos 550^\circ$ nin yaklaşık değerini doğru olarak belirleyen 6 öğrenciden (Tablo 4.21) üçünün cevaplarını göstermektedir. Öğrenciler indirgemeyi doğru bir şekilde yapıp doğru sonuca ulaşmışlardır.

a)	$\cos 550^\circ = \cos 190 = -\cos 10 = -\sin 80 \approx -1$ <p style="text-align: center;">$\sin 90 = 1$ \downarrow</p>	FLÖ-6
----	--	-------

b)	$\cos 550^\circ \rightarrow \cos(360+190) \rightarrow \cos 190$ olur. x ile yaptığı açı 190 derece olduğu için daha yataysaldır. Yani -1'e daha yakın olur.	ALÖ-22
c)	$\cos 550^\circ \rightarrow \cos(360+190)$ yerde 190° 3. bölge olduğu için \cos işareti -1	FLÖ-2

Şekil 4.34. Cos550° İfadesinin Yaklaşık Değeri için “Doğru” Olarak Kodlanan Cevaplardan Örnekler

Tablo 4.27. Sin($\pi+4$) İfadesi İçin Verilen Eksik veya Yanlış Cevapların Kategorileri ve Frekansları

Kategoriler	Örnekler	Frekanslar					
		F.L.		A.L.		Toplam	
		f	%	f	%	f	%
Sin184° ya da -sin4°e eşit	Şekil 4.35.a,b,e	14	25.93	21	67.74	35	41.18
Diğer hatalar	4.35.c,d	11	20.37	4	12.90	15	17.65

Sin($\pi+4$) ifadesinin yaklaşık değerini hiçbir öğrenci doğru cevaplayamamıştır. 35 öğrenci π 'yi 180° ve 4'ü derece cinsinden düşünerek soruyu $\sin(180^\circ+4^\circ) = \sin 184^\circ$ şekline dönüştürerek yanlış cevap vermişlerdir. Hiçbir öğrenci “ $\pi+4$ ” ifadesini radyan açı ölçü birimi cinsinden almamıştır. Sin4 ya da -sin4 cevabını veren öğrenciler bu ifadelerin yaklaşık değerini yazamamışlardır. Hatta sin4 ifadesinde 4'ü derece cinsinden alarak $\sin 0^\circ$ 'ye yakın olduğu için yaklaşık değerine 0 cevabını vermişlerdir (Şekil 4.35.e).

a)	$\sin(\pi+4) \rightarrow \sin(180+4)$ 180° de isim değiştiririz. \sin 3. bölgede - olduğu için $-\sin 4$		FLÖ-16
b)	$\sin(\pi+4) = \sin(180) = \sin 4$		ALÖ-18
c)	$\sin(\pi+4) = \sin 4$		ALÖ-5

d)	$\sin(\pi+4) = \sin 4$	FLÖ-55
e)	$\sin(\pi+4) = \sin(180+4) = \sin 4 \approx 0$	FLÖ-6

Şekil 4.35. $\sin(\pi+4)$ İfadesinin Yaklaşık Değerini Bulmada Karşılaşılan Hatalara Örnekler

Özellikle $\cos 6\pi/5$ ve $\cos 550^\circ$ 'nin yaklaşık değerlerini bulamama sebeplerinden birinin öğrencilerin bu soruda sayısal değer değil de ifadenin trigonometrik fonksiyon eşitini bulmaları gerektiğini düşündüklerinden olduğu söylenebilir. Bu durum öğrencilerin bu sorudaki gibi sayısal değer belirleme deneyimlerinin az olduğu ya da hiç olmadığını akla getirmektedir.

Tablo 4.28. derece sembolünü en az bir kez kullanan (derece sembolü kullanan) ve hiç kullanmayan öğrencilerin frekansını göstermektedir.

Tablo 4.28. Yedinci Soruya Verilen Cevaplarda Derece Sembolünü Kullanan ve Hiç Kullanmayan Öğrencilerin Frekansları

	Derece Sembolü Kullanan		Derece Sembolünü Hiç Kullanmayan		Toplam
	f	%	f	%	
F.L.	8	14.81	31	57.41	54
A.L.	9	29.03	20	64.52	31
Toplam	17	20.00	51	60.00	85

F.L.: Fen Lisesi, **A.L.:** Anadolu Lisesi

MEB ders kitapları incelendiğinde sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının bilindik açı değerleri dışında yaklaşık değerlerini bulma ile ilgili sorulara yer verilmediği görülmüştür. Bu sorular yerine daha çok bilindik açı değerleri ($0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$, vb.) ile ilgili soruların olduğu görülmüştür. Radyan olarak $\pi/6, \pi/4, \pi/3, \pi/2, \pi$, vb. açılardan değerlerinin sorulduğu görülmektedir. Sinüs ve kosinüs fonksiyon sorularında radyan yerine genelde derece tercih edildiği görülmektedir. Sinüs ve kosinüs fonksiyon sorularında radyan yerine genelde derece tercih edildiği görülmektedir. Sinüs ve kosinüs

fonksiyonlarında yaklaşık değer bulunmadan birim çember yardımıyla çözülebilen sıralama sorularına yer verilmiştir (MEB, 2021a, 2021b).

4.3. Mülakat Yapılan Öğrencilerden Toplanan Veriler

Araştırmanın uygulanmasından sonra daha detaylı bilgi toplamak amacıyla trigonometride radyan ve derece kavramları ile sinüs ve kosinüs fonksiyonları hakkındaki bilgilerin derinlemesine incelenmesi için FLÖ-08 ve FLÖ-18 ile mülakat yapılmıştır. Görüşme yapılan öğrencilere sorulan sorular ve cevapları aşağıda verilmiştir.

Açık uçlu formun ikinci sorusunda,

Araştırmacı: *İkinci soruda π^0 'yi bir radyan olarak almışsın. Neden bu şekilde düşünüp bir radyan aldın?*

FLÖ-08: *Burada π , radyan olarak bir radyana eşittir. Bir radyanda 180° 'ye eşittir. O yüzden aldım.*

Araştırmacı: *π 'nin sayısal değeri hiç aklına geldi mi? Bu şekilde bir yorum yapabilir misin?*

FLÖ-08: *Burada π 'nin sayısal değerini hiç aklıma gelmedi. π 'nin 3.14 derece olduğunu düşünemedim, bir radyana eşit olduğunu düşündüm. Bu yüzden π dereceyi direk bir radyan olarak yazdım.*

Öğrenciler bu soruda hem derece sembolüne dikkat etmemişler hem de π sayısının sayısal değerini göz ardı etmişlerdir. Ayrıca, π sayısını bir radyana eşit bir sembol olarak düşünmüşlerdir.

İkinci soruya bir radyanın 180° olduğunu söyleyen FLÖ-18 kodlu öğrenciye, bu cevabı neden verdiği sorulmuştur.

Araştırmacı: *Bir radyana 180° 'ye eşittir cevabını vermişsin. Neden bu cevabı verdin? Ne düşündün?*

FLÖ-18: *Bir radyan 180° 'ye eşittir. Çünkü radyanı π olarak düşündüm. 2π 'nin 360 olduğunu düşünüp π 'yi de 180° olarak aldım. Onun için 180 cevabını verdim.*

Araştırmacı: *Peki π radyan ile bir radyan aynı şey mi?*

FLÖ-18: *Aynı şey değil mi? Bence aynı şey.*

Öğrenciler π 'nin 180° 'ye, 2π 'nin de 360° 'ye eşit olduğunu bilmektedirler. Ancak π 'nin sayısal değerini hiç düşünmeden bir sembol olarak görüp bir radyana eşit olduğunu düşündükleri görülmektedir. Radyan ile π ifadesini özdeşleştirdikleri düşünülmektedir.

Açık uçlu formun altıncı sorusunda,

Altıncı soruda $\sin 30$ değerinin $\cos 60^\circ$ 'ye eşit cevabı veren FLÖ-08 kodlu öğrenciye, bu cevabı neden verdiği sorulmuştur.

Araştırmacı: *Sin30 değerinin $\cos 60^\circ$ 'ye eşit cevabını vermişsin. Neden bu şekilde cevap verdin? Ne düşündün?*

FLÖ-08: *Sin30'nin $\cos 60^\circ$ 'ye eşit olduğunu düşündüm. Direkt derecelerinin 90° 'den tümlemesi olarak düşündüm. Birbirini doksana tamamlıyor.*

Araştırmacı: *Sin30 ifadesini $\sin 30^\circ$ olarak mı düşündün?*

FLÖ-08: *Evet. $\sin 30$ 'u derece olarak almıştım.*

Öğrencinin bu soruda derece sembolüne dikkat etmeden işlem yaptığı görülmektedir.

Altıncı soruda $\sin 30$ değerinin $\sin(\pi-30)$ ve $\sin(30+2\pi)$ ifadelerine eşit diyen FLÖ-18 kodlu öğrenciye neden bu şekilde cevap verdiği sorulmuştur.

Araştırmacı: *Altıncı soruda $\sin 30$ değerinin $\sin(\pi-30)$ ve $\sin(30+2\pi)$ ifadelerine eşit cevabını vermişsin. $\sin 30$ ifadesi neden bu ifadelere eşit? Neden bu şekilde düşündün?*

FLÖ-18: *Soruyu okudum. $\sin 30$ 'u gördükten sonra bu değer $\frac{1}{2}$ 'ye eşit olduğunu, ikinci bölgede olan $\sin(\pi-30)$ 'a eşit olduğunu düşündüm. Aynı şekilde 2π 'nin katları da aynı değere sahip olduğu için $\sin(30+2\pi)$ 'ye eşit olduğunu düşündüm.*

Araştırmacı: Soruda derece sembolüne dikkat ettin mi?

FLÖ-18: *Derece sembolüne hiç dikkat etmedim. Tüm açı değerlerini derece olarak aldım.*

Araştırmacı: *Hangi soruda açı değerleri radyan olarak verilmiştir? Bana söyleyebilir misin?*

FLÖ-18: *$\sin(\pi-30)$ ve $\sin(30+2\pi)$ sorularında π radyan olarak verilmiş.*

Öğrenci $\sin(\pi-30)$ ve $\sin(30+2\pi)$ ifadelerinde π ifadesini radyan cinsinden görürken 30 ifadesini derece cinsinden görmektedir. Görüşme sonucunda, açı ölçü birimlerini derece olarak düşündükleri, π ifadesi yerine 180 yazarak cevaba ulaştıkları anlaşılmaktadır. Bunun sonucunda, π 'yi 180° olarak gösteren bir sembol olarak algıladıkları ve derece sembolüne dikkat etmedikleri, radyan cinsinden verilen açıları da derece olarak kabul ettikleri görülmektedir.

Açık uçlu formun yedinci sorusunda,

Yedinci soruda $\sin 1^\circ$ 'nin yaklaşık değeri istenildiğinde $\cos 89^\circ$ cevabını veren FLÖ-08 kodlu öğrenciye bu cevabın nedeni sorulmuştur.

Araştırmacı: $\sin 1^\circ$ 'nin yaklaşık değeri istenilen soruda neden $\cos 89^\circ$ cevabı verdin? Açıklar mısın?

FLÖ-08: $\sin 0^\circ = 0$ olduğunu biliyorum ama yaklaşık değer sorulunca $\cos 89^\circ$ olabileceğini düşünerek bu cevabı verdim.

Öğrenci, yaklaşık değer sorusunda $\cos 89^\circ$ cevabını verdiğini açıklarken, $\sin 0^\circ$ 'nin 0 olduğunu biliyor olmasına rağmen yaklaşık değer sorgulandığında $\cos 89^\circ$ olabileceğini düşündüğünü ifade etmiştir.

Yedinci soruda $\cos 6\pi/5$ ifadesinin yaklaşık değerini $\cos 216^\circ$ cevabını evren FLÖ-08 kodlu öğrenciye neden bu cevabı verdiği sorulmuştur.

Araştırmacı: $\cos 6\pi/5$ ifadesinin yaklaşık değerini $\cos 216^\circ$ cevabını vermişsin. Neden bu cevabı verdin?

FLÖ-08: Yaklaşık değer olarak ben direk kosinüs fonksiyonunun açı değerini derece olarak almam gerektiğini düşünmüştüm.

Araştırmacı: Peki, bu sorudaki ifadenin bir sayı değeri olabileceği veya yaklaşık bir sayı değeri istenildiği aklına geldi mi?

FLÖ-08: Sayı değerini hesaplamayı hiç düşünmedim. π 'yi 180° alarak 6π 'yi 5'e böldüm ve $\cos 216^\circ$ cevabını verdim. Yaklaşık değer sorusu olduğunu anlamadım.

Araştırmacı: Bu sorunun neden yaklaşık değer sorusu olduğunu anlamadın?

FLÖ-08: Ders kitaplarında ve test kitaplarında bu tarz sorular pek yok. Bu türlü sorular çözmedik. Nasıl yaklaşık değer alınacağını bilmiyorum.

Öğrenci, $\cos 6\pi/5$ 'in yaklaşık değerini $\cos 216^\circ$ olarak verirken, açığı derece olarak düşündüğünü ve π 'yi 180° alarak işlem yaptığını belirtmiştir. Öğrenci, yaklaşık değer sorusunu anlayamadığını, ders kitaplarında ve test kitaplarında bu tür soruların pek olmadığını belirterek, nasıl yaklaşık değer alınacağını bilmediğini ifade etmiştir.

Yedinci soruda $\sin(\pi+4)$ ifadesine sıfır cevabı veren FLÖ-18 kod numaralı öğrenciye bu cevabın nedeni sorulmuştur.

Araştırmacı: $\sin(\pi+4)$ ifadesinde neden sıfır cevabı verdin? Açıklar mısın?

FLÖ-18: Çünkü oradaki π 'yi 180° olarak alıp artı dört de ekledim $\sin 184$ dedim. $\sin 180$ 'de sıfıra eşit olduğu için sıfıra yakın dedim.

Araştırmacı: $\sin(\pi+4)$ ifadesinde 4'ü hangi açı ölçü birimi olarak aldın?

FLÖ-18: Orada 4'ü derece cinsinden aldım.

Öğrenci, $\sin(\pi+4)$ ifadesinin cevabını sıfır olarak verirken, π 'yi 180° olarak alıp artı dört ekleyerek $\sin 184$ dediğini belirtmiştir. Öğrencilerin derece cinsinde verilmeyen açı ölçülerini de derece cinsinden aldıkları görülmektedir.

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Bu araştırmada 11. sınıf öğrencilerinin trigonometri konusundaki radyan ve derece ile sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının temel bilgileri incelenmiştir. Açık ölçü birimleri olan derece ve radyan kavramları trigonometri konusunun en temel kavramlarıdır. Diğer yandan sinüs ve kosinüs fonksiyonları da diğer trigonometrik fonksiyonların bu iki fonksiyon yardımıyla da tanımlanmaları açısından trigonometri için temel teşkil etmektedir. Bu nedenle bu çalışmada derece ve radyan kavramları ile sinüs ve kosinüs fonksiyonları temel kavramlar olarak ele alınmıştır. Araştırma sonucunda 11. sınıf öğrencilerinin trigonometride derece ve radyan kavramları ile sinüs ve kosinüs fonksiyonları hakkındaki temel bilgilerinde eksiklikler ve hatalar olduğu sonucuna varılmıştır.

5.1.Öğrencilerin Derece ve Radyan Kavramları Hakkındaki Bilgilerine Yönelik Sonuçlar

Açık uçlu soru formunun birinci sorusunda yer alan açı ölçü birimlerinin tanımlarına yönelik soruda derece ve radyan tanımını tam olarak doğru yapan az sayıda öğrenci olduğu görülmüştür. Öğrenciler dereceyi tanımlarken “bir açının ölçüsü/büyüklüğü”, “iki doğru arasında kalan açı birimi” ve derece tanımında derece ifadesi kullanımı gibi yanlış tanımlar yapmıştır. Dereceyi açı ile özdeşleştirip dereceyi tanımlarken açı tanımını yapmaya çalışmışlardır. Bozkurt ve ark., (2019) matematik öğretmen adayları ile yaptıkları çalışmada katılımcıların açı ölçü birimleri ile açı arasında net bir ayırım yapamadıklarını tespit etmişlerdir. Bu sorunun lisans öğreniminde bile devam ettiğini söylenebilir.

Radyan tanımına cevap veren öğrencilerin geneli $1 \text{ radyan} = 180^\circ$ olduğu yanlışına sahiptir. Bazı öğrenciler radyan tanımında radyanın 180° olduğu cevabını vermişlerdir. Öğrenciler π sayısını 180° ile özdeşleştirdikleri için radyan kavramını yanlış tanımlamışlardır. Mumcu ve Aktürk (2020) yaptığı çalışmada öğretmenler radyanı π ile özdeşleştirmişlerdir. π sayısını açıklamaları istenildiğinde genellikle 180° yanıtı vermişlerdir. Bu sonuç Mumcu ve Aktürk (2020) çalışmasına benzerlik göstermektedir. Halbuki Cihan ve Akkoç (2022) de yaptıkları çalışmada MEB ders kitaplarında radyan tanımını şekil temsili olarak incelemiş, radyan tanımını ve şekil temsili tanımla uyumlu olduğu sonucuna varmışlardır. Bu da öğrenmelerin eksik olduğunu ya da unutulduğunu

göstermektedir. Sonuç olarak öğrencilerin açı ölçü birimlerini tam olarak tanımlayamadıkları ortaya çıkmıştır.

Açı ölçü birimlerini birbiri ile dönüştürme sorularında öğrenciler genel olarak derece ve radyan açı ölçü birimleri arasındaki dönüşüm kuralını ($\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$) hatırlamakta ve buna göre cevap vermektedirler. Oğuz (2019)' un yaptığı çalışmasında öğrencilerin Fi'nin (2003) öğretmen adayları ile yaptığı araştırmada $\frac{D}{180^\circ} = \frac{R}{\pi}$ formülünü rahatlıkla kullandıkları sonucuna varmıştır. Bu sonuç Oğuz (2019)' un çalışmasıyla benzerlik göstermektedir.

Öğrencilerin derece ve radyan dönüşümlerinde açı ölçü birimlerine ve özellikle derece sembolüne ($^\circ$) dikkat etmedikleri görülmüştür. En az doğru cevap verilen sorular sırasıyla bir radyanın derece karşılığı istenilen soru ve π° 'nin radyan karşılığı istenilen sorulardır. Öğrencilerin π 'yi 180° 'yi temsil eden bir sembol olarak düşünmeleri nedeniyle bu sorulara doğru cevap verme yüzdelerinin düşük olduğu söylenebilir. Akbaş (2008)'ın yaptığı çalışmasında öğrencilerin π 'yi gördükleri zaman bunun yerine 180 veya 180° yazdıkları görülmüştür. Yapılan bu çalışmada da öğrenciler π yerine 180 veya 180° yazmışlardır. Akbaş (2008)'in sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir. Benzer olarak (Fi (2003) öğretmen adayları ile yaptığı çalışmada ve Oğuz (2019) 12.sınıflarla yaptığı çalışmada bir radyanın 180° 'ye eşit olduğu yanlışını tespit etmişlerdir. Bu araştırmalarda benzer sonuçlar elde edilmiştir.

Öğrenciler bir radyanın yaklaşık derece değerinin 57.29° olduğunu bilmedikleri söylenebilir. Öğrencilerin %1.9'u bir radyana en yakın açıyı 57° seçmiştir. Oğuz'un (2019) yaptığı çalışmada öğrencilerin %5.19'u 1 radyanı 57.3° olarak ifade etmişlerdir. Bu sonuçlar Oğuz, (2019) 'un yaptığı çalışmayla benzerlik göstermektedir.

Bu çalışmada öğrencilerin π sayısını daha çok sembol olarak gördükleri ve yaklaşık sayısal değerini hiç dikkate almadıkları görülmüştür. Araştırmaya katılan öğrencilerin π sayısını sembol olarak görmeleri, sayısal değerini düşünmemeleri ve radyan kavramına yönelik yanlış algılarının sebeplerinden biri öğretmen kaynaklı olabilir. H. Mumcu ve Aktürk (2017) yaptıkları çalışması bu sonucu desteklemektedir. H. Mumcu ve Aktürk (2017) çalışmalarında öğretmenlerin genel olarak radyan kavramına neden ihtiyaçları duyulduğunu tam olarak anlayamadıkları, radyan kavramını anlamlandıramadıkları ve farklı anlamlarda tanımladıkları sonuçlarına ulaşmışlardır. Ayrıca öğretmenlerinin trigonometride kullanılan π sayısının reel bir sayı olmadığına veya iki farklı π sayısının var olduğuna dair görüşlere sahip olduklarını ortaya

çıkarmışlardır. Öğretmenlerle yaptıkları görüşme sonrasında, derslerde daha çok üniversite sınavında çıkabilecek sorular çözümlerini söylemişler ve radyan kavramı ve π sayısı içeren sorular yerine daha çok ezber nitelikli bilgi gerektiren sorulara derslerinde yer verdiklerini söylemişlerdir.

5.2.Öğrencilerin Sinüs ve Kosinüs Fonksiyonları Hakkındaki Bilgilerine Yönelik Sonuçlar

Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının dik üçgen üzerinde oranları ve birim çemberde sinüs ve kosinüs eksenlerini tanımlamada sorun yaşamamaktadırlar. Ancak birim çember üzerinde sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını tanımlamada öğrenciler zorluk yaşamaktadırlar. Buna sebep olarak birim çember üzerindeki bir noktanın koordinatlarını göstermede ve bulmada sorun yaşadıkları söylenebilir. Sinüs ve kosinüs fonksiyonların tanımlarını öğrencilerin yaklaşık yarısı birim çember üzerinde dik üçgen çizmişlerdir. Steckroth (2007) 'de trigonometrik fonksiyonların dik üçgen üzerinde oran olarak temsilini öğrenen öğrencinin daha sonra birim çember üzerinde tanımlamada zorluk çekeceğini söylemiştir. Steckroth (2007)'u söyledikleri araştırmamızın sonuçlarını desteklemektedir. Taş (2013) tarafından yapılan araştırmada, öğrencilerin birim çember üzerinde sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının gösteriminde zorluk çekmedikleri, ancak tanjant ve kotanjant fonksiyonlarının gösteriminde zorluk yaşadıkları sonucuna varılmıştır. Yaptığımız araştırma sonucunda, öğrencilerin birim çember üzerinde sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını tanımlarken zorlandıkları gözlemlenmiştir ve bu sonuç ve Taş'ın (2013) araştırması ile benzerlik göstermemektedir.

Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümesinin sorulduğu soruda doğru cevap sayısının oldukça az olduğu görülmüştür. Bu sonuç Kang (2003) ve (Delice ve Aydın, 2015) araştırma sonuçlarına benzerlik göstermektedir. Oğuz (2019) araştırmasında öğrencilerin sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım kümesini ifade etmede sorun yaşadıklarını ve tanım kümesinin elemanlarını radyan açı ölçü birimiyle açıklayamadıkları sonucuna varmıştır. Bu sonuç araştırmamızın sonuçlarına benzerlik göstermektedir. Tanım kümesini sadece bir öğrenci görüntü kümesini ise 15 öğrenci doğru olarak yazmıştır. Beş öğrenci sinüs ve kosinüs fonksiyonları için tanım ve görüntü kümelerini ayrı ayrı yazarken, diğer öğrenciler ayırmadan tanım kümesi ve görüntü kümesi için tek cevap vermişlerdir. Bunun sebebi olarak, sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerinin aynı olduğu düşüncesi olabilir. Görüntü kümesine verilen doğru cevap sayısının tanım kümesine verilen doğru cevap sayısından daha fazla olmasının ders kitaplarında görüntü kümesine yönelik soruların daha çok

olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Öğrencilerin görüntü kümesi ile ilgili deneyimlerinin fazla olması bu sonucu ortaya çıkarmış olabilir. 25 öğrenci tanım ya da görüntü kümesi ile ilgili alakasız cevap vermiştir. Bunun sebebi olarak matematikte fonksiyon konusunun iyi öğrenilmemesi veya eksik öğrenmeleri olduğu söylenebilir. Sinüs ve kosinüs fonksiyonları, birim çember ile de ilişkilendirilir. Birim çemberde x ve y koordinatları sırasıyla kosinüs ve sinüs değerlerine karşılık gelir. Tanım kümesi ve görüntü kümesine verilen yanlış cevaplar incelendiğinde öğrencilerin sinüs ve kosinüs fonksiyonu için birim çember üzerinde x-eksenini tanım kümesi, y-eksenini görüntü kümesi olarak tanımladıkları görülmektedir. Bunun sebebi fonksiyonların matematiksel tanımları ile grafiksel temsilleri arasındaki ilişkiyi tam olarak kurulamaması olduğu söylenebilir.

Sin30 ile aynı değere sahip ifadeyi seçerken öğrenciler sin30'u sin30° olarak almışlardır. Halbuki sin30 yaklaşık $\sin 1718^\circ = \sin 278^\circ$ 'ye eşit olmaktadır. Öğrenciler trigonometrik fonksiyonlarda derece sembolüne dikkat etmediklerinden fonksiyonlardaki her bir açıyı derece cinsinden görmektedirler. Bu da yanlış cevap vermelerine yol açmıştır. Araştırma sorularında açı değerleri hem derece hem de radyan birlikte verildiğinde sorunlar ortaya çıkmakta, ancak sadece derece cinsinden verildiğinde sorunlar görülmemektedir. Baysal ve Güreffe (2019) araştırmasında sadece açı ölçü birimi olarak derecenin olduğu soruda derece sembolünü kullanmamalarına rağmen araştırma sorusunu doğru cevaplamışlardır. π sembolü yerine 180° ve 30'u derece cinsinden aldıkları için $\sin(\pi-30)$ değerini $\sin(180^\circ-30^\circ) = \sin 150^\circ$ olarak düşünmüşlerdir. $\sin(\pi-30)$ ve $\sin(30+2\pi)$ sorularına öğrencilerin yarısından fazlası sin30'un $\sin(\pi-30)$ ve $\sin(30+2\pi)$ aynı olduğunu belirtmişlerdir. Her ne kadar doğru cevap verseler de öğrenciler buradaki $\pi-30$ ve $30+2\pi$ açı değerlerinde π 'yi 180°'yi gösteren bir sembol 30 sayısını da derece cinsinden aldıkları için doğru cevapları bulmuşlardır. Bu durum görüşme yapılan öğrenciler tarafından dile getirilmiştir. Öğrencilerin büyük çoğunluğu (sırasıyla %90.56 ve %81.18) sin30 değerinin $\cos 60^\circ$ ve $\sin(30^\circ+360^\circ)$ 'a eşit olduğunu belirtmiştir. Bu değerlere eşit olmadığını belirten öğrenci olmamıştır.

Verilen trigonometrik ifadelerin yaklaşık değerlerinin belirlenmesi istenilen soruda başarı oranının oldukça düşük olduğu görülmüştür. Açı değerleri radyan cinsinden ve tam sayı olarak ($\sin(-1)$ ve $\cos 3$) verilen durumlarda, ayrıca indirgeme formülü ile açı değeri tam sayı hale gelen ($\sin(\pi+4)$) ifadelerde doğru cevap veren öğrenci olmamıştır. Bunun nedeni olarak, öğrencilerin derece sembolünün olmadığına dikkat etmemiş olmaları ve açı ölçü birimlerini derece olarak almaları gösterilebilir. Öte yandan

derece sembolünün olmadığına dikkat eden çok az sayıda öğrenci birimin derece olmaması durumunda nasıl düşüneceğinin bilmediğini ifade etmiştir. Özellikle π sayısının olmadığı ve radyan cinsinden verilen ifadelerde ($\sin(-1)$ ve $\cos 3$ gibi) π 'nin sayısal değeri hiç dikkate alınmadığından öğrencilerin birim değiştirmeden çözüme ulaşmaları mümkün değildir. Öğrencilerin buradaki başarısızlıkları onların derslerde bu çalışmada kullanılan sorulara benzer sorularla ilgili deneyimlerinin olmamasından kaynaklı olabilir.

Öğrencilerin radyan kavramına yönelik yanılgıları trigonometrik fonksiyonlarla ilgili temel bilgilerinin yanlış temellere oturduğunu göstermektedir. Diğer yandan birimin çok daha aşına olunan derece olması durumunda da başarının düşük çıkması öğrencilerin trigonometrik fonksiyonlarla ilgili bilgilerinin oldukça yetersiz olduğunu göstermektedir. Diğer bir deyişle açı birimi ister derece olsun ister radyan olsun öğrencilerde trigonometrik fonksiyonlarda görüntü alma gibi temel bir bilginin eksik olduğu söylenebilir.

5.3.Öneriler

Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarında tanım kümesi ve görüntü kümesini yazma konusunda öğrencilerin yaşadığı problemler, fonksiyonlar konusundaki temel kavramların eksik veya yanlış öğrenilmesinden kaynaklanabilir. Bu problemleri çözmek için aşağıdaki öneriler dikkate alınabilir:

Tanım ve Görüntü Kümesi Kavramları:

- Tanım ve görüntü kümesi kavramları, somut örnekler ve görsellerle açıklanmalıdır.
- Sinüs ve Kosinüs fonksiyonları açıları sadece derece cinsinden düşünülmemesi gerektiği vurgulanmalıdır. Görüntü kümesi, birim çember ve trigonometrik fonksiyonların grafikleri üzerinden açıklanmalıdır.
- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerinin grafikleri üzerinde gösterilmelidir.
- Grafikte x ve y eksenlerinin neyi temsil ettiğini açıkça belirtilmelidir.
- Birim çember üzerinde gösterilen fonksiyonun görüntü kümesinin hangi değerleri alabileceğini ve hangi değerleri alamayacağını gösterilebilir.

Derece ve Radyan Kavramları:

- Öğrencilerin, açı, derece ve radyan kavramlarını net bir şekilde anlamaları sağlanmalıdır.

- Derece ve radyan arasındaki ilişki detaylı olarak açıklanmalı ve radyan kavramı yeni öğretim programında yeniden ele alınarak güçlendirilmelidir.
- Derece sembolü ($^{\circ}$) kullanımının önemi vurgulanmalıdır. Trigonometrik fonksiyonlarda görüntü alırken derece sembolünün olması ve olmaması durumlarında değerlerin nasıl değiştiği üzerinde durulmalıdır.
- Radyan cinsinden verilen açı değerlerinin her zaman π sayısını barındırması öğrencilerin π 'yi radyanın bir sembolü olarak görmelerine neden olduğu tahmin edilmektedir. Bu nedenle derslerde ve ders kitaplarında π sayısı içermeyen örneklere de yer verilmelidir.
- 1 radyanın yaklaşık olarak 57.2° olduğu bilgisi verilmelidir.

Diğer Öneriler:

- Trigonometrinin günlük yaşamda ve diğer bilim dallarındaki uygulamaları gösterilerek öğrencilerin motivasyonları artırılabilir.
- Trigonometri öğretiminde çeşitli öğretim stratejileri geleneksel öğretim yöntemlerini benimseyen öğretmenlere kıyasla yanlış öğrenmelerde daha başarılı kılabilir (Makonye ve Luneta, 2014). Bu yüzden yeni öğretim stratejileri kullanılabilir. Farklı öğrenme stillerine uygun materyaller ve kaynaklar sunulmalıdır.
- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının yaklaşık değerlerini bulmak için birim çember ve trigonometrik tablolar kullanılmalıdır. Fonksiyonların grafikleri üzerinden de yaklaşık değerler gösterilebilir.
- Müfredat ve ders kitapları, bu kavramları daha açık ve net bir şekilde anlatacak şekilde güncellenmelidir. Ders kitaplarında trigonometrik fonksiyonların yaklaşık değerlerini bulmaya yönelik soruların yer alması, öğrencilerin bu fonksiyonların değerlerini ezberlemek yerine tam olarak anlamalarına katkı sağlayabilir.
- Dinamik Geometri Yazılımları ile desteklenmiş dersler tasarlanarak öğrencilere derece, radyan kavramları ve trigonometrik fonksiyonlar ile ilgili zengin deneyimler kazandırılabilir.
- Trigonometrik fonksiyonlarda görüntü alırken π 'nin 180° 'yi gösteren bir sembol olarak algılanmaması için radyan birimiyle ilgili örneklerde π 'yi içermeyen tam sayı veya rasyonel sayılara da yer verilmelidir. Ayrıca π 'nin yaklaşık sayı değerini kullandıracak π^0 gibi örneklere de yer verilmelidir.

6. KAYNAKLAR

- Adamek, T., Penkalski, K., & Valentine, G. (2005). The history of trigonometry. *History of Mathematics, 11*.
- Agazu, B. G., Dejen, A. K., & Debela, K. L. (2022). A Comparative Review of Qualitative Research: A Guide to Design and Implementation. *The Qualitative Report*. <https://doi.org/10.46743/2160-3715/2022.5748>
- Akbaş, N. (2008). *10. sınıf öğrencilerinin radyan kavramına ilişkin sahip olduğu yanlışların giderilmesine yönelik bir öğretim sürecinin incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Marmara Üniversitesi.
- Akkoç, H., & Akbaş Gül, N. (2010). Radyan kavramına ilişkin öğrenci güçlüklerinin giderilmesine yönelik tasarlanan bir öğretim yaklaşımının incelenmesi. *Anakara Üniversitesi, Journal of Faculty of Educational Sciences, 97-129*.
- Alkan, H., & Altun, M. (1998). *Matematik Öğretimi* (A. Özdaş, Ed.; Anadolu Üniversitesi). Anadolu Üniversitesi Yayınları, Açıköğretim Fakültesi Yayınları.
- Altun, M. (2006). Matematik Öğretiminde Gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 19(2)*, 223-238.
- Alyami, H. (2020). Textbook representations of radian angle measure: The need to build on the quantitative view of angle. *School Science and Mathematics, 120(1)*, 15-28. <https://doi.org/10.1111/ssm.12380>
- Aydemir, M., & Karakuş, M. (2022). Trigonometri Öğrenme Alanının Bağlam-Girdi-Süreç-Ürün (CIPP) Modeline Göre Değerlendirilmesi. *Akdeniz Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 1(1)*, 152-191.
- Aydın, N. (2007). *İlköğretim sekizinci sınıf öğrencilerinin trigonometri konusunda karşılaştıkları sorunlar* [Yüksek Lisans Tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- Baltacı, A. (2019). Nitel Araştırma Süreci: Nitel Bir Araştırma Nasıl Yapılır? *Ahi Evran Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 5(2)*, 368-388. <https://doi.org/10.31592/aeusbed.598299>
- Baltacı, A. (2020). Araştırmaların raporlaştırılması: bir tez veya bilimsel makale nasıl yazılır? *Mersin Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 3(2)*, 6-39.
- Barnett, R. A., Ziegler, M. R., & Byleen, K. E. (2012). *Analytic Trigonometry With Applications* (11th Edition). John Wiley & Sons, Inc.

- Baysal, E., & Güreffe, N. (2019). Lise Öğrencilerinin Geometrik Yapı Metinlerini Okuma Anlayışlarının Değerlendirilmesi; Kare Örneği. *Gazi Üniversitesi Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 39(3), 1381-1420. <https://doi.org/10.17152/gefad.565418>
- Bozkurt, A., Koç, Y., & Cilavdaroğlu, A. K. (2019). Ortaokul Matematik Öğretmen Adaylarının Açık Kavramına Dair Bilgilerinin İncelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 27(3), 949-958. <https://doi.org/10.24106/kefdergi.807>
- Bozkurt, A., Özmantar, M. F., & Özdemir, İ. (2022). Matematik öğretiminin işlemsel ve kavramsal bilgi bağlamında değerlendirilmesine ilişkin ölçekler geliştirme çalışması. *Eğitim ve İnsan Bilimler Dergisi*, 13(25).
- Cihan, F., & Akkoç, H. (2022). Türkiye'deki 11. Sınıf Matematik Ders Kitaplarının Radyan Tanım ve Şekil Temsillerinin İncelenmesi: Nitel ve Nicel Açık Görüşü. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 39-1(2), 71-97. <https://doi.org/10.52597/buje.909571>
- Clement, J. (2001). *Model Based Learning and Instruction in Science*. Kluwer Academic Publishers.
- Creswell, J., & Guetterman, T. (2018). *Educational Research: Planning, Conducting, and Evaluating Quantitative and Qualitative Research, 6th Edition*.
- Çetinkaya, S., & Biber, A. Ç. (2020). Trigonometri Konulu Tezler. *Online Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 1(1), 41-53.
- Delice, A. (2005). Türk ve İngiliz Eğitim sisteminde matematik eğitiminin karşılaştırılması. *Milli Eğitim Dergisi*. https://dhgm.meb.gov.tr/yayimlar/dergiler/Milli_Egitim_Dergisi/167/index3-delice.htm
- Delice, A., & Aydın, E. (2015). *Trigonometri Konusunda Kavram Yanılgıları ve Çözüm Önerileri*. https://www.researchgate.net/publication/280624225_Trigonometri_Konusunda_Kavram_Yanilgilar_ve_Cozum_Onerileri
- Doğan, A. (2001). *Genel liselerde okutulan trigonometri konularının öğretiminde öğrencilerin yanılgıları, yanlışları ve trigonometri konularına karşı öğrenci tutumları üzerine bir araştırma* [Doktora Tezi]. Selçuk Üniversitesi.
- Durmuş, S. (2004, Mart). Matematikte Öğrenme Güçlüklerinin Saptanması Üzerine Bir Çalışma. *Gazi Üniversitesi Kastamonu Eğitim Dergisi*, 125-128.

- Er, G., & Biber, A. (2020). Matematik Eğitimi Alanındaki Deneysel Desenli Tezlerde Tematik Ve Metodolojik Eğilimler. *Trakya Eğitim Dergisi*, 10(3), 995-1006. <https://doi.org/10.24315/tred.708202>
- Erdem, E., Gürbüz, R., & Duran, H. (2011). Geçmişten Günümüze Gündelik Yaşamda Kullanılan Matematik Üzerine: Teorik Değil Pratik. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 2. <https://doi.org/10.16949/turcomat.54580>
- Erdem, E., & Man, S. (2018). Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Radyan ve Özelde π Sayısına İlişkin Kavramsal Bilgileri. *Ege Eğitim Dergisi*, 19(2), 488-504. <https://doi.org/10.12984/egged.401997>
- Fi, C. D. (2003). *Preservice secondary school mathematics teachers' knowledge of trigonometry* [University of Iowa]. <https://doi.org/10.17077/etd.hgi8dv0k>
- Gooya, Z., & Rabanifard, A. A. (2008). Student's conceptions of trigonometric concepts. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 264.
- Güntekin, H. (2010). *Trigonometri konusunda öğrencilerin sahip olduğu öğrenme güçlüklerinin ve kavram yanlışlarının tespit edilmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- Güntekin, H., & Akgün, L. (2011). Trigonometrik kavramlarla ilgili öğrencilerin sahip olduğu hatalar ve öğrenme güçlükleri. *Çukurova Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 40(1), 98-113. <http://search/yayin/detay/121054>
- Hamzah, N., Maat, S. M., & Ikhsan, Z. (2021). A systematic review on pupils' misconceptions and errors in trigonometry. *Pegem Journal of Education and Instruction*, 11(4). <https://doi.org/10.47750/pegegog.11.04.20>
- Hiebert, J., & Carpenter, T. P. (1992). Learning and teaching with understanding. İçinde *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics*. (ss. 65-97). Macmillan Publishing Co, Inc.
- Hiebert, J., & Grouws, D. A. (2007). The effects of classroom mathematics teaching on students' learning. İçinde F. K. L. Jr. (Ed.), *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (ss. 371-404). Information Age Publishing.
- Hogg, M. A., & Vaughan, G. M. (2011). *Sosyal Psikoloji* (2.Basım). Ütopya Yayınları.
- Ibragimov, N. Sh., & Kattaxo'jaeva, J. A. (2022). History of trigonometry. *Miasto Przyszłości*, 24, 37-43. <https://miastoprzyszosci.com.pl/index.php/mp/article/view/10>

- İlgar, L., & Gülten, D. Ç. (2013). Matematik konularının günlük yaşamda kullanımının öğrencilere öğretilmesinin gerekliliği ve önemi. *istanbul Sabahattin Zaim Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 119-128.
- Kaleli Yılmaz, G. (2015). Analysis of Technological Pedagogical Content Knowledge Studies in Turkey: A Meta-Synthesis Study. *TED Eğitim ve Bilim*, 40(178). <https://doi.org/10.15390/EB.2015.4087>
- Kang, O. K. (2003). *A new way to teach trigonometric functions*. <http://www.icmeorganisers.dk/tsg09/OkKiKang.pdf>
- Kökcü, A. (2014). Ters trigonometrik fonksiyonların Osmanlı'ya girişi. *Dört Öge*, 5, 203-208.
- Kültür, N., Kaplan, A., & Kaplan, N. (2008). Ortaöğretim Öğrencilerinde Trigonometri Öğretiminin Değerlendirilmesi. *Journal*, 0(17), 202-211.
- Lial, M. L., & Miller, C. D. (1983). *Trigonometry* (Second Edition). Scott, Foresman and Company.
- Ling, G. C. L., Shahrill, M., & Tan, A. (2016). Common Misconceptions of Algebraic Problems: Identifying Trends and Proposing Possible Remedial Measures. *Advanced Science Letters*, 22(5), 1547-1550. <https://doi.org/10.1166/asl.2016.6675>
- Makonye, J. P., & Luneta, K. (2014). Mathematical errors in differential calculus tasks in the Senior School Certificate Examinations in South Africa. *Education as Change*, 18(1), 119-136. <https://doi.org/10.1080/16823206.2013.847014>
- MEB, Maviş, M., Gül, G., Solakoğlu, H., Tarku, H., Bulut, F., & Gökşen, M. (2021). *Ortaöğretim Matematik 11 Ders Kitabı* (G. Ayık, Ed.). Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları. <https://ogmmateryal.eba.gov.tr/etkilesimli-kitap/matematik?s=8&d=50&u=0&k=0>
- MEB, Öz, B., Koşanser, B., Emir, E., Ata, H., Parlar, H. F., & Yaymacı, M. (2021). *Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik 11 Ders Kitabı* (E. Ulualan, Ed.). Milli Eğitim Bakanlığı Yayınları. <https://ogmmateryal.eba.gov.tr/etkilesimli-kitap/fl-matematik?s=8&d=30&u=0&k=0>
- Merriam, S. B. (2015). *Nitel Araştırma: Desen ve Uygulama için Bir Rehber = Qualitative Research a Guide to Design and Implementation* (S. Turan, Ed.; 3. Basım). Nobel Akademik Yayıncılık.
- Metin, O., & Ünal, Ş. (2022). İçerik Analizi Tekniği: İletişim Bilimlerinde ve Sosyolojide Doktora Tezlerinde Kullanımı. *Anadolu Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 22(Özel Sayı 2), 273-294. <https://doi.org/10.18037/ausbd.1227356>

- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018a). Milli Eğitim Bakanlığı Ortaöğretim Fen Lisesi Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı. *Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara: MEB.*
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018b). Milli Eğitim Bakanlığı Ortaöğretim Matematik Dersi (9, 10, 11 ve 12. Sınıflar) Öğretim Programı. *Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı, Ankara: MEB.*
- Mumcu, H., & Aktürk, H. (2017). Matematik Öğretmenlerinin Radyan Kavramını Anlamlandırma ve Kullanma Biçimlerinin Analizi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu* -3, 104-108. https://bilmat.org/calisma_grubu/wp-content/uploads/2017/09/ozet2017.pdf#page=104
- Mumcu, H. Y., & Aktürk, T. (2020). Mathematics teachers' understanding of the concept of radian. *Hacettepe University Journal of Education*, 35(2), 320-337.
- Nabie, M. J., Akayuure, P., Ibrahim-Bariham, U. A., & Sofu, S. (2018). Trigonometric Concepts: Pre-Service Teachers' Perceptions and Knowledge. *Journal on Mathematics Education*, 9(1), 169-182.
- Oğuz, P. Y. (2019). *On İkinci Sınıf Öğrencilerinin Radyan Kavramı Hakkında Sahip Oldukları Kavram İmajlarının İncelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Marmara Üniversitesi (Turkey).
- Ozkan, E. M., & Ozkan, A. (2012). Misconception in Exponential Numbers in IST and IIND Level Primary School Mathematics. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 46, 65-69. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.05.069>
- Örnek, S. (2007). *Trigonometrik kavramların canlandırma yöntemiyle öğrenilmesinin öğrencilerin matematik başarısına etkisi* [Yüksek Lisans Tezi]. Marmara Üniversitesi.
- Palinkas, L. A., Horwitz, S. M., Green, C. A., Wisdom, J. P., Duan, N., & Hoagwood, K. (2015). Purposeful Sampling for Qualitative Data Collection and Analysis in Mixed Method Implementation Research. *Administration and Policy in Mental Health and Mental Health Services Research*, 42(5), 533-544. <https://doi.org/10.1007/s10488-013-0528-y>
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods*. sage.
- Patton, M. Q. (2018). *Nitel Araştırma Ve Değerlendirme Yöntemleri* (S. B. Demir & M. Bütün, Ed.; 2. Baskı). Pegem Akademi. <https://doi.org/10.14527/9786053649335>
- Radmehr, F., & Rahimian, H. (2020). Exploring the impacts of using Geogebra software on secondary school students' misconceptions in trigonometric functions.

- Technology of Education Journal (TEJ)*, 14(4), 765-774.
<https://doi.org/10.22061/jte.2019.4688.2105>
- Rosjanuardi, R., Jupri, A., & others. (2022). Epistemological Obstacle in Learning Trigonometry. *Mathematics Teaching Research Journal*, 14(2), 5-25.
- Seale, C. (1999). Quality in Qualitative Research. *Qualitative Inquiry*, 5(4), 465-478.
<https://doi.org/10.1177/107780049900500402>
- Setiawan, Y. E., & Surahmat, S. (2021). Error analysis of prospective mathematics teachers in solving of applying radian measurement problem in trigonometry courses. *Al-Jabar: Jurnal Pendidikan Matematika*, 12(2), 343-357.
<https://doi.org/10.24042/ajpm.v12i2.9874>
- Sevgi, S. (2020). *Trigonometrik fonksiyonların grafiklerini yorumlama konusunun Geogebra ile tasarlanmış etkinliklerle öğretiminin öğrencilerin akademik başarısına ve kalıcılığa etkisi* [Yüksek Lisans Tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- Sevim, O., & Bayındır, H. (2016). Lise ve üniversite öğrencilerinin Osmanlı Türkçesi dersine yönelik görüşlerinin incelenmesi. *EKEV Akademi Dergisi*, 0(67), 291-302.
<https://dergipark.org.tr/tr/pub/sosekev/issue/71351/1147212>
- Soylu, Y., & Aydın, S. (2006). Matematik derslerinde kavramsal ve işlemsel öğrenmenin dengelenmesinin önemi üzerine bir çalışma. *Erzincan Eğitim Fakültesi Dergisi*, 8(2), 83-95.
- Steckroth, J. J. (2007). *Technology-enhanced mathematics instruction: Effects of visualization on student understanding of...* <https://www.learntechlib.org/p/128020/>
- Tall, D. (2002). The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. İçinde *Advanced Mathematical Thinking* (ss. 3-21). Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_1
- Taş, A. (2013). *Lise öğrencilerinin trigonometri konusu özelinde bilgi düzeylerinin incelenmesi* [Yüksek Lisans Tezi]. Erciyes Üniversitesi.
- Thompson, P. (2008). Conceptual analysis of mathematical ideas: Some spadework at the foundation of mathematics education. *Proceedings of the Annual Meeting of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, 1*.
- Topçu, T., Kertil, M., Akkoç, H., Yılmaz, K., & Önder, O. (2006). *Pre-service and in-service mathematics teachers concept images of radian*.
- Tözlüyurt, E. (2008). *Sayılar Öğrenme Alanı İle İlgili Matematik Tarihinden Seçilen Etkinliklerle Yapılan Dersler Hakkında Lise Son Sınıf Öğrencilerinin Görüşleri* [Yüksek Lisans Tezi]. Gazi Üniversitesi.

- Tuna, A. (2011). *Trigonometri öğretiminde 5E öğrenme döngüsü modelinin öğrencilerin matematiksel düşünme ve akademik başarılarına etkisi* [Doktora Tezi]. Gazi Üniversitesi.
- Wescoatt, B. (2013). *An exploration of college students' problem solving behaviors while verifying trigonometric identities: A mixed methods case study*. <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:123387651>
- Worthington, M. (2013). *Differences between phenomenological research and a basic qualitative research design*.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2021). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri* (12. Baskı). Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz, G. K., Ertem, E., & Güven, B. (2010). Dinamik Geometri Yazılımı Cabri'nin 11.Sınıf Öğrencilerinin Trigonometri Konusundaki Öğrenmelerine Etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT)*, 200-2016.
- Young, C. Y. (2010). *Trigonometry* (Second Edition). John Wiley & Sons, Inc.
- Yüksel, E. (2019). Türkiye'de İletişim Araştırmalarında İçerik Analizi Uygulamaları Sorunlar ve Çözüm Önerileri. *International Euroasia Congress on Scientific Research and recent Trends-V*, 134-152.

EKLER

EK-1

Araştırmada Kullanılan Anket Formu

TRİGONOMETRİ KONUSU TEMEL BİLGİLER ANKETİ

1- Açı ölçü birimlerinden derece ve radyanı tanımlayarak aralarındaki ilişkiyi açıklayınız.

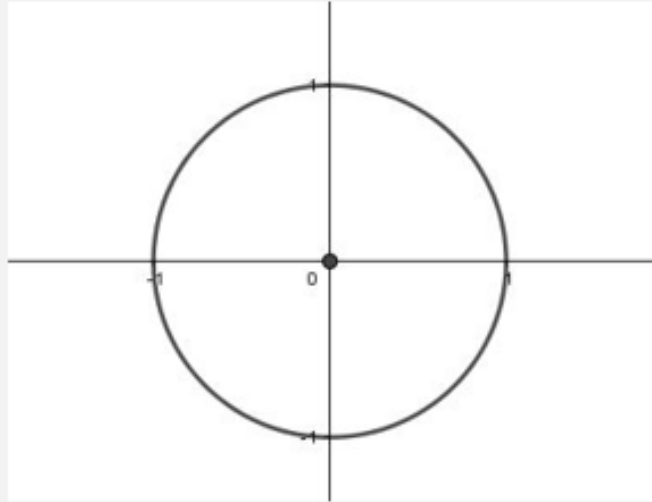
2- Aşağıdaki tabloda değerleri derece cinsinden verilen açıları radyan cinsinden, radyan cinsinden verilenleri derece cinsinden yazınız.

DERECE	RADYAN	AÇIKLAMA
	π Radyan	
π°		
50°		
1°		
	1 radyan	

3- Aşağıdaki açılardan hangisi 1 radyana en yakın açıdır? Neden? Cevabınızı açıklayınız.



4- Birim çember yardımıyla sinüs ve kosinüs fonksiyonlarını detaylı olarak tanımlayınız.



5- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevabınızı açıklayınız.

6- Sin 30 aşağıdakilerden hangisi ya da hangileri ile aynı değere sahiptir? Neden? Cevabınızı açıklayınız.

a) $\cos 60^\circ$

b) $\sin (\pi-30)$

c) $\sin (30+2\pi)$

d) $\sin (30^\circ+360^\circ)$

7- Aşağıda verilen ifadelerin yaklaşık olarak değerlerini belirleyiniz. Değerleri nasıl belirlediğinizi açıklayınız.

a) $\sin 1^\circ$

b) $\cos 3$

c) $\sin (-1)$

d) $\cos \frac{6\pi}{5}$

e) $\cos 550^\circ$

f) $\sin (\pi+4)$

EK-2

Araştırma Veri Analiz Tablosu (VAT)

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
Öğrenci Kodu	Düzeltilmiş	Öğrenci Cevabı	Tanım Kümesini Yazan	Görüntü Kümesini Yazan	Tanım Kümesini [0,360] Yazan	x eksenini tanım kümesi, y eksenini görüntü kümesi gören	Sinüs y eksenini Kosinüs x eksenini	AÇIKLAMA	Atakız Cevap Veren	Tanım Kümesini (-1,1) alan
FLÖ-2	Fen Lisesi	<p>5- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevapınızı açıklayınız.</p> <p>Sinüs = $(-1,1)$ aralığı Kosinüs = $(-1,1)$ aralığı</p> <p>Sinüs eksi orijinle başlar Kosinüs eksi orijinle başlar</p> <p>Sinüs = $\frac{\text{karşı}}{\text{hipotenüs}}$ Kosinüs = $\frac{\text{komşu}}{\text{hipotenüs}}$</p>	0	0	0	0			0	1
FLÖ-7	Fen Lisesi	<p>5- Sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının tanım ve görüntü kümelerini yazınız ve cevapınızı açıklayınız.</p> <p>Sinüs: y eksen Kosinüs: x eksen</p>	0	0	0	0	1		0	

EK-3

Veli Onam Formu

Ek-3

Sayın Veli;

Çocuğunuzun katılacağı bu çalışma, “**11. Sınıf Öğrencilerinin Trigonometri Konusundaki Bazı Temel Bilgilerinin İncelenmesi**” adıyla, 26-29 Şubat tarihleri arasında yapılacak bir araştırma uygulamasıdır.

Araştırmanın Hedefi: 11.sınıf öğrencilerinin bazı temel trigonometrik kavramlara yönelik tanımlamaları incelenerek derece ve radyan kavramlarına yönelik tanımlamaları, bu kavramlar arasındaki ilişkiye yönelik bilgileri, sinüs ve kosinüs fonksiyonlarının birim çember üzerinde tanımları ve bazı açılarının görüntülerinin yaklaşık değerlerine verdikleri cevapların nasıl olduğunu incelemektir.

Araştırma Uygulaması: Anket / Görüşme / Gözlem şeklindedir.

Araştırma T.C. Milli Eğitim Bakanlığı'nın ve okul yönetiminin de izni ile gerçekleştirilmektedir. Araştırma uygulamasına katılım tamamıyla gönüllülük esasına dayalı olmaktadır. Çocuğunuz çalışmaya katılıp katılmamakta özgürdür. Araştırma çocuğunuz için herhangi bir istenmeyen etki ya da risk taşımamaktadır. Çocuğunuzun katılımı **tamamen sizin isteğinize bağlıdır**, reddedebilir ya da herhangi bir aşamasında ayrılabilirsiniz. Araştırmaya katılmama veya araştırmadan ayrılma durumunda öğrencilerin akademik başarıları, okul ve öğretmenleriyle olan ilişkileri etkilemeyecektir.

Çalışmada öğrencilerden kimlik belirleyici hiçbir bilgi istenmemektedir. Cevaplar tamamıyla gizli tutulacak ve sadece araştırmacılar tarafından değerlendirilecektir.

Uygulamalar, genel olarak kişisel rahatsızlık verecek sorular ve durumlar içermemektedir. Ancak, katılım sırasında sorulardan ya da herhangi başka bir nedenden çocuğunuz kendisini rahatsız hissederse cevaplama işini yarıda bırakıp çıkmakta özgürdür. Bu durumda rahatsızlığın giderilmesi için gereken yardım sağlanacaktır. Çocuğunuz çalışmaya katıldıktan sonra istediği an vazgeçebilir. Böyle bir durumda veri toplama aracını uygulayan kişiye, çalışmayı tamamlamayacağını söylemesi yeterli olacaktır. Anket çalışmasına katılmamak ya da katıldıktan sonra vazgeçmek çocuğunuza hiçbir sorumluluk getirmeyecektir.

Onay vermeden önce sormak istediğiniz herhangi bir konu varsa sormaktan çekinmeyiniz. Çalışma bittikten sonra bizlere telefon veya e-posta ile ulaşarak soru sorabilir, sonuçlar hakkında bilgi isteyebilirsiniz. Saygılarımızla,

Araştırmacı : Aydın PAKEL

İletişim bilgileri : 0506 62 /aydi @gmail.com/Ortaköy Şehit Nurullah Sabirer Fen Lisesi
Ortaköy/ Aksaray



*Velisi bulunduğum sınıfı numaralı öğrencisi
.....'in yukarıda açıklanan araştırmaya katılmasına izin veriyorum.
(Lütfen formu imzaladıktan sonra çocuğunuzla okula geri gönderiniz*).*

26/02/2024

İsim-Soyisim İmza:

Veli Adı-Soyadı :

Telefon Numarası:

EK-4

Etik Kurul İzni



KIRŞEHİR AHI EVRAN ÜNİVERSİTESİ
ETİK KURUL DEĞERLENDİRME VE
KARAR FORMU

Değerlendirme Talebinde Bulunan Kişi/Kurum	Aydın PAKEL		
Değerlendirme Başvuru Tarihi			
Değerlendirilmesi Talep Edilen Eserin/Araştırmanın Adı	11.Sınıf Öğrencilerinin Trigonometri Konusundaki Bazı Temel Bilgilerinin İncelenmesi		
Değerlendirilmesi Talep Edilen Araştırma/Ölçek/Anket/Görüşme Formu			
Değerlendirmeyi Yapan Etik Kurul	Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Fen ve Mühendislik Bilimleri Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Kurulu		
Değerlendirme Toplantı Bilgileri	Yeri	Tarihi	Saati
	Ziraat Fakültesi Toplantı Salonu	19.01.2024	10:00
Karar No	Karar Tarihi		
	Karar No	2024/01	
Karar Sonucu	(X) Kabul	(X) Oybirliği	
		() Oy Çokluğu	
	() Ret	() Oybirliği	
		() Oy Çokluğu	

Etik Kurulumuz, yukarıda başvuru bilgileri yer alan eser/araştırma için toplanarak bilimsel araştırmalar ve yayın etiği açısından değerlendirme yapmış ve aşağıda gerekçesi açıklanan karar(lar)ı almıştır:

Karar ve Gerekçesi

Aydın PAKEL' e ait "11.Sınıf Öğrencilerinin Trigonometri Konusundaki Bazı Temel Bilgilerinin İncelenmesi" konulu proje araştırmasının bilimsel araştırmalar etiği açısından yapılan değerlendirmesinde kabulüne

Oy birliğiyle karar verilmiştir.



Etik Kurul Başkanı
Prof. Dr. Ahmet KAZANKAYA

(Form No: FR- 355 ; Revizyon Tarihi: .../.../... ; Revizyon No: ...)

EK-5

MEB Araştırma İzni



T.C.
AKSARAY VALİLİĞİ
İl Millî Eğitim Müdürlüğü



Sayı : E-76490249-605.01-97160897
Konu : Veri Toplama ve Anket İzni

21/02/2024

VALİLİK MAKAMINA

- İlgi: a) Millî Eğitim Bakanlığı Yenilik ve Eğitim Teknolojileri Genel Müdürlüğünün 21.01.2020 tarih ve 2020/2 no.lu genelgesi.
b) Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Rektörlüğü Öğrenci İşleri Daire Başkanlığının 19.02.2024 tarihli ve E-67873788-302.08-00000611968 sayılı yazı ve ekleri.

İlgi (b) yazı ile; Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı 201029016 numaralı öğrencisi Aydın PAKEL'in "11. Sınıf Öğrencilerinin Trigonometri Konusundaki Bazı Temel Bilgilerinin İncelenmesi" konulu veri toplama ve anket çalışmasını İlimiz Resmi Lise öğrencilerine uygulamak istenmektedir.

Konu ile ilgili belgelerin ve anket sorularının incelenmesi neticesinde; Başvurunun Araştırma, Yarışma ve Sosyal Etkinlik İzinleri konulu ilgi (a) da kayıtlı Genelgede belirtilen usul ve esaslara uygun olarak yapıldığı anlaşılmış olup;

Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Ana Bilim Dalı, Matematik Eğitimi Tezli Yüksek Lisans Programı 201029016 numaralı öğrencisi Aydın PAKEL'in "11. Sınıf Öğrencilerinin Trigonometri Konusundaki Bazı Temel Bilgilerinin İncelenmesi" konulu veri toplama ve anket çalışmasını İlimiz Resmi Lise öğrencilerine yönelik yapma isteği; çalışmanın gönüllülük esasına dayandığı gözönünde bulundurularak: ilgi (a) Genelge esasları dahilinde; eğitim-öğretim faaliyetlerini aksatmamak, sorumluluk okul/kurum idarelerinde olmak, çalışmalarda mühürlü ve imzalı materyalleri kullanmak, rapor sonuçlarını çalışmanın bitiminden sonra 30 gün içinde İl Millî Eğitim Müdürlüğümüze vermek ve uygulamanın 2023-2024 eğitim-öğretim yılı içerisinde tamamlanması koşuluyla, Müdürlüğümüze uygun görülmektedir.

Makamlarınızca da uygun görüldüğü takdirde, olurlarınıza arz ederim.

Metin ALPASLAN
İl Millî Eğitim Müdürü

EK : İlgi Dilekçe ve Ekleri (46 Sayfa)

OLUR

Şeyma POLAT BALAK
Vali a.
Vali Yardımcısı

Bu belge güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır.

Adres : İl Millî Eğitim Müdürlüğü Yeni Sanayi Mah. E-90 Bulv. No:47 Belge Doğrulama Adresi : <https://www.turkiye.gov.tr/meb-ebys>
Valilik Ek Nolu Hizmet Binası Bilgi için: Nurdan ANDAÇ
Telefon No : 0 (382) 213 68 40 Unvan : Programcı
E-Posta: arge68@meb.gov.tr İnternet Adresi: <http://aksaray.meb.gov.tr/> Faks:3822136814
Kep Adresi : meb@hs01.kep.tr

Bu evrak güvenli elektronik imza ile imzalanmıştır. <https://evrak.sorgu.meb.gov.tr> adresinden 8cb0-5e29-350a-baab-8d88 kodu ile teyit edilebilir.

EK-6

Bildiri Katılım Sertifikası



ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı:	Aydın PAKEL
Uyruğu:	T.C.
Orcid Numarası:	0000-0003-1069-3392

Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	Gazi Üniversitesi
Fakülte	Kırşehir Fen-Edebiyat Fakültesi
Bölümü	Matematik
Mezuniyet Yılı	2005
Yüksek Lisans	
Üniversite	Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi
Enstitü Adı	Fen Bilimleri Enstitüsü
Anabilim Dalı	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Programı	Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Mezuniyet Tarihi	

Tezden Üretilen Makaleler ve Bildiriler
Pakel, A ve Kıymaz, Y. (28-30 Ekim 2023), 11. sınıf öğrencilerinin trigonometri konusundaki bazı temel bilgilerin incelenmesi, <i>Uluslararası Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu, Ankara- Türkiye</i> https://doi.org/10.5281/zenodo.10115727