



T.C.
KIRŞEHİR AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN
ADAYLARININ DİKDÖRTGENLERİN
ALANLARININ ÖLÇÜMÜNDE ORANTISAL AKIL
YÜRÜTME BİLGİ KAYNAKLARINI KULLANMA
BECERİLERİ**

MERVE GÜNEŞ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KIRŞEHİR / 2022



T.C.
KIRŞEHİR AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

**İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN
ADAYLARININ DİKDÖRTGENLERİN
ALANLARININ ÖLÇÜMÜNDE ORANTISAL AKIL
YÜRÜTME BİLGİ KAYNAKLARINI KULLANMA
BECERİLERİ**

MERVE GÜNEŞ

YÜKSEK LİSANS TEZİ

**DANIŞMAN
Doç. Dr. Muhammet ARICAN**

KIRŞEHİR / 2022

TEZ BİLDİRİMİ

Tez içindeki bütün bilgilerin etik davranış ve akademik kurallar çerçevesinde elde edilerek sunulduğunu, ayrıca tez yazım kurallarına uygun olarak hazırlanan bu çalışmada bana ait olmayan her türlü ifade bilginin kaynağına eksiksiz atıf yapıldığını bildiririm.

Merve GÜNEŞ



20.04.2016 tarihli Resmi Gazete’de yayımlanan Lisansüstü Eğitim ve Öğretim Yönetmeliğinin 9/2 ve 22/2 maddeleri gereğince; Bu Lisansüstü teze, Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi’nin aboneli olduğu intihal yazılım programı kullanılarak Fen Bilimleri Enstitüsü’nün belirlemiş olduğu ölçütlere uygun rapor alınmıştır.



ÖNSÖZ

Yüksek Lisansa başlamamda ve yüksek lisans ders sürecinde kendisini tanıdığım günden bu yana gösterdiği sakin ve sabırlı hali ile her zaman bana örnek olmasının yanı sıra bir bilim adamının nasıl çalışması gerektiğini kendisinden öğrendiğim değerli danışmanım Doç. Dr. Muhammet Arıcan'a büyük bir içtenlikle teşekkür ederim. Tezimin her aşamasında gerek sorularıyla gerekse alt ayda bir yapılan tez izleme komitesi sunumlarında tezin şekillenmesinde ve nihai hale gelmesinde katkıları olan değerli jüri üyelerim Doç. Dr. Ferdağ Kahraman Aksoyak ve Doç. Dr. Ramazan Avcu'ya teşekkürlerimi içtenlikle sunarım.

Tezimi, ailem başta olmak üzere özellikle eşime ithaf ederim.

Ekim, 2022

ÖĞRENCİ ADI SOYADI

Merve GÜNEŞ

İÇİNDEKİLER

	Sayfa No
ÖNSÖZ	iv
İÇİNDEKİLER	v
ŞEKİL LİSTESİ	vii
TABLO LİSTESİ	viii
SİMGE VE KISALTIMA LİSTESİ	ix
ÖZET	x
ABSTRACT	xii
1. GİRİŞ	1
1.1. Orantısal Akıl Yürütme.....	1
1.2. Orantısal Akıl Yürütme Bilgi Kaynakları.....	2
1.3. Alan Ölçme.....	3
1.4. Alan Ölçümüyle İlgili Yaşanılan Güçlükler.....	4
1.5. Amaç.....	5
1.6. Önem.....	6
1.7. Araştırma Soruları.....	6
2. KURAMSAL ÇERÇEVE	7
2.1. Orantısal Akıl Yürütme.....	7
2.1.1. Oran Kavramı.....	7
2.1.2. Orantı Kavramı.....	9
2.1.3. Doğru Orantı.....	9
2.1.4. Ters Orantı.....	9
2.1.5. Orantısal Akıl Yürütme.....	10
2.2. Alan Ölçme.....	17
3. ALANYAZIN TARAMASI	18
3.1. Orantısal Akıl Yürütme.....	18
3.2. Alan Ölçme.....	21
4. MATERYAL VE YÖNTEM	26
4.1. Araştırmanın Modeli.....	26
4.2. Araştırmanın Katılımcıları.....	28
4.3. Veri Toplama Araçları.....	29
4.4. Veri Analizi.....	33
4.5. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği.....	34

5. BULGULAR.....	36
5.1. Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütmeleri.....	36
5.1.1. Öğretmen Adayı 1.....	38
5.1.2. Öğretmen Adayı 2.....	46
5.1.3. Öğretmen Adayı 3.....	52
5.1.4. Öğretmen Adayı 4.....	59
5.1.5. Öğretmen Adayı 5.....	66
5.1.6. Öğretmen Adayı 6.....	74
5.1.7. Öğretmen Adayı 7.....	82
5.1.8. Öğretmen Adayı 8.....	89
5.2. Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütmelerinin Karşılaştırılması...	94
6. TARTIŞMA VE SONUÇ.....	101
7. ÖNERİLER.....	106
KAYNAKLAR.....	108
EKLER.....	116
Ek 1 Çalışma Kağıdı.....	116
ÖZGEÇMİŞ.....	122

ŞEKİL LİSTESİ

	Sayfa No
Şekil 4.1. Öğretmen adaylarına verilen örnek materyal	31
Şekil 4.2. Örnek kamera kaydı	32
Şekil 5.1. ÖA1'in çözümü	42
Şekil 5.2. ÖA2'nin çözümü	49
Şekil 5.3. ÖA4'ün çözümü	61
Şekil 5.4. ÖA5'in çözümü	71
Şekil 5.5. ÖA6'nın çözümü	76
Şekil 5.6. ÖA6'nın çözümü	81
Şekil 5.7. ÖA7'nin çözümü	88

TABLO LİSTESİ

	Sayfa No
Tablo 2.1. Öğretmen adaylarının akıl yürütmelerinin anlaşılması için teorik çerçeve ve bilgi kaynakları	13
Tablo 5.1. Öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme bilgi kaynakları	36



SİMGE VE KISALTMA LİSTESİ

Simgeler	Açıklama
sn	: Saniye
m	: Metre
br	: Birim
br^2	: Birim kare
cm^2	: Santimetrekare

Kısaltmalar	Açıklama
ÖA1	: Öğretmen Adayı 1
ÖA2	: Öğretmen Adayı 2
ÖA3	: Öğretmen Adayı 3
ÖA4	: Öğretmen Adayı 4
ÖA5	: Öğretmen Adayı 5
ÖA6	: Öğretmen Adayı 6
ÖA7	: Öğretmen Adayı 7
ÖA8	: Öğretmen Adayı 8
EBOB	: En büyük ortak bölen
MEB	: Millî Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics (Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi)
PISA	: The Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
TIMSS	: Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)
NAEP	: Ulusal Eğitimde İlerleme Değerlendirmesi (National Assessment of Educational Progress)

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMEN ADAYLARININ DİKDÖRTGENLERİN ALANLARININ ÖLÇÜMÜNDE ORANTISAL AKIL YÜRÜTME BİLGİ KAYNAKLARINI KULLANMA BECERİLERİ

MERVE GÜNEŞ

Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi

Fen Bilimleri Enstitüsü

Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı

Danışman: Doç. Dr. Muhammet ARICAN

Bu çalışma, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dikdörtgenlerin alanlarını nasıl anlamlandırdıklarını ve dikdörtgenlerin alanlarını hesaplamayı gerektiren problemlerde orantısız akıl yürütme becerilerini nasıl kullandıklarını ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır. Araştırmanın içeriği ve amacı göz önünde bulundurularak nitel araştırma desenlerinden bütüncül çoklu durum deseni kullanılmıştır. Çalışmanın örneklemini 2021-2022 güz döneminde İç Anadolu Bölgesi'nde bulunan bir üniversitedeki ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilmiş olan sekiz öğretmen adayı oluşturmaktadır. Araştırmada, öğretmen adayları ile yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Veri toplama sürecinde araştırmacının hazırladığı dikdörtgenin alanı ile ilgili açık-uçlu altı sorudan oluşan bir çalışma kâğıdı kullanılmıştır. Öğretmen adayları ile yapılan mülakatlar sonucunda elde edilen veriler ve araştırmacının gözlemci notları içerik analizi ile çalışma sorularına verdikleri yanıtlar doküman analizi kullanılarak analiz edilmiştir.

Öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütmelerinin gelişmişliğini değerlendirmek için Weiland vd. (2021) tarafından geliştirilen 10 başlıktan oluşan bir teorik çerçeve kullanılmıştır. Bu teorik çerçeve öğretmenlerin akıl yürütmelerinin gelişmişliğine işaret eden 19 bilgi kaynağı içermektedir. Öğretmen adaylarından elde edilen veriler bu bilgi kaynakları ışığında analiz edilmiştir.

Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının dikdörtgenin alanını bulurken formül odaklı ilerledikleri, düzgün olmayan şekillerin alanını bulurken zorlandıkları ve uzunluk, alan birimlerine dikkat etmedikleri bulunmuştur. Bununla birlikte, orantısal akıl yürütme sorularında zorlandıkları, çarpımsal karşılaştırma sorularında toplamsal düşündükleri, doğru orantı ve ters orantıyı fark edemedikleri saptanmıştır. Öğretmen adaylarının kullandıkları bilgi kaynakları incelendiğinde, “orantılı durum”, “paylaştırma ve döşeme”, kovaryans”, “çarpımsal karşılaştırma” ve “karşılıklı kenarlar arasında oran” olarak beş çeşit bilgi kaynağının sekiz aday tarafından kullanıldığı görülmüştür. Diğer taraftan, “büyütme/küçültme”, “sabit oran”, “birim oran”, “denklik”, “toplamsal düşünme”, “kendi içinde oran” ve “yatay alan bilgisi” bilgi kaynaklarını kullanan adaylar orantısal akıl yürütme düzeyleri açısından diğer adaylara göre fark oluşturmuşlardır. Bulgular ışığında dikdörtgende alan konusunun öğretiminde temel kavramlar oluştuktan sonra, kavramsal bilgilerden hareketle alan ilgili formüllerin kazandırılmasının anlamlı öğrenme açısından daha yararlı olacağı, orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimi için, öğrencilerin akıl yürütebileceği ve doğrulama yapabileceği günlük yaşam problemlerinin kullanılması araştırmanın önerileridir.

Ekim 2022, 137 Sayfa

Anahtar Kelimeler: Alan ölçme, dikdörtgenler, orantısal akıl yürütme, öğretmen adayları.

ABSTRACT

MASTER'S THESIS

PRESERVICE MIDDLE SCHOOL MATHEMATICS TEACHERS' PROPORTIONAL REASONING KNOWLEDGE RESOURCE USING SKILLS IN MEASURING THE AREAS OF RECTANGLES

MERVE GÜNEŞ

Kırşehir Ahi Evran University

Graduate School of Natural and Applied Sciences

Department of Mathematics and Science Education

Supervisor: Associate Prof. Dr. Muhammet ARICAN

This study aimed at explaining how preservice middle school mathematics teachers understand the area of rectangles and how they use their proportional reasoning skills in problems that require calculating the area of rectangles. Considering the content and purpose of the research, the holistic multiple case design, one of the qualitative research designs, was used. The sample of the study consisted of eight preservice middle school mathematics teachers selected by purposive sampling method, enrolled in a teacher education program at a university in the Central Anatolia region in the fall semester of 2021-2022. In the research, semi-structured interviews were conducted with preservice middle school mathematics teachers. A worksheet consisting of six open-ended questions about the area of rectangles was prepared by the researcher and used in the data collection process. The data collected from the preservice teachers' worksheets and the observer's notes of the researcher were analyzed using content analysis and document analysis of the worksheets. The transcripts obtained as a result of the interviews and the notes of the researcher were analyzed using content analysis, and the preservice teachers' answers to the questions in worksheets were analyzed using document analysis technique.

Weiland et al. (2021) presented a theoretical framework consisting of 10 categories and 19 operationalized knowledge resources pointing to the sophistication of teachers' proportional reasoning. The data collected from preservice teachers were analyzed in the light of these knowledge resources.

As a result of the research, we found that the preservice teachers were formula-oriented while calculating the area of the rectangle, had difficulties in finding the area of the irregular shape and did not pay attention to the units of length and area. However, it was determined that they had difficulties in proportional reasoning questions, they reasoned additively in multiplicative comparison questions, and they could not distinguish between direct and inverse proportions. When the information sources used by the preservice teachers are examined, it is seen that eight preservice teachers used five types of information sources as “proportional situation”, “partitioning and tiling”, “covariance”, “productive comparison” and “ratio between opposite sides”, while “enlargement/reduction”, “fixed ratio”, “unit ratio”, “equivalence”, “collective thinking”, “ratio within itself” and “horizontal content knowledge” made a difference. In the light of the findings, after the basic concepts are formed in the teaching of the topic, it would be more beneficial to study relevant formulas based on conceptual knowledge in terms of meaningful learning, and for the development of proportional reasoning skills, the use of daily life problems that students can reason on and make verifications are the suggestions of the research.

October 2022, 137 Pages

Keywords: Area measurement, rectangles, preservice teachers, proportional reasoning.

1. GİRİŞ

Matematik, kişilerin düşüncelerini mantıksal gerekçelere dayandırdığı bilişsel bir süreç olan akıl yürütmeyi temel almaktadır. Akıl yürütme ile sayılar, şekiller, nesnelere ve bunlar arasındaki bağıntılar incelenir (Tez, 2008). Akıl yürütme, dolaylı ya da doğrudan karşılaşılan durumlar sonucunda elde edilen bilgileri analiz ederek sonuç çıkarma ve varsayımda bulunmadır (Karaduman, 2019; Mason, 2011). Matematiksel akıl yürütme ise, matematiksel tahminler oluşturma, matematiksel tartışmalar geliştirme ve değerlendirme, matematiksel bilgileri farklı şekillerde sunma becerileri içerir (Karaduman, 2019). Akıl yürütmeyle matematik kalıcı, gelişmeye açık bir hâl alır. Umay ve Kaf (2005)'a göre matematiği ve akıl yürütmeyi birbirinden bağımsız düşünmek imkânsızdır. Matematiği öğrenme ve matematikte başarılı olmanın yolu matematiksel akıl yürütme ve düşünmeden geçmektedir (Öz ve Işık, 2017).

1.1. Orantısal Akıl Yürütme

Matematiksel akıl yürütme türlerinden biri orantısal akıl yürütme olup, problem çözmek için orantı kurmaktan daha derin bilgi gerektirir ve çarpımsal durumlar hakkında akıl yürütmenin bir yoludur (Van de Walle vd., 2014). Oran ve orantı, çarpımsal akıl yürütmeyle ilgili iki önemli kavramdır. Oran ve orantı kavramları incelenirse, aynı veya farklı birimli iki niceliğin birbiriyle olan çarpımsal ilişkisini ifade eden matematiksel kavram orandır (Arıcan, 2015). İki oranın eşitliğini ifade eden matematiksel kavram ise orantıdır (Bayazit ve Kırnay Dönmez, 2017). O halde orantısal akıl yürütme, iki veya daha fazla oranın eşitliğini içeren ortamlardaki nicel veya nitel çokluklar arasında var olan çarpımsal ilişkinin anlaşılıp yorumlanması biçiminde tanımlanabilir (Behr vd., 1992; Cramer vd., 1993; Lamon, 1989). Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM, 2000) raporunda orantısal akıl yürütmenin, iki eşit oran yazabilme ve bunlar arasındaki ilişkiyi

fark edebilme; bilinmeyen terimler için çözüm yapabilme; orantısal ilişkiler için tabloları, grafikleri ve eşitlikleri kullanabilme becerilerini içerdiği belirtilmiştir. Ayrıca, Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (TIMSS) ve Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA), orantısal akıl yürütme becerisini öğrencilerin matematik başarısı için bir ölçüt olarak değerlendirmektedir (Arıcan, 2019).

Orantısal akıl yürütmenin en önemli göstergelerinden biri çarpımsal ilişkilerin fark edilmesidir. Yapılan çalışmalar ise çarpımsal ilişkilerin fark edilmesinin öğrenciler için oldukça zor bir beceri olduğunu, öğretmen ve öğretmen adaylarının da öğrenciler ile benzer zorluklar yaşadıklarını göstermektedir (Arıcan, 2019). Ayrıca, öğrencilerin toplamsal akıl yürütme ile çarpımsal akıl yürütme arasındaki ilişkiyi kuramadıkları veya iki durumu ayırt edemedikleri (Çelik ve Özdemir, 2011; De Bock, 2008; Lim, 2009; Van Dooren vd., 2009), orantılı ilişkileri orantısız ilişkilerden ayırt edemedikleri (Ben-Chaim vd., 2012; Mersin, 2018; Toluk-Uçar ve Bozkuş, 2016), ve orantıyı oluşturan nicelikleri ayırt edemedikleri rapor edilmiştir (Adak ve Aliustaoğlu, 2020; Arıcan, 2019).

Orantısal akıl yürütme becerisi gerçek yaşam problemlerinin çözülebilmesi için gereklidir (Cai ve Sun, 2002). Gerçek hayatta sıklıkla karşılaşılan yüzde ve faiz hesaplamalarında, belirli oranda büyüme küçülme içeren ölçeklerde; geometri alanında benzerlik ve ölçme konularında orantısal akıl yürütme kullanılmaktadır (Baykul, 2014; Ünsal, 2009).

1.2. Orantısal Akıl Yürütme Bilgi Kaynakları

Bilgi kaynakları, parça-parça bilgi (knowledge-in-pieces) epistemolojik bakış açısı takip edilerek tanımlanmış bir kavram olup bireylerin bir durumu veya olayı açıklarken yararlandığı bilginin tane boyutundaki öğeleri olarak ifade edilmektedir (Izsák, 2005).

Bilgi kaynakları, karmaşık bilgi sistemlerini oluşturan bileşenlerdir ve bireylerin yerleşik anlayış ve sezgilerinden oluşabilirler (Brown vd., 2020).

Alanyazında orantısal akıl yürütme bilgi kaynaklarına örnek olarak Weiland vd. (2021) çalışması mevcuttur. Çalışmada öğretmenlerin orantısal akıl yürütmelerin gelişmişliğine işaret eden 19 bilgi kaynağı sunulmuştur. Bu bilgi kaynakları, “Orantılı Durum”, “Paylaştırma ve Döşeme”, “Göreceli Düşünme”, “Büyütme/Küçültme”, “Birim Oran”, “Sabit Oran”, “Kovaryans”, “Denklik”, “Kural”, “Miktarların Karşılaştırılması”, “Kümeler”, “Ölçü Olarak Oran”, “Çarpıtma”, “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Değişken Parçalar”, “Oran≠Kesir”, “Oran (P: P/P: B)”, “Sembolik Temsiller ile Akışkanlık”, “Yatay Alan Bilgisi” olarak sıralanmaktadır.

1.3. Alan Ölçme

Öğrencilerin gerçek hayatta sıklıkla karşılaştığı temel bir bilgi olan ve ilköğretim matematik programının öğrenme alanlarından birisini oluşturan ‘ölçme’ kavram ve becerileri içeren önemli bir alandır (Van de Walle vd., 2014). Ölçme konusunun öğretimi öğrencilere hem matematiğin günlük hayatta kullanımını göstermede, hem de birçok matematiksel kavram ve becerinin geliştirilmesini sağlamada önemli yer tutmaktadır. Bu nedendir ki ölçme, matematik programlarının önemli konularından biri olarak karşımıza çıkmaktadır. Ancak matematik öğretiminde, genellikle matematiksel kavramların anlamlarının önemsenmemesi, işlemlerin ardında yatan kavramsal temellerin yeterince ön plana çıkarılmaması ve formüllerin ezberletme yoluna gidilmesi (Aksu, 1997; Baki, 1998; Baykul, 1999; Thompson vd., 1994) ölçme konusunun öğretiminde de sorunlara yol açmaktadır (Şişman ve Aksu, 2009). Matematikte öğrencilere etkili öğretim yapılabilmesi için ezberden uzak, matematiksel sorular üzerinde akıl yürütme yaparak sonuca ulaşmalıdırlar. Matematiksel formüllerin hazır olarak değil de öğrencilerin kendilerinin

yaptıkları akıl yürütme ve denemeleri sonucunda formüller üretmeleri sağlanmalıdır (Küçük ve Demir, 2009).

Alan ölçme, ölçme öğrenme alanının alt öğrenme alanıdır (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Alan ölçmenin anlaşılması için temelde alan ve ölçme kavramlarının doğru bir şekilde anlaşılması gerekmektedir. Alan, sınırlı bir bölgenin yüzeyini kaplayan belirli bir miktardır (Baturu ve Nason, 1996). Alan ölçme ise bu miktarı belirleme işidir ve belirlemede ölçme aracının yani birimin anlaşılması önemlidir. Ölçme, sonucun elde edilişi yönünden süreç temelli bir iş olması nedeniyle bu süreçte ölçülecek özelliğin ve ölçülecek bu özelliğe uygun bir birimin seçilmesi son derece önemlidir (Baykul, 2014; Grant ve Kline, 2003; Stephan ve Clements, 2003). Dolayısıyla alan ölçme, sınırlı bir düzlemin aynı tür ve uygun ölçü biriminden kaç tanesiyle kaplanacağını belirleme işidir (Fauzan, 2002; Reynolds ve Wheatley, 1996). Lesh ve Lehrer'e (2003) göre ilköğretim düzeyinde alan ölçme konusunun öğretiminde, geometrik şekillerin alan ölçüsünü belirlemede alan formüllerinin oluşturulması ve uygulanması temel amaçlardan biridir. Ayrıca alan ölçümü konusu matematiğin bazı konuları için önkoşul niteliğinde olduğundan alan ölçümü kavramının anlaşılması öğrencilerin matematiğin diğer alanlarındaki anlayışlarını da etkilemektedir (Cavanagh, 2008). Nitekim Battista (2004) öğrencilerin hacim ölçmeyi anlayabilmesi için ön koşul olarak alan ölçmeyi anlaması gerektiğini ifade etmiştir.

1.4. Alan Ölçümüyle İlgili Yaşanılan Güçlükler

Ölçme alanındaki alanyazın incelendiğinde, genel olarak öğrencilerin ölçme ile ilgili kavramları anlamada, bu kavramları ilişkilendirmede ve problem çözme sürecine dâhil etmede sıkıntılar yaşadıkları görülmektedir. Öğrencilerin alan, çevre ve hacim gibi kavramların anlamlarını bilmeden ezbere öğrenilen formüller ile sonuca ulaşmaya çalıştıkları görülmektedir (Chappell ve Thompson, 1999; Clements ve Stephan, 2004;

Grant ve Kline, 2003; Martin ve Strutchens, 2000). Benzer şekilde, öğretmen adaylarının da kavramsal ve ilişkisel bir anlayıştan ziyade formül ile sonuca ulaşmaya dayalı bir anlayışa sahip oldukları görülmektedir (Akkuş vd., 2018). Ayrıca alan ve çevre kavramlarının öğrencilerin en çok hata yaptıkları ve anlamada zorlandıkları kavramlar olduğu sonucuna ulaşılmıştır (Chappell ve Thompson, 1999; Woodward ve Byrd, 1983). Dolayısıyla öğrencilerin alan ölçme konusunda yaşadığı zorluklarda öğretmenlerin payının bulunduğu ifade edilebilir. Çünkü öğretmenin sahip olduğu herhangi bir bilgi eksikliği, öğrencilerinde konuyu öğrenmesini olumsuz şekilde etkileyecektir. Bu yüzden öğrencilerin matematik başarıları üzerinde öğretmenlerin konu alan bilgileri önemli bir etkidir (Dede ve Dursun, 2004).

Alan ölçme konusunda yapılan araştırmalar, öğrencilerin alan ölçme konusuna yönelik başarıları (Şişman ve Aksu, 2009), öğretimi (Çavuş Erdem, 2018; Hacıömeroğlu ve Apaydın, 2009; Tomooğlu, 2017; Yıldırım Yakar ve Albayrak, 2019), konu bilgisi (Akkuş vd., 2018; Chappell ve Thompson, 1999; Huang ve Witz, 2013), kavram yanılgısı (Dağlı, 2010) ve alan kavramının önemi (Chappell ve Thompson, 1999; Kamii ve Kysh, 2006; Moreira ve Contente, 1997) üzerine yoğunlaşmaktadır.

1.5. Amaç

Bu tez çalışması, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dikdörtgenin alanıyla ilgili anlayışlarını ve dikdörtgenin alanını hesaplamayı gerektiren problemlerde orantısal akıl yürütme becerilerini nasıl kullandıkları ile orantısal akıl yürütme bilgi kaynaklarını kullanma becerilerini ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır.

1.6. Önem

Öğrencilerin alan ölçümü konusunda kavram yanılıgısına sahip oldukları ve alan ölçümü konusunu anlamlandırma düzeylerinin düşük olduğu birçok araştırma ile ortaya konulmuştur (Huang ve Witz, 2013; Kamii ve Kysh, 2006; Olkun vd, 2014; Şişman ve Aksu, 2011; Zacharos, 2006). Öğretmen adaylarının da alan ölçümü konusunda kavramsal ve ilişkisel bir anlayışa sahip olmadıkları görülmektedir (Akkuş vd., 2018). Dolayısıyla öğrencilerin kavram yanılıgılarının olmaması için, öncelikle öğretmen adaylarının o kavramı anlamaları ve kavramlar arası ilişkileri görebilmeleri gerekmektedir.

Orantısal akıl yürütmenin en önemli göstergesi çarpımsal ilişkilerin fark edilmesi olup alan ölçümü konusu da çarpımsal ilişkileri anlamayı içermektedir. Dolayısıyla, bu konunun öğrenilmesi bireylerin orantısal akıl yürütme becerileri ile ilişkilidir (Taylor ve Jones, 2009). Yapılan çalışmalar çarpımsal ilişkinin öğrenciler için oldukça zor bir beceri olduğunu, öğretmen ve öğretmen adaylarının da öğrenciler ile benzer zorluklar yaşadıklarını göstermektedir (Arıcan, 2019). Alan yazın incelendiğinde öğrencilerin alan ölçümünü anlamaları ile orantısal akıl yürütme becerileri arasındaki ilişkiyi inceleyen çok fazla çalışma bulunmamaktadır. Orantısal akıl yürütme becerilerinin alan ölçümü alanındaki kritik rolü nedeniyle, bu ilişkinin derinlemesine araştırılmasına ihtiyaç vardır.

1.7. Araştırma Soruları

1. İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dikdörtgenin alanına yönelik anlayışları nasıldır?
 - a) İlköğretim matematik öğretmen adayları dikdörtgenin alanını hesaplamayı gerektiren problemlerde orantısal akıl yürütme becerilerini nasıl kullanmaktadırlar?

- b) İlköğretim matematik öğretmen adayları dikdörtgenin alanını hesaplamayı gerektiren problemlerde orantısal akıl yürütme bilgi kaynaklarından hangilerini kullanmaktadırlar?

2. KURAMSAL ÇERÇEVE

2.1. Orantısal Akıl Yürütme

Orantısal akıl yürütme becerisi somut işlemler düzeyinden soyut işlemler düzeyine geçişi işaret eden önemli bir aşamadır (Beth ve Piaget, 1966). MEB Talim Terbiye Kurulu tarafından hazırlanan matematik öğretim programları incelendiğinde altıncı sınıfta ‘oran’ kavramına giriş yapılmıştır. Altıncı sınıf öğrencilerinin 12 yaş civarında olması soyut işlemler dönemine geçerek orantısal akıl yürütme becerisine sahip olabileceklerini göstermektedir. Yedinci sınıf öğrencisi ise birbirine oranı verilen iki çokluktan biri verildiğinde diğerini bulmayı öğrenerek orantı konusu ile karşılaşır. İki çokluğun orantılı olup olmadığına karar vermeyi, orantı sabitini, doğru ve ters orantıyı öğrenirler (MEB, 2018).

Tezin bu bölümünde oran, orantı, doğru orantı, ters orantı ve orantısal akıl yürütme kavramları açıklanacaktır.

2.1.1. Oran Kavramı

İki çokluğun birbirine bölünerek karşılaştırılmasına oran denir ve a , b iki doğal sayı, $b \neq 0$ olmak üzere a 'nın b 'ye oranı $a : b$, $\frac{a}{b}$ veya a/b şeklinde gösterilir (MEB, 2018, s. 66). Matematikte oran kavramının tanımını, araştırmacılar türlü şekillerde ifade etmişlerdir (Lamon, 1989; Thompson 1994; Vergnaud, 1988). Vergnaud (1988), oranı aynı birime ve aynı yapıya sahip iki çokluk arasındaki ilişki olarak ifade etmiştir. Thompson (1994), oranı farklı ölçme uzaylarına ait iki büyüklüğün çarpımsal olarak karşılaştırılmasıyla ulaşılan bir ölçüm olarak ifade etmiştir. Lamon (1989), oranın iki büyüklüğün bölümü olarak

gösterildiğini, bağıl büyüklüğün soyut gösterimini aktaran karşılaştırmalı bir indeks olduğunu ifade etmiştir. Ayrıca oranın; aynı birimli çoklukların karşılaştırılması şeklinde ifade edilebileceği gibi (örneğin, limonatada limon suyunun hacmi ile suyun hacmi karşılaştırılması şeklinde ölçme uzaylarının aynı olduğu büyüklükler), oranın farklı birimli iki büyüklüğü (örneğin, otoyolda araba saatte 90 kilometre hız yapar açıklamasında arabanın hızıyla geçen süre karşılaştırılır) karşılaştırılabileceğini söylemiştir. Vergnaud (1988) ve Thompson (1994)'ün oran kavramıyla ilgili yapmış oldukları tanımlar incelendiğinde; Vergnaud'un (1988) oran kavramının tanımını birimsiz şekilde ifade ettiğini, Thompson'ın (1994) ise birimli şekilde ifade ettiği görülmektedir.

Freudenthal'a (1983) göre iki veya daha fazla nicelik karşılaştırılırken üç farklı yol uygulanır:

1) Bir bütünün kendi parçasıyla olan oranı: Parçanın ait olduğu bütün ile ilişkisini ifade eder. Örneğin, bir sınavdaki doğru cevaplandırılan soruların sayısının sınavdaki toplam soru sayısına oranı. Parça-bütün oranlarına; kesirler, olasılık ve yüzdeler konusu örnek olarak da verilebilir.

2) Bir parçanın ilişkili olduğu başka bir parçayla olan oranı: Aynı bütünün farklı olan parçalarıyla veya farklı bütünlerin parçalarının birbirleriyle ilişkisini gösterir. Örneğin, sınavdaki yanlış cevaplandırılan soruların sayısının doğru soru sayısına oranı; 1. kutudaki mavi renkli bilyelerin sayısının 2. kutudaki kırmızı renkli bilyelerin sayısına oranı.

3) Bir parçanın dolaylı şekilde ilişkisi olduğu başka bir parçayla olan oranı: Dolaylı olarak ilişkisi olan iki çokluğun ya da ölçümün birbirine bölümü sonucunda oluşan oranı gösterir. Birimli orandaki bölme işleminin sonucunda elde edilen yeni birimdir. Örneğin, gidilen yolun uzunluğunun geçen zamana oranının (km/sa) hızı vermesidir. Bu oranın sonucunda bulduğumuz hız birimli bir orandır.

2.1.2. Orantı Kavramı

Eşdeğer iki oranın belirttiği ifadeye orantı denir. $\frac{a}{b}$ ve $\frac{c}{d}$ eşdeğer iki oran olduğuna göre, bu iki oranın oluşturduğu orantı $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ veya $a \cdot d = b \cdot c$ biçiminde yazılır. Bu ifadedeki a, b, c ve d'ye orantının terimleri adı verilir (Baykul, 2014). $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ orantısını a: b = c: d şeklinde de yazabiliriz. Burada a ve d terimleri dışlar, b ve c terimleri içler olarak isimlendirilir. Orantı sorularının çözümünde öğrenciler tarafından en çok kullanılan metot olan içler dışlar çarpımı metodu $a \cdot d = b \cdot c$ eşitliği kullanılarak yapılır.

Örneğin sabit hız ile giden bir araç 3 saniyede 100 metre gitmekte ise bu araç, 6 saniyede 200 metre, 9 saniyede 300 metre yol gider. Burada geçen sürenin yola oranları $\frac{3 \text{ sn}}{100 \text{ m}} = \frac{6 \text{ sn}}{200 \text{ m}} = \frac{9 \text{ sn}}{300 \text{ m}} = \dots$ şeklindedir.

2.1.3. Doğru Orantı

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda artıyorsa ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda azalıyorsa bu iki çokluk doğru orantılıdır ya da kısaca orantılıdır denir. Diğer bir ifadeyle iki çokluğun aldığı değerlerin oranı sabit bir k reel sayısına eşitse bu nicelikler doğru orantılıdır denir. Bu ilişki $\frac{x}{y} = k$ şeklinde gösterilir. Örneğin, “Bir fabrikada 5 saatte 20 televizyon üretilmektedir. Buna göre 7 saatte kaç televizyon üretilir?” sorusu doğru orantı içermektedir.

$$\frac{\text{Geçen saat}}{\text{Televizyon sayısı}} = \frac{1}{4} = \frac{5}{20} = \frac{7}{28} = \frac{10}{40} = \dots$$

2.1.4. Ters Orantı

İki çokluktan biri artarken diğeri de aynı oranda azalıyorsa ya da biri azalırken diğeri de aynı oranda artıyorsa bu iki çokluk ters orantılıdır denir. x ve y ters orantılı iki nicelik olmak üzere bu niceliklerin çarpımı sonucu oluşan sabit sayıya ters orantı sabiti

denir. Ters orantı $y = \frac{k}{x}$ veya $y \cdot x = k$ (k orantı sabiti) olarak gösterilir. Örneğin, “2 traktör bir tarlayı 36 saatte sürüyorsa aynı tarlayı aynı güçteki 3 traktör kaç saatte sürer.” sorusu ters orantı içermektedir.

$$(\text{Traktör sayısı}) \times (\text{Geçen saat}) = k \text{ (sabit değer)}$$

$$2 \text{ traktör} \times 36 \text{ saat} = 72 \text{ (} k = 72 \text{)},$$

$$3 \text{ traktör} \times 24 \text{ saat} = 72 \text{ (} k = 72 \text{)}$$

2.1.5. Orantısal Akıl Yürütme

Matematikselsel akıl yürütmenin önemli bileşenlerinden bir tanesi orantısal akıl yürütmedir. Orantısal akıl yürütme, kendi içinde değişim ilişkisini ve çarpımsal karşılaştırmayı bulunduran bir sistemdir (Lesh vd., 1988). Orantısal akıl yürütmenin matematikle olan ilişkisi, $y = k \cdot x$ (doğru orantılı ilişki) ya da $x \cdot y = k$ (ters orantılı ilişki) fonksiyonuyla temsil edilebilir. Değişmeyen sabit değer k değeridir (Cai ve Sun, 2002). Aralarında doğrusal ilişki bulunan iki değişken için kullanılan akıl yürütme şeklidir (Behr vd., 1983). Aynı ya da farklı ölçme uzaylarındaki çoklukların karşılaştırılabilmesidir (Lesh vd., 1988). Orantısal düşünme, verilen çokluklar arasında karşılaştırma yapabilmeyi ve karar verebilmeyi de içermektedir. Buradan orantısal düşünmenin, oran ve orantıyı da içinde barındıran kapsamlı bir matematikselsel düşünme sistemi olduğu söylenebilir (Lesh vd., 1988). Orantısal akıl yürütme, oran ve orantı kavramlarının anlaşılmasından daha ileri bir zihinsel beceridir. Oranları karşılaştırılabilme ve bu karşılaştırılan oranlardan eşdeğer oranlar elde edilebilme yeteneğidir, başka bir deyişle eşdeğerlik ilişkisidir. Zihinsel olarak yalnızca çoklukların değil bunun yanında farklı bilgiler arasındaki ilişkinin kurulmasını ve nitelikselsel düşünmenin yanı sıra nicel düşünmeyi de gerektirir (Baykul, 2009). Orantısal durumlarda öğrencilerin toplama işlemi yaparak akıl yürütmelerinin yerini çarpımsal akıl

yürütme alır (Baxter ve Junker, 2001). Oran-orantı sorularında ilköğretim öğrencilerinin çoğunluğu $a : b = c : d$ şeklinde verilen orantıyı çözmek için içler dışlar çarpımı metodunu kullanırlar. Öğrencilerin bu şekildeki durumlarda, orantısal akıl yürütme kullanarak çözüme ulaştıkları söylenemez. Burada kullanılan yöntem ezberdedir. Orantısal akıl yürütme, ilköğretimde kesirler konusuyla başlamakta ve öğrencilerin ileriki öğrenimlerinde de devam etmektedir. Orantısal akıl yürütme becerisiyle öğrenciler değişkenler arasındaki ilişkiyi kurabilmeli, değişkenlerden orantısal olanları orantısal olmayanlardan ayırt edebilmeli ve orantısal durumda olan değişkenler arasındaki çarpımsal özelliği keşfedebilmelidir.

Çokluklar arasındaki çarpımsal ilişki, orantısal akıl yürütmenin temel özelliğidir. Örneğin, “4 gofretin fiyatı 5 TL ise 16 gofretin fiyatı nedir?” sorusunu inceleyelim. Soruda gofret sayısı dört katına çıktığı için fiyatının da dört katına çıkması gerektiğinin belirtilmesi ve çözüm aşamasında çokluklar arasındaki çarpımsal ilişkinin dikkate alınması, orantısal akıl yürütmenin bir örneğidir. Durumlar arasındaki bu farkı anlamak orantısal akıl yürütmenin bir göstergesidir (Van De Walle vd., 2014).

Orantısal akıl yürütme becerisi alanyazında, bilinmeyen değeri bulma, sayısal karşılaştırma ve niteliksel akıl yürütme problemleri olmak üzere üç tür problem ile karşılaşılmaktadır (Cramer ve Post, 1993; Pişkin-Tunç, 2016). Bu problem türleri aşağıda açıklanmıştır.

Bilinmeyen Değer Problemleri: Bu tür problemlerde aralarında orantısal ilişki bulunan dört sayısal değerden üçü verilerek bilinmeyen bulunması istenir (Pişkin-Tunç, 2016).

Sayısal (nicelik) Karşılaştırma Problemleri: Bu tür problemlerde verilen ya da hesaplanan iki oran arasında karşılaştırma yapılması beklenir. Sonuçta sayısal bir cevap beklenmez (Pişkin-Tunç, 2016).

Niteliksel Akıl Yürütme Problemleri: Bu tür problemlerde öğrencilere sayısal değerler verilmeksizin onlardan orantıyı anlamaları ve karşılaştırmalar yapmaları beklenir (Cramer ve Post, 1993).

Öğrencilerin orantısal akıl yürütme konusundaki problem çözme stratejilerini inceleyen araştırmalarda bazı stratejiler ortaya konulmuştur (Cramer ve Post, 1993; Tourniaire ve Pulos, 1985). Bu stratejiler aşağıda açıklanmıştır.

Birim oran stratejisi: Bu strateji birim miktarlar bulunarak daha sonra istenilen miktar ile çarpma işlemi yapılarak sonuca ulaşılmasını gerektirir (Cramer ve Post, 1993). Bu stratejinin en önemli noktası birim miktara ulaşmaya çalışmaktır. “Kaç?” sorusuna cevap aranarak oranlar arasında karşılaştırma yapılır.

Değişim çarpanı stratejisi: Bu strateji, eldeki veriler dikkate alınarak bu verilerin birbirine eşitlenmesini ya da yakınlaştırılmasını sağlayacak değişim çarpanının belirlenip küçük olan veriyle değişim çarpanının çarpılması sonucu iki veri arasında karşılaştırmanın yapıldığı strateji türüdür (Cramer ve Post, 1993; Cramer vd., 1993; Bart vd., 1994).

Denk kesirler stratejisi: Bu stratejide iki kesrin pay ve paydaları arasındaki kat miktarı kullanılarak bilinmeyen bulunur (Bart vd., 1994; Cramer ve Post, 1993; Cramer vd., 1993). Oranlar denk kesir olarak adlandırılır. Sonuca, verilen kesre denk bir kesir oluşturularak ulaşılır.

İçler Dışlar Çarpımı Stratejisi: Bu stratejide, denk iki kesirden birincinin payı ile ikincinin paydasının; birincinin paydası ile ikincinin payının çarpılarak birbirine eşitlenmesiyle bilinmeyen değere ulaşılır (Cramer ve Post, 1993; Lesh vd., 1988). $a : b = c : d$ orantısında b ile c içler iken a ile d dışlar olarak adlandırılır. İçler dışlar çarpımı stratejisi en fazla kullanılan problem çözme stratejisi olmasına rağmen orantısal akıl yürütme becerisinin en az kullanıldığı stratejidir (Post vd., 1988). Çünkü orantı yalnızca iki terimin

eşitlenmesiyle bilinmeyen değerin bulunması olarak düşünülmemelidir. MEB İlköğretim 6–8. sınıflar matematik öğretim programında yer alan “Orantı, orantılı olan verileri fark edip bunları denklemlerle, grafiklerle, sayılarla ve tablolarla ilişkilendirmeyi gerektirir” (MEB, 2018, s. 8) ifadesi dikkat çekicidir.

Denklik sınıfı stratejisi: Bu stratejide, problemde elde edilen orana denk kesirler üretilerek doğru cevap bulunur (Bart vd., 1994). Oran çiftleriyle $\frac{3}{5} = \frac{6}{10} = \frac{12}{20}$ şeklinde denk sınıflar oluşturarak istenen oran bulunur.

Alanyazında öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri ile ilgili çalışmalar (örneğin, Cramer ve Post, 1993) olduğu gibi öğretmenlerin orantısal akıl yürütme becerilerini gösteren çalışmalarda mevcuttur. Örneğin, Weiland vd. (2021) öğretmenlerin orantısal akıl yürütmelerinin ne kadar gelişmiş olduğunun anlaşılması için 10 başlıktan oluşan bir teorik çerçeve ve akıl yürütmelerin gelişmişliğine işaret eden 19 bilgi kaynağı sunmuşlardır. Bilgi kaynakları, parça-parça bilgi (knowledge-in-pieces) epistemolojik bakış açısı takip edilerek tanımlanmış bir kavram olup bireylerin bir durumu veya olayı açıklarken yararlandığı bilginin tane boyutundaki öğeleri olarak ifade edilmektedir (Izsák, 2005). Bilgi kaynakları, karmaşık bilgi sistemlerini oluşturan bileşenlerdir ve bireylerin yerleşik anlayış ve sezgilerinden oluşabilirler (Brown vd., 2020). Weiland vd. (2021) öğretmenler ile yapmış oldukları çalışmada belirledikleri teorik çerçeve ve akıl yürütmelerin gelişmişliğine işaret eden bilgi kaynakları Tablo 2.1’de verilmiştir.

Tablo 2.1. Öğretmenlerin orantısal akıl yürütmelerinin anlaşılması için teorik çerçeve ve bilgi kaynakları (Weiland vd., 2021, p. 195).

Teorik Çerçeve		Bilgi Kaynağı	Operasyonel Tanım
Uygunluk (Appropriateness)	Tüm durumlar orantılı değildir. Bu nedenle, verilen bir	Orantılı Durum (Proportional situation)	Verilen bir durumun orantısal akıl yürütmeyi içerip içermediğini fark eder. Örneğin, iki benzer dikdörtgenin karşılık gelen kenarlarının uzunlukları arasında

	durumun matematiksel yapısına dayalı orantısal akıl yürütmeyi kullanmak için uygun olup olmadığını belirlemek gerekir.		orantısal bir ilişki olduğunu fakat alanları arasındaki ilişkinin orantısal olmadığını fark etme.
Akıl Yürütme (Reasoning)	Orantısal ilişkiler hakkında akıl yürütebilme.	Paylaştırma ve Döşeme (Partitioning and tiling)	Bir bütünü eşit boyutta parçalara böler. Örneğin, verilen bir geometrik şeklin alanını birim kareler yardımıyla hesaplama.
		Göreceli Düşünme (Relative thinking)	Bir niceliğin kendisine veya başka bir niceliğe göre değişimi hakkında çarpımsal akıl yürütme. Örneğin, bir bebek ve yetişkin her ikisi de son 1 ayda 2 kg alsınlar. Her iki kişinin orijinal ağırlıkları düşünüldüğünde bebeğin daha fazla kilo aldığını düşünme şekli göreceli düşünmedir.
		Büyütme/Küçültme (Scaling up/down)	Bir orandan diğerine ulaşmak için çarpmayı/bölmeyi kullanır. Örneğin, $\frac{2 \text{ bardak su}}{3 \text{ bardak un}}$ oranında her iki niceliği 5 ile çarparak $\frac{10 \text{ bardak su}}{15 \text{ bardak un}}$ oranını elde etme.
		Birim Oran (Unit rate)	Niceliklerden birinin 1 birimi için diğer niceliğin aldığı miktarı belirleyebilme. Örneğin, $\frac{2 \text{ bardak su}}{3 \text{ bardak un}}$ oranında birim oran $\frac{2}{3} \text{ bardak su}$ / 1 bardak un olur.
Yapı (Structure)	Orantısal durumlarda matematiksel yapılar vardır ve bu yapıların anlamlandırma ve problem çözmede kullanılması önemlidir.	Sabit Oran (Constant ratio)	İki miktar arasındaki değişmez çarpımsal ilişkinin farkına varma. Örneğin, $\frac{2 \text{ bardak su}}{3 \text{ bardak un}}$ oranında iki nicelik arasında her zaman $\frac{2}{3} \text{ bardak su}$ / 1 bardak un oranı olup bu ilişki miktarlar değişse de sabit kalır.
		Kovaryans (Covariance)	Bir nicelik değişirken diğer niceliğin de değişmesi. Örneğin, x ve y nicelikleri 2:3 oranını belirtsinler. Oranın sabit kalması için x iki katına çıkınca y'nin de iki katına çıkması gerekir.
		Birim Oran (Unit rate)	Niceliklerden birinin 1 birimi için diğer niceliğin aldığı miktarı belirleyebilme. Örneğin, $\frac{2 \text{ bardak su}}{3 \text{ bardak un}}$ oranında birim oran $\frac{2}{3} \text{ bardak su}$ / 1 bardak un olur.
		Denklik (Equivalence)	Orantıyı, oranlar veya kesirler arasındaki eşitlik ilişkisi olarak tanımlama. Örneğin,

			$\frac{2 \text{ bardak su}}{3 \text{ bardak un}} = \frac{4 \text{ bardak su}}{6 \text{ bardak un}} = \dots$ denkliği gösterir.		
		Kural (Rule)	Sözlü veya yazılı olarak belirtilen bir kuralı paylaşma. Örneğin, $\frac{2 \text{ bardak su}}{3 \text{ bardak un}}$ oranında kural $un = \frac{3}{2} su$ dur.		
Miktarların Karşılaştırılması (Comparison of Quantities)	Oran, iki niceliğin karşılaştırılmasıdır.	Miktarların Karşılaştırılması (Comparing quantities)	Oranı iki niceliğin karşılaştırılması şeklinde ifade etme. Örneğin, limon suyu ile su karışımı 2:3 oranındadır.		
Soyutlanabilir Miktar (Abstractable Quantity)	Bir oranda, iki niceliğin arasında kendi başına var olan üçüncü bir niceliğin ortaya çıkmasına neden olan sabit bir ilişki vardır.	Kümelere (Batches)	İki niceliğin birlikte oluşturduğu yeni birim. Örneğin, bir limonatada limon suyu ve su 2:3 oranında karışsın. Burada, 5 bardak limonatada 2 bardak limon suyu ve 3 bardak su bir küme oluştururken; 10 bardak limonata 4 bardak limon konsantresi ve 6 bardak su başka bir küme oluşturur.		
		Ölçü Olarak Oran (Ratio as measure)	Oranı ölçü birimi olarak kullanma. Limon suyu ile su karışımının 2:3 oranında olması limonatanın ekşiliğini belirtir.		
		Çarpıtma (Distortion)	Benzerliğin korunması için var olan oranın değişmemesi gerekir. Örneğin, iki dikdörtgen benzer ise kenarları oranı sabit kalmalıdır. Şekli çarpıtmak bu oranı değiştirip benzerliği bozacaktır.		
Çarpımsal (Multiplicative)	Orantı, ölçüleri biri diğerinin katı olan sabit bir ilişki içinde olan iki niceliği temsil eder. Yani orantı, çarpımsal bir karşılaştırmayı temsil eder.	Çarpımsal Karşılaştırma (Multiplicative comparison)	Nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiyi açıklar. Örneğin, bir limonatada su miktarı limon suyu miktarının $\frac{3}{2}$ katı veya limon suyu miktarı su miktarının $\frac{2}{3}$ 'ü kadardır.		
		Göreceli Düşünme (Relative thinking)	Bir niceliğin kendisine veya başka bir niceliğe göre değişimi hakkında çarpımsal akıl yürütme. Örneğin, bir bebek ve yetişkin her ikisi de son 1 ayda 2 kg alsınlar. Her iki kişinin orijinal ağırlıkları düşünüldüğünde bebeğin daha fazla kilo aldığı düşünme şekli göreceli düşünmedir.		
Değişken Parçalar (Variable Parts)	Orantısal durumlar boyutları değişken olan sabit sayıda parçalar olarak düşünülebilir.	Değişken Parçalar (Variable parts)	Birimleri veya boyutları değişen sabit sayıda grup (Beckmann & Izsák, 2015). Limonata örneğinde her 2 parça limon suyu için 3 parça su vardır. Oran 4:6 ya genişletilirse yine limon için 2 parça ve su için 3 parça olup parça büyüklükleri 2'ye çıkar. Limon <table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>2</td> <td>2</td> </tr> </table> Su	2	2
2	2				

			2	2	2	
Kesir-Oran İlişkisi (Fraction/Ratio Relationship)	Oranların ve kesirlerin bazı belirgin farklılıkları ve benzerlikleri vardır. Bu da her birinin farkına varmayı ve uygun olduğunda birinden diğerine nasıl çevrileceğini bilmeyi önemli kılar.	Oran ≠ Kesir (Ratios≠Fractions)	Oran ve kesrin farklı olduğunu açıklar. Kesir; parça-bütün ilişkisi ve bir miktar belirtir. Oran; parça-parça veya parça-bütün, ilişki belirtirken miktar belirtmez. Gösterimleri benzerdir.			
		Oran Parça: Parça / Parça: Bütün (Ratio is P:P/P:W)	Parça: Parça	Bir sınıfta erkeklerin sayısının kız sayısına oranı parça-parça ilişkisine örnektir.		
			Parça: Bütün	Bir sınıfta erkeklerin sayısının toplam sınıf sayısına oranı parça-bütün ilişkisine örnektir.		
		Çarpımsal Karşılaştırma (Multiplicative comparison)	Nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiyi açıklar. Örneğin, bir limonatada su miktarı limon suyu miktarının 3/2 katı veya limon suyu miktarı su miktarının 2/3'ü kadardır.			
Çoklu Temsil (Multiple Representation)	Orantısal akıl yürütmeyi destekleyen, görsel (örn: çift sayı doğrusu, oran tabloları, şerit diyagramı, vb.) ve sembolik (örn: kesir, ondalık sayı, yüzde) çoklu temsiller vardır.	Paylaştırma ve Döşeme (Partitioning and tiling)	Bir bütünü eşit boyutta parçalara böler. Örneğin, verilen bir geometrik şeklin alanını birim kareler yardımıyla hesaplama.			
		Sembolik Temsiller İle Akışkanlık (Fluidity with symbolic representation)	Sembolik temsiller arasında anlamlı olarak hareket etme. Örneğin, a: b, a/ b = c/ d, y/x = k ve y*x = k gibi sembollerin anlamını bilme ve bunları akıl yürütme sırasında kullanabilme.			
		Kural (Rule)	Sözlü veya yazılı olarak belirtilen bir kuralı paylaşma. Örneğin, $\frac{2 \text{ bardak su}}{3 \text{ bardak un}}$ oranında kural $un = \frac{3}{2} su$ dur.			
Bağlantılar (Connections)	Orantısal akıl yürütme matematikteki diğer konular ile anlamlı olarak bağlantılıdır (örn: benzerlik, ölçek faktörü, yüzde, eğim, vb.)	Yatay Alan Bilgisi (Horizon knowledge)	Orantının ötesindeki matematiğe ait bilgi. Örneğin, orantı ile doğrusal denklemler arasındaki ilişkiyi fark etme ve y ile x arasındaki oranın doğrunun eğimini verdiğini tespit etme.			
		Çarpıtma (Distortion)	Benzerliğin korunması için var olan oranın değişmemesi gerekir. Örneğin, iki dikdörtgen benzer ise kenarları oranı sabit kalmalıdır. Şekli çarpıtmak bu oranı değiştirip benzerliği bozacaktır.			

Weiland vd. (2021) öğretmenler ile yapmış oldukları çalışmada akıl yürütmelerin gelişmişliğine işaret eden bilgi kaynaklarından biri “Oran” olup “parça: parça / parça: bütün” olarak ikiye ayrılmıştır. Bu tez çalışmasında dikdörtgenlerin alanını hesaplamayı gerektiren problemlerde orantısal akıl yürütme becerilerini nasıl kullandıklarını tespit

etmek amacıyla farklı dikdörtgenler verilmiştir. Verilen dikdörtgenlerin kenar uzunlukları farklı olup bu farklılıklar üzerinden akıl yürüteceklerinden dolayı “Oran” bilgi kaynağını “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Kendi İçinde Oran” olarak ikiye ayrılması uygun görülmüştür.

2.2. Alan Ölçme

Geometrinin var oluşunun ve gelişiminin başlangıç noktası, uzunluk ve alan gibi miktarlar arasında karşılaştırma olarak varsayılan ölçme sürecidir (Fowler, 1987). Ölçme, insanların çevresinde var olan varlık, eşya, nesnelere tanıma ve bunlar arasındaki farklılıkları anlama merakı ile oluşmuştur. Kişiler günlük yaşantılarında bilerek ya da bilmeyerek ölçmeyi çok kullanırlar (Albayrak, 2010). Geometrik bir şeklin bir miktarla kıyaslandığı alan ölçme, okul matematiğinde önemli bir öğrenme alanıdır. Ayrıca alan ölçüsünü belirlemede alan formüllerinin oluşturulması ve uygulanması ilköğretim düzeyinde alan ölçme konusunun öğretiminde temel amaçlardan biridir (Lesh ve Lehrer, 2003).

Alan, sınırlı bir bölgenin yüzeyini kaplayan belirli bir miktardır (Baturo ve Nason, 1996). Alan ölçme ise bu miktarı belirleme işidir ve belirlemede ölçme aracının yani birimin anlaşılması önemlidir. Ölçme, sonucun elde edilişi yönünden süreç temelli bir iş olması nedeniyle bu süreçte ölçülecek özelliğin ve ölçülecek bu özelliğe uygun bir birimin seçilmesi son derece önemlidir (Baykul, 2014; Grant ve Kline, 2003; Stephan ve Clements, 2003). Dolayısıyla alan ölçme, sınırlı bir düzlemin aynı tür ve uygun ölçü biriminden kaç tanesiyle kaplanacağını belirlenmesi işidir (Fauzan, 2002; Reynolds ve Wheatley, 1996).

Reynolds ve Wheatley (1996), bir bölgenin ölçüsünün belirlenmesi için bu bölgenin genellikle birim kare gibi daha küçük birimlerle karşılaştırıldığını ve bir bölgenin sayıyla ifade edilmesinin en az dört varsayımı gerektirdiğini açıklamaktadırlar. Bunlar, iki boyutlu

uygun bir yüzeyin birim olarak seçilmesi, eş bölgelerin alanlarının eşitliği, bölgelerin çakışmaması ve son olarak birleşmiş iki bölgenin alanının bu bölgelerin alanlarının toplamına eşit olmasıdır. Alan ölçmenin öğrenilmesinde parçalama, tekrarlayan birim, alan korunumu ve birimlerden bir dizi oluşturma gibi en az dört tane temel niteliğinde kavram gereklidir (Stephan ve Clements, 2003). Hirstein vd.'ne (1978) göre de öğrencilerin ölçmeye yönelik kavram yanlışlarına sahip olmaması için etkinlik çalışmalarında özellikle birim ve birimin yüzey kaplama özelliğinin olduğunun vurgulanması gerekir. Çünkü öğrenciler neyi saydıklarını bilme ihtiyacı hissederler.

Öğrenciler ayrıca bir şekli parçalayıp farklı şekil yapmak için tekrar parçaları bir araya getirdiğinde, alanın değişmediğini algılayabilmelidir. Bu iki kavramın dikkate alınması öğrencilerin alana ilişkin kavram yanlışlarını ortadan kaldıramadığı oldukça yararlı olacaktır. Buna rağmen matematik eğitimi alanındaki araştırmalar, düzlemsel şekillerin alan ölçümünde kullanılan yöntemlere ilişkin öğrencilerin kavrama düzeyinin genellikle düşük seviyede olduğunu ortaya koymaktadır (Zacharos, 2006).

3. ALANYAZIN TARAMASI

3.1. Orantısal Akıl Yürütme

Matematiksel akıl yürütmenin bir çeşidi de orantısal akıl yürütmedir (Umay, 2003). Orantısal akıl yürütme, toplamsal ilişkilerden ziyade çarpımsal ilişkileri anlama yeteneği ile başlar (Van de Walle, vd., 2014). Matematiksel olarak, toplamsal durumlar " $f(x) = x + a$ " şeklinde ifade edilirken, çarpımsal durumlar ise " $f(x) = bx$ " olarak ifade edilmektedir (Van Dooren, vd., 2010). Örneğin, *İki kardeşten büyük olan 12 yaşında iken küçük olan 8 yaşındadır. Büyük kardeş 16 yaşına geldiğinde küçük kardeş kaç yaşında olur?* şeklindeki soruların belirttiği durumlar toplamsaldır. Küçük kardeşin yaşını bulmak için iki nicelik arasındaki farkın bulunması ve küçük kardeşin yaşına bu farkın eklenmesi gerekir.

Dolayısıyla, öğrencilerin toplama ve çıkarma işlemlerini yapabilmeleri ve cevabı bulabilmeleri toplamsal akıl yürütmelerini gerektirir. Diğer yandan, *120 km'lik bir yolu 3 saatte giden bir araç 2 saatte kaç km yol gider?* gibi problem durumları ise çarpımsaldır. Problemden zaman ve yol olarak iki farklı değişken yer almaktadır. Problemi çözmek için çarpma ya da bölme işlemlerinin yapılması gerekir. Bir başka ifadeyle, bu işlemlerin yapılabilmesi çarpımsal düşünme becerisi gerektirmektedir. Alanyazında, bu tarz problem durumları çarpımsal veya orantısal durumlar olarak adlandırılmaktadır (Toluk-Uçar ve Bozkuş, 2016).

Orantısal akıl yürütmenin temelinde oran-orantı konusu yer almaktadır. Çelik ve Özdemir (2011) çalışmasında orantısal akıl yürütme becerisi ile problem kurma becerisi arasında istatistiksel olarak anlamlı bir ilişki olduğunu ortaya çıkarmıştır. Orantısal akıl yürütme becerisi bakımından yetersiz düzeyde olan öğrenciler, çoğunlukla oran orantı problemi kurmakta zorlanmaktadır. Buna karşılık yüksek düzeyde orantısal akıl yürütme becerisine sahip öğrencilerin oran-orantı problemi kurmada daha başarılı oldukları tespit edilmiştir. Orantısal akıl yürütme becerisi ile ilgili yürütülen pek çok çalışmada, öğrencilerin ve hatta öğretmenlerin oran-orantı kavramlarını anlamlandıramamalarına bağlı olarak bu kavramların yer aldığı problemleri çözmede zorluk çektiği görülmüştür (Ben-Chaim vd., 1998). Yaşanılan bu anlamlandırma zorluğunun neticesinde ise öğrencilerin ve hatta öğretmenlerin de orantı problemlerini çözerken anlamdan yoksun, ezberle işlemlerden ibaret olan içler dışlar çarpımı stratejisini kullandıkları görülmüştür (Ben-Chaim vd., 2012; Cramer ve Post, 1993).

Orantısal akıl yürütme becerisi gelişen öğrenci, toplamsal ve çarpımsal niceliklerdeki durum değişikliğini fark edebilmeli ve bağlama göre uygun işlemleri seçebilmelidir (Çetin, 2009). Orantısal akıl yürütme ile ilgili alanyazın incelendiğinde, öğrencilerin toplamsal akıl yürütme ile çarpımsal akıl yürütme arasındaki ilişkiyi

kuramadıkları veya iki durumu ayırt edemedikleri görülmüştür (Ben-Chaim vd., 2012; Çelik ve Özdemir, 2011; De Bock, 2008; Lim, 2009; Mersin, 2018; Toluk-Uçar ve Bozkuş, 2016; Van Dooren vd., 2009). Öğrencilerin bu iki durumu ayırt edememelerine benzer şekilde öğretmen adaylarının da bazı orantısal problemlerin çözümünde, çarpımsal ilişkiler yerine toplamsal ilişkileri kullandıkları, bazı değişkenler arasındaki ilişkilerin orantılı olup olmadığına doğru karar veremedikleri sonucuna ulaşılmıştır (Pişkin-Tunç, 2016). Bu sonuca benzer şekilde Boyacı (2019) tarafından gerçekleştirilen araştırmada, ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının çarpımsal ilişkileri anlama, orantısal ilişkilerdeki yapıları kavrama, orantısal akıl yürütme stratejilerini kullanabilme ve orantısal akıl yürütmede doğru dili kullanamadığı sonucuna varılmıştır.

Orantısal akıl yürütmenin en önemli göstergesi çarpımsal ilişkilerin fark edilmesi olup geometri alanında hacim ve alan ölçümü konuları çarpımsal ilişkileri anlamayı içermektedir (Taylor ve Jones, 2009). Taylor ve Jones (2009) çalışmasında, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerileri ile cisimlerin yüzey alanları ve hacimlerini öğrenebilme yetenekleri arasındaki ilişkiyi araştırmıştır. Araştırma sonucunda, orantısal akıl yürütme testinden başarılı olan öğrenciler, cisimlerin yüzey alanı ve hacmi konusunda ilerleme göstermiştir. Araştırmada bu başarının nedeni olarak, cisimlerin yüzey alanları ve hacimleri arasında çarpımsal ilişkinin orantısal akıl yürütme ile bağlantılı olduğu gösterilmiştir. Orantısal akıl yürütmede çarpımsal ilişkinin gelişimine yönelik, Norton (2005) çalışmasında Lego kullanımının orantısal akıl yürütme becerisi üzerindeki etkisi incelemiştir. İstatistiksel olarak Lego kullanımının orantısal akıl yürütme becerisini geliştirdiği sonucunu bulmuştur. Bu sonucun nedeni olarak, Lego aktivitelerinin parça bütün ilişkilerini anlamayı kolaylaştırdığı ve bu durumun orantısal akıl yürütme için önemli olduğu gösterilmiştir. Bir diğer neden ise, bu aktivitelerin orantısal akıl yürütmenin çarpımsal özelliğini geliştirdiğidir.

Alanyazın taraması sonucunda, öğrencilerin, alan ölçme konusunu anlamada zorluk yaşadıkları, alan ölçümü problemlerinde çoğunlukla formül kullanmayı tercih ettikleri ancak yaptıkları açıklamalardan formülleri kavramsal olarak anlamlandırmada ve verilen duruma uygulamada güçlük çektikleri ortaya çıkmıştır (Chappell ve Thompson, 1999; Güreffe, 2018; Şişman ve Aksu, 2009). Öğrencilerin alan ölçme konusunda sorun yaşamalarının bir sebebi olarak öğrencileri akıl yürütmeye teşvik etmeden genellikle formüllerin ve kuralların ezberletilmesi bulunmaktadır (Akkuş vd., 2018; Chappell ve Thompson, 1999; Grant ve Kline, 2003; Kidman ve Cooper, 1997; Martin ve Strutchens, 2000; Şişman ve Aksu, 2009). Öğretmen adaylarının da alan ölçümü konusunda kavramsal ve ilişkisel bir anlayışa sahip olmadıkları çalışmalarda görülmektedir (Akkuş vd., 2018;). Orantısal akıl yürütme ile ilgili alanyazın incelendiğinde, öğrencilerin toplamsal akıl yürütme ile çarpımsal akıl yürütme arasındaki ilişkiyi kuramadıkları veya iki durumu ayırt edemedikleri sonucuna vardıkları görülmüştür (Ben-Chaim vd., 2012; Çelik ve Özdemir, 2011; De Bock, 2008; Lim, 2009; Mersin, 2018; Toluk-Uçar ve Bozkuş, 2016). Yapılan çalışmalar çarpımsal ilişkinin öğrenciler için oldukça zor bir beceri olduğunu, öğretmen ve öğretmen adaylarının da öğrenciler ile benzer zorluklar yaşadıklarını göstermektedir (Arıcan, 2019). Öğretmenlerin bilgi ve anlamaları öğretimin niteliğinde önemli bir role sahiptir (Ball vd., 2005). Bu bağlamda, öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının kavramlarla ilgili sahip olduğu bilgiler, araştırılması gereken önemli bir konudur. Bu amaca yönelik alanyazında çok fazla araştırmaya rastlanılmamış olup bu yönüyle alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

3.2. Alan Ölçme

Alan ölçme ile ilgili yapılan alanyazın taraması sonucunda öğrencilerin, uzunluk ve alan birimlerinde zorluk yaşadıkları, alan ve çevre hesaplamalarını karıştırdıkları, alan formülünü bilmelerine rağmen bu formülü verilen duruma uygulamada güçlük çektikleri

ve alan korunumuna yönelik bazı problemler yaşadıkları görülmüştür (Chappell ve Thompson, 1999; Dağlı ve Peker, 2012; Woodward ve Byrd, 1983; Şişman ve Aksu, 2009).

Ulusal Eğitimde İlerleme Değerlendirmesi (National Assessment of Educational Progress [NAEP]) ve TIMSS raporları ortaokul öğrencilerinin çoğunlukla ölçme konusunda özellikle birim dönüşümleri ile çevre uzunluğu, alan ve hacim hesaplarını anlamada ve problemleri çözmede oldukça zayıf olduklarını göstermektedir (Thompson ve Preston, 2004). Benzer sonuçların ülkemiz öğrencileri için de geçerli olduğu yapılan çalışmalarla ortaya çıkmaktadır (Dağlı ve Peker, 2012; Koray, vd., 2005; Olkun vd., 2014; Şişman ve Aksu, 2009). Şişman ve Aksu (2009), öğrencilerin verilen şeklin alanını doğru bulmalarına rağmen sonucu alan ölçü birimleri dışındaki birimler kullanarak ifade ettiklerini belirtmektedirler. Alan ve çevre kavramlarının iyi anlaşılması için sadece ölçü birimlerinin birbirine dönüştürülmesi ve formüle dayalı hesaplamaların yapılması yerine öğrencinin zihninde matematiksel kavramlar ve işlem becerilerinin geliştirilmesi ile bu kavramların günlük hayat problemleri içinde sunulması önerilmektedir (Bütüner ve Uzun, 2011; Olkun vd., 2014).

Öğrencilerin birimler konusunda yaşadığı zorluklar alanyazında yer almakta olup öğretmen adaylarına yönelik yapılan çalışmalarda bulunmaktadır. Şimşek ve Boz (2015), sınıf öğretmeni adaylarının uzunluk ölçme konusundaki pedagojik alan bilgilerini öğrenci kavrayışları bağlamında incelemişler ve öğretmen adaylarının uzunluk ölçümünü kavramsal olarak anlayamadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Öğrenme faaliyetlerini düzenleyecek olan öğretmenin, alan ve meslek bilgisinin yeterli olması gerekmektedir. Öğretmenler ve öğretmen adayları öğrencilerin kavram yanlışlarını, hatalarını ve öğrenme güçlüklerini tespit ederek zamanında doğru müdahalelerle yanlış öğrenmelerin önüne geçmelidir. Bu nedenle öğretmen adaylarının öğrencilerin hatalarını tespit edebilmesi için

konu alan bilgilerinin ve konuyu öğretme bilgilerinin yeterli düzeyde olması önemlidir (Gökkurt vd., 2013; Shulman, 1986). Öğretmen adaylarının konu alan bilgilerinin yetersiz olmasının öğrenci zorluklarının tespit edilememesinde etkili olduğunu gösteren çalışmalar (örneğin: Esen ve Çakıroğlu, 2012; Gökkurt, 2014; Usta, 2018; Yeşildere ve Akkoç, 2010) mevcuttur.

Alanyazında öğrencilerin, alan ve çevre hesaplamalarını karıştırdıklarına yönelik çalışmalar yer almaktadır. Dağlı (2010) beşinci sınıf öğrencilerinin çevre ve alan konularına yönelik yaşadıkları kavram yanılgıları ve hatalarını araştırmıştır. Araştırma sonucunda, öğrencilerin alan ve çevre konularını karıştırdıkları ve en çok hatayı geometrik cisimlerin alan hesabına yönelik yaptıkları bulunmuştur. Şişman ve Aksu (2009) ortaokul yedinci sınıf öğrencilerinin alan ve çevre konularındaki başarılarını araştırmış ve öğrencilerin alan ve çevre kavramlarını anlamada ciddi güçlük yaşadıklarını bulmuştur. Kidman ve Cooper (1997) dördüncü, altıncı ve sekizinci sınıf öğrencilerinin dikdörtgenin alanını değerlendirmişler ve sınıf farkı olmaksızın, öğrencilerin yaklaşık %50'sinin dikdörtgenin alanını belirlemek için çevre hesaplamaya ilişkin kuralları kullandığı sonucuna ulaşmışlardır. Bu sonuçlardan yola çıkarak öğrencilerin alan ve çevre kavramları arasındaki farkı tam olarak bilmedikleri söylenebilir (Chappell ve Thompson, 1999; Dağlı ve Peker, 2012; Emekli, 2001; Hirstein vd., 1978; Huang ve Witz, 2013; Moreira ve Contente, 1997; Olkun vd., 2014; Woodward ve Byrd, 1983). Diğer yandan öğretmen adaylarının çevre ve alan konularındaki pedagojik alan bilgilerinin yetersiz olduğu sonucu alanyazında yer almaktadır (Şimşek ve Boz, 2015). Çevre ve alan hesabı konusunun öğretiminde kullanılmak üzere Hacıömeroğlu ve Apaydın (2009) yedinci sınıf öğrencilerine yönelik tangram kullanarak ders planı hazırlamıştır. Bu planda öğrencilerin alan ve çevre kavramlarını karşılaştırarak değerlendirme yapabilecekleri örnek etkinliklere yer vermişlerdir.

Bir şeklin kapladığı alan ile parçalara ayrılıp aynı parçaların tekrar kullanılmasıyla oluşturulan yeni şeklin kapladığı alan değişmeyecektir. Kamii ve Kysh (2006) alan korunumu ile ilgili yapılan çalışmada, sekizinci sınıf öğrencilerinin %33'ünün bir şeklin parçalarına ayrılıp aynı parçalar kullanılarak oluşturulan yeni şeklin alanının değiştiğine inandıkları bulunmuştur. Benzer şekilde Kordaki ve Potari (1998) çalışmasında on iki yaşındaki öğrencilerin alan korunumunda kavram yanılgıları yaşadıkları sonucunu bulmuştur. Şişman ve Aksu (2009) yedinci sınıf öğrencilerinin bir şeklin parçalarına ayrılıp aynı parçaların tekrar kullanılmasıyla oluşturulan yeni şeklin alanının değiştiğine inandıkları sonucunu bulmuştur. Bu sonuca yönelik yapılan araştırmalarda ise bir şeklin kesme ve yapıştırma ile alanları eşit olan farklı bir şekle dönüştürülmesi etkinliklerinin, öğrenciler tarafından alan ölçümü ve bununla ilgili bazı kavramların daha iyi anlamlandırılmasına yardımcı olacağı belirtilmiştir (Clements ve Stephan, 2004; Douady ve Perrin, 1986; Zacharos, 2006).

Alan ölçme konusunun öğrenciler tarafından nasıl anlamlandırıldığına yönelik olarak Kamii ve Kysh (2006) tarafından yapılan bir çalışmada, dördüncü sınıftan sekizinci sınıfa kadar birçok öğrencinin geometrik şekillerin alanını ölçme de kareyi, alan ölçme birimi olarak düşünmedikleri ortaya çıkmıştır. Olkun, vd. (2014) öğrencilerin alan ölçme problemlerinde birim kare oluşturmayı ve alan formülünü nasıl kullandıklarını araştırmışlardır. Araştırma sonucunda alan ölçme problemlerinde birim kareler oluşturma ve birim kareleri sayma müfredatta yer alan etkinliklerde sık kullanılmasına rağmen fazla tercih edilen bir yol olmamıştır. Bu sonuca benzer olarak çeşitli çalışmalarda öğrencilerin alan ölçme problemlerinde bir birimi öteleyerek veya şekil üzerine birim kareler çizerek alanı anlamlandıramadıkları görülmektedir (Boulton-Lewis vd., 1996; Kamii ve Kysh, 2006). TIMSS 1999 yılındaki araştırmasında Türk öğrencilerin alan ölçme ile ilgili sorularda düşük başarı elde etmesi, öğrencilerin şekiller arası ilişkiler kurma ve birim

oluşturma gibi durumlarda başarısız olduklarını göstermektedir (Olkun ve Aydoğdu, 2003).

Gürefe (2018) sekizinci sınıf öğrencilerinin alan ölçümünü nasıl yorumladıklarını, alan ölçümü ile ilgili problemlerin çözümünde hangi stratejileri kullandıklarını ve bu stratejileri anlama seviyelerini incelemiştir. Bu çalışmada öğrencilerin alan ölçümü problemlerinde çoğunlukla formül kullanmayı tercih ettikleri ancak yaptıkları açıklamalardan birçoğunun formülleri kavramsal olarak anlamlandırmada sıkıntı yaşadıkları tespit edilmiştir. Grant ve Kline'a (2003) göre öğrencilerin alan ölçme konusunda sorun yaşamalarının arkasında yatan sebep öğrencilere alan ölçmenin ne olduğundan ziyade ölçmenin nasıl yapıldığının öğretilmiş olmasıdır. Yani bu problemlerin temelinde, matematiksel kavramların anlamlarının öğrencilere yeterince kavratılmayarak ve öğrenciler akıl yürütmeye teşvik edilmeyerek genellikle formüllerin ve kuralların ezberletilmesi bulunmaktadır (Akkuş vd., 2018; Chappell ve Thompson, 1999; Grant ve Kline, 2003; Kidman ve Cooper, 1997; Martin ve Strutchens, 2000; Moreira ve Contente, 1997; Şişman ve Aksu, 2009). Bu sonuçlar ışığında alan ölçme konusunda öğretmen ve öğretmen adaylarının da akıl yürütme, kavramsal ve ilişkisel bir anlayıştan ziyade işlemsel bir anlayışa sahip oldukları çeşitli araştırmalarda görülmektedir (Akkuş vd., 2018; Çekirdekçi ve Çekirdekçi, 2020). Dolayısıyla günlük hayatta sıkça kullanılan alanı bulunan çevre ve alan ölçmeye dair öğrencilerde gözlenen kavram yanılgılarında öğretmenlerin de payının olduğu söylenebilir. Bu durum öğretmenlerin yetiştirilme sürecine önem verilmesi gerektiğinin bir göstergesi olarak kabul edilebilir.

Kavram yanılgılarının sık yaşandığı alan ölçme konusunda öğrencilerin ezberden ziyade akıl yürütmeye teşvik edilmesi gerekmektedir. Geleceğin matematik öğretmenleri, öğrencilerinde kavram yanılgılarının oluşmaması için öncelikle kendilerinin o kavramı anlamaları ve kavramlar arası ilişkileri görebilmeleri ve konu üzerinde akıl yürütmeleri

gerekmektedir (Horzum, 2018). Aksi halde, Yeo'nun (2008) da bahsettiği gibi alanın bir kavram olarak değil yalnızca Uzunluk x Genişlik olarak ezberlendiği sınıf ortamlarını değiştirmek mümkün değildir.

4. MALZEME VE YÖNTEM

Orantısal akıl yürütme becerisinin temelinde çarpımsal ilişkilerin fark edilmesi yer almakta ve alan ölçümü konusu da çarpımsal ilişkileri anlamayı içermektedir. Orantısal akıl yürütme becerilerinin alan ölçümü alanındaki kritik rolü nedeniyle, bu ilişkinin derinlemesine araştırılması amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda öğretmen adaylarının dikdörtgenin alanıyla ilgili anlayışları ve dikdörtgenin alanını hesaplamayı gerektiren problemlerde orantısal akıl yürütme becerilerini kullanma düzeyleri araştırılmıştır. Bu amaca ulaşmak için yöntem bölümünde, araştırmanın desenine, araştırmanın katılımcılarına, araştırmada kullanılan veri toplama araçlarına, araştırmanın geçerlik ve güvenilirliği ile verilerin analizine yönelik açıklamalara yer verilmiştir.

4.1. Araştırmanın Modeli

Nitel araştırmalar, insanların davranışlarını ve görüşlerini detaylı bir biçimde anlamayı, yorumlamayı hedefleyen derinlemesine incelemeye imkân sunan bilimsel araştırma çeşididir. Nitel araştırmalar; olay ve kişi sayısı gibi betimsel özelliklerin yerine, detaylı olarak anlamaya yönelik yapılan “nasıl? ve niçin?” gibi sorularla ortaya çıkarılmaya çalışılan araştırmalardır (Denzin ve Lincoln, 1998). Nitel araştırmalar, bireylerin dünyalarını ve dünyadaki deneyimlerini nasıl anlamlandırdıkları ile ilgilenir (Huberman ve Miles, 1994).

Nitel araştırmalar yürütülürken bir takım araştırma desenlerinden yararlanılmaktadır. Araştırma desenleri; bilimsel araştırmalarda veri toplama, analiz etme,

yorumlama ve raporlama kısımlarına yönelik olarak araştırmacıya ışık tutmaktadır. Uygun bir araştırma deseninin seçilmesi, verilerin elde edilmesi, veri analizi için uygun tekniklerin belirlenmesi ve sonuçları yorumlanması adına önem taşımaktadır. Bir olayı meydana getiren ayrıntıları görmek, olaya ilişkin açıklamaları geliştirmek ve değerlendirmek için en uygun yöntem durum çalışmasıdır (Gall vd., 1996).

Alanyazında, bazı yazarlar durum çalışmasını farklı şekillerde ele almaktadır. Örneğin, Merriam'a (1990) göre, sınırlı bir sistemin kapsamlı bir şekilde tanımlanması ve analiz edilmesidir. Nitel durum çalışması bir ya da birkaç durumun bütüncül yaklaşımla araştırılması ve ilgili durumu nasıl etkiledikleri ve ilgili durumdan nasıl etkilendikleri üzerine odaklanır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Gözlem, görüşme, görsel ve işitsel materyaller, dokümanlar ve raporlar gibi çoklu bilgi kaynakları aracılığıyla detaylı bilgi toplanır (Creswell, 2014).

Durum alışmaları ile ilgili alan yazında, dört tür desenden bahsedilmektedir. Bunlar: bütüncül tek durum deseni, iç içe geçmiş tek durum deseni, bütüncül çoklu durum deseni ve iç içe geçmiş çoklu durum desenidir. Bütüncül tek durum deseninde tek bir analiz birimi vardır. Örneğin, bir birey, bir kurum, bir program, bir okul gibi. İç içe geçmiş tek durum deseninde, tek bir durum içinde birden fazla alt tabaka veya birim araştırılıyorsa bu desenden faydalanılır. Bütüncül çoklu durum deseninde birden fazla durum vardır. Her durum kendi içinde bütüncül olarak ele alınır ve daha sonra birbirleriyle karşılaştırılır. İç içe geçmiş çoklu durum deseninde ise birden fazla durum söz konusudur fakat her bir durumu kendi içinde çeşitli alt birimleri vardır (Yıldırım ve Şimşek, 2018).

Mevcut çalışmada, öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütmeleri derinlemesine incelendiği için araştırmanın içeriği ve amacı göz önünde bulundurulduğunda nitel araştırma desenlerinden bütüncül çoklu durum deseni kullanılmasına karar verilmiştir.

Uygulama sırasında yapılan görüşmelerin ve gözlemlerin kapsamlı ve uzun olması, öğretmen adaylarının dikdörtgenin alanını nasıl anladıkları ve dikdörtgenin alanını hesaplarken orantısal akıl yürütme becerilerini nasıl kullandıklarını ortaya çıkarma durum çalışmasını kullanmayı zorunlu ve anlamlı kılmıştır. Ayrıca her bir öğretmen adayının bahsedilen konuyu anlamlandırmaları kendi içinde bütüncül olarak ele alındığından bütüncül çoklu durum deseni kullanılmıştır.

4.2. Araştırmanın Katılımcıları

Araştırmanın katılımcılarını 2021-2022 güz döneminde İç Anadolu’da bulunan bir üniversitedeki ilköğretim matematik öğretmenliği bölümü öğretmen adayları oluşturmaktadır. Alan ölçme konusunun beşinci sınıf, oran konusunun altıncı sınıf ve oran-orantı konusunun yedinci sınıf matematik öğretim programında yer alması nedeniyle katılımcılar ilköğretim matematik öğretmenliği programında öğrenim gören öğretmen adayları arasından seçilmiştir.

Olasılıklı olmayan örnekleme yöntemlerinden amaçlı örnekleme yöntemi ile seçilmiş olan sekiz öğretmen adayı araştırmanın örneklemini oluşturmaktadır (Baltacı, 2018). Olasılıklı olmayan örnekleme, nitel araştırma çalışmalarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Derinlemesine araştırma yapabilmek için çalışmanın amacı bağlamında bilgi açısından zengin durumların seçilmesidir (Büyüköztürk vd., 2012). Nitel araştırmanın doğası gereği ve yapılan çalışma derinlemesine inceleme amaçladığı için katılımcı sayısı düşük tutulmuştur.

Araştırmaya katılan sekiz öğretmen adayı, üçüncü sınıfta öğrenim görmekte olup yedi kadın ve bir erkek olarak seçilmiştir. Öğretmen adayları birinci sınıf bahar döneminde “Matematiğin Temelleri 2” adlı dersi alarak temel geometrik konuları ve alan ölçme konusunu öğrenmişlerdir. Ayrıca, üçüncü sınıfın güz döneminde “Sayıların Öğretimi” adlı dersi almaktadırlar. Ders içeriğinde oran-orantı konusu olmasına rağmen veri toplanan süre

zarfında öğretmen adayları bu konuyu öğrenmemişlerdir. Dolayısıyla, öğretmen adayları alan ölçme konusunda bilgi sahibi olmalarına rağmen oran-orantı konusunu lise konularından hatırladıkları kadarıyla cevaplamışlardır.

Araştırmanın etiği açısından öğretmen adaylarının çalışmaya gönüllü olarak katılmalarına dikkat edilmiş ve öğretmen adaylarının isimleri yerine kod isimler (ÖA1, ÖA2, ÖA3, ÖA4, ÖA5, ÖA6, ÖA7 ve ÖA8) kullanılmıştır.

4.3. Veri Toplama Araçları

Araştırmanın amacına uygun, derin alanyazın ve uzman görüşleri doğrultusunda altı sorudan oluşan çalışma kâğıdı (Ek 1.) geliştirilmiştir. Sorular MEB ortaokul matematik öğretim programı incelendikten sonra uygun kazanımlar (M.5.2.4.1., M.5.2.4.2., M.5.2.4.3., M.5.2.4.4., M.6.1.7.3., M.7.1.4.1., M.7.1.4.2., M.7.1.4.3., M.7.1.4.4., M.7.1.4.5., M.7.1.4.6., M.7.1.4.7.) dikkate alınarak hazırlanmıştır. Çalışma kâğıdının pilot çalışması iki öğretmen adayı ile gerçekleştirilmiştir. Pilot çalışma, 2021-2022 eğitim-öğretim yılının bahar döneminde İç Anadolu Bölgesi'nde bulunan bir üniversitedeki ilköğretim matematik öğretmenliği bölümünde öğrenim gören öğretmen adayları ile gerçekleştirilmiştir. Pilot uygulama sırasında öğretmen adaylarının bazı soruları anlamakta güçlük yaşadıkları görülmüş ve anlaşılmayan bu sorular tekrar gözden geçirilerek daha anlaşılır ifadeler kullanılmıştır.

Çalışma kâğıdında altı soru bulunmakta ve bazı sorularda alt maddeler yer almaktadır. Birinci soru dört alt maddeden oluşmaktadır. Soruda kenar uzunlukları belli olmayan bir dikdörtgenin yüzeyinin kaplanması için araştırmacının hazırladığı materyalden kaç tane gerekli olduğu sorulmaktadır. Alt maddelerde ise materyalin kenar uzunluklarının (kenar uzunlukları 2 br olsaydı ve kenar uzunlukları 0,5 br olsaydı gibi) farklı birimler olması durumlarında dikdörtgenin yüzeyini kaplamak için kaç tane materyal gerekli olacağı hakkında öğretmen adayının akıl yürütmesi incelenmiştir.

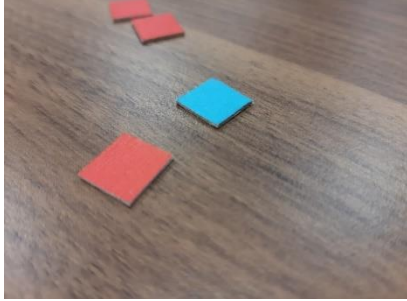
İkinci soru üç alt maddeden oluşmaktadır. Kenar uzunlukları belli olmayan iki dikdörtgen verilmiş ve bu dikdörtgenlerin benzer olduğu belirtilmiştir. Soruda, küçük dikdörtgenin kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin yüzeyinin kaplanacağı sorulmuştur. Ayrıca, benzer dikdörtgenlerin kenarları arasındaki ilişki ve bu ilişkinin alanları nasıl etkilediği hakkında öğretmen adaylarının akıl yürütmesi beklenmiştir. Üçüncü soru iki alt maddeden oluşmaktadır. Soruda birer kenarları eşit uzunlukta iki dikdörtgen verilmiş ve küçük dikdörtgenin kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin yüzeyinin kaplanacağı sorulmuştur. Ayrıca, eşit uzunlukta olmayan kenarların dikdörtgenlerin alanlarını nasıl etkilediği ve alanlar arasındaki ilişki sorulmuştur.

Dördüncü soru beş alt maddeden oluşmaktadır. Soruda, kenar uzunlukları belli olmayan ve alanları eşit fakat kenar uzunlukları farklı üç dikdörtgen verilmiştir. Alt maddelerde, dikdörtgenler ikili gruplandırılarak kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olabileceği sorulmuştur. Ayrıca, kenar uzunluklarının nasıl değiştiği, kenarlar arasında nasıl bir ilişki olduğu ve kenar uzunluklarının alanı nasıl etkilediği soruları adaylara sorulmuştur.

Beşinci soruda, farklı boyutlarda verilen defterlerin yüzeyleri rulo kaplar ile kaplanacaktır. Defterlerden biri için bir rulo gerekliken diğer defter için bir rulonun $\frac{1}{9}$ 'i kadar gereklidir. Öğretmen adaylarının defterlerin ölçüleri hakkında akıl yürütmeleri beklenmiştir.

Altıncı soruda ise biri 1 m diğeri 2 m uzunlukta birbirine benzer iki ağaç verilmiştir. Öğretmen adaylarına “1 m uzunluğunda olan ağaç resmini boyamak için 1 kutu boya kullanılıyorsa 2 m uzunluğunda olan ağaç resmini boyamak için kaç kutu boya kullanılır?” sorusu yöneltilmiştir.

Veri toplama sürecinde araştırmacının hazırladığı birim karelerden oluşan materyal öğretmen adaylarına verilerek bu materyali soruları cevaplarken kullanabilecekleri belirtilmiştir. Şekil 4.1’de örnek materyale yer verilmiştir.



Şekil 4.1. Öğretmen adaylarına verilen örnek materyal

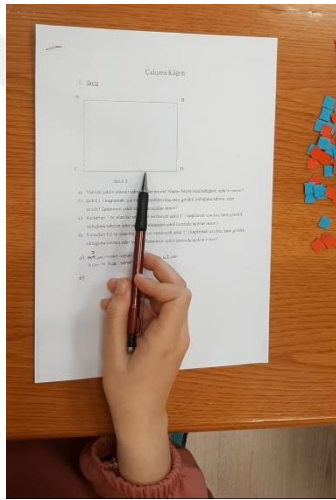
Veriler, görüşme ve gözlem yöntemleri kullanılarak toplanmıştır. Araştırmada, öğretmen adayları ile yarı-yapılandırılmış görüşmeler yapılmıştır. Nitel araştırmalarda görüşme, araştırma yapılan alanda derinlemesine bilgi sağlamak için yapılacak temel çalışmadır. Yarı-yapılandırılmış görüşme yönteminde, sorular önceden hazırlanıp, görüşme esnasında katılımcıya kısmen esneklik verilmekte ve hazırlanmış olan soruların yeniden düzenlenmesine ve tartışılmasına izin verilmektedir. Görüşme boyunca farklı sorularla konunun açılması ve tartışılması nedeniyle bu yöntem, yeni düşüncelerin meydana çıkmasına olanak sağlamaktadır (Sönmez ve Alacapınar, 2011; Yıldırım ve Şimşek, 2018).

Gözlem, herhangi bir ortamda ya da kurumda oluşan davranışı ayrıntılı olarak tanımlamak amacıyla kullanılan bir yöntemdir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Araştırmacı gözlemci notları tutmuş olup süreç içerisinde toplanan çalışma kağıtları, kamera kayıtları ve gözlemci notları veri kaynaklarını oluşturmuştur.

Araştırmaya katılım gönüllülük esasına dayalı olup öğretmen adaylarına çalışma hakkında bilgi verilerek gönüllü olanlardan veriler toplanmıştır. Görüşmelerden önce katılımlara alınan kamera kayıtlarının araştırmacı ve araştırmanın danışmanı dışında kimse ile paylaşılmayacağı şeklinde açıklama yapılmıştır. Veri toplama süreci baştan sona

kamera ile kayıt altına alınarak veriler, araştırmacının dışında kimsenin ulaşamayacağı Şekilde saklanmıştır.

Kamera kayıtlarının araştırmacıya önemli avantajları vardır. Bu avantajlardan birisi tekrar edilmesi zor olayların saptanmasına olanak sağlamasıdır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Bu nedenle, kamera çalışma kâğının tamamını gorecek Şekilde konumlandırılarak ğretmen adayının rahat bir Şekilde cevap vermesi sağlanmış ve çalışma kâğında yapılan her işlem kayıt altına alınmıştır. Kamera kayıtlarından alınan örnek görüntü Şekil 4.2’de verilmiştir.



Şekil 4.2. rnek kamera kaydı

Veri toplama sürecinde her bir ğretmen adayı ile yarı-yapılandırılmış görüşmeler araştırmacı tarafından gerçekleştirilmiş olup, yapılan her bir görüşme yaklaşık olarak 45 dakika sürmüştür. Görüşme süresi daha geniş zamana yayılan çalışmalarda toplanan verilerin geçerliği daha yüksek olup çalışmanın inandırıcılığı da artmaktadır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Araştırmacı ve katılımcının aynı ortamda bulunması aynı zamanda karşılıklı güvene dayalı bir ilişkinin kurulması, doğru ve eksiksiz yanıtlar alınmasını sağlamıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2018).

4.4. Verilerin Analizi

Bu çalışmanın verilerini, öğretmen adayları ile yapılan görüşme sonunda elde edilen video kayıtları ve her bir öğretmen adayının çalışma kâğıtları oluşturmuştur. Verilerin analizinde, öncelikle görüşmelerden elde edilen video kayıtları yazıya dökülerek transkripsiyonlar oluşturulmuştur. Oluşturulan transkripsiyonlar ve gözlemci notları içerik analizi ile çalışma kâğıtları doküman analizi kullanılarak analiz edilmiştir.

Doküman analizi, yazılı belgelerin içeriğini detaylı ve sistemli olarak incelemek, değerlendirmek ve yorumlamak için kullanılan bir nitel araştırma yöntemidir (Kıral, 2020; Yıldırım ve Şimşek, 2018). Doküman analizi, daha sonra özellikle içerik analizi yoluyla ana temalar, kategoriler ve vaka örnekleri halinde organize edilerek, araştırmaya konu edilen verileri sınıflamaya yardımcı olmaktadır (Labuschagne, 2003).

Alanyazında veri grubunu oluşturan dokümanlar bazı araştırmacılar tarafından gruplandırılmıştır. Örneğin, Geray (2006) dokümanları niteliklerine (yazı temelli olanlar, görüntü temelli olanlar, ses temelli olanlar ve görsel-işitsel temelli olanlar) ve buldukları ortama (filmsel olanlar, bilgisayar üzerinde olanlar ve taşınabilir manyetik olanlar) göre sınıflandırmıştır. Balcı (2006) ise birincil ve ikincil kaynaklar olarak gruplandırmıştır. Birincil dokümanlar kişinin kendisi tarafından yazılırken; ikincil dokümanlarsa başkası tarafından yazılanlardır. Corbetta (2003) ise dokümanları kişisel (mektuplar, günlükler, anılar vb.) ve kurumsal dokümanlar (kanunlar, yönetmelikler, kimlik kartları ve faturalar) olarak gruplandırmıştır. Bu tez çalışmasında kullanılan doküman analizine tabi tutulacak çalışma kâğıtları, Geray'ın (2006) sınıflamasına göre niteliklerine göre dokümanlardan yazı temelli doküman, Balcı'nın (2006) sınıflamasına göre birincil doküman ve Corbetta'nın (2003) sınıflamasına göre ise kişisel dokümandır.

Elde edilen transkripsiyonlar ve gözlemci notları içerik analizi ile analiz edilmiştir. İçerik analizinde amaç, toplanan verileri açıklayabilecek kavramlara ve ilişkilere

ulaşmaktır. Bu amaçla veriler öncelikle kavramlaştırılır, daha sonra kavramlara göre mantıklı, veriyi açıklayan kodlamalar yapılır (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Strauss ve Corbin (1990) üç tür kodlama biçiminden söz etmektedir. Bunlar, daha önceden belirlenmiş kavramlara göre yapılan kodlama, verilerden çıkarılan kavramlara göre yapılan kodlama ve genel bir çerçeve içinde yapılan kodlamalardır. Bu tez çalışmasında katılımcılardan elde edilen veriler Weiland vd. (2021) tarafından geliştirilen orantısal akıl yürütme teorik çerçevesi ışığında kodlanmıştır. Bu nedenle, daha önceden belirlenmiş kavramlara göre yapılan kodlama süreci takip edilmiştir.

4.5. Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliği

Analiz sürecini yönlendiren birbiriyle ilişkili iki ilke geçerlik ve güvenilirliktir. Geçerlik ve güvenilirlik hem nicel hem de nitel araştırmalar için bir gerekliliktir (Creswell, 2014). Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenilirlik kavramları çeşitli terimlerle açıklanmaktadır. Yıldırım ve Şimşek (2018) nitel araştırmalarda geçerlik kavramını araştırmacının incelediği olguyu veya durumu olduğu biçimiyle olabildiğince yansız gözlemesi olarak nitelendirmektedir. Bir analiz, aynı belge setini benzer koşullar altında analiz etme fırsatı verildiğinde başka bir okuyucunun aynı genel sonuca ulaşması durumunda güvenilir olarak kabul edilir (Altheide ve Schneider, 1996). Lincoln ve Guba (1985) nitel bir çalışmanın “güvenirliğini” tesis etmek için güvenilirlik teriminin yerine inandırıcılık, özgünlük, aktarılabirlik, güvenilebilirlik ve geçerlik teriminin yerine onaylanabilirlik gibi terimlerin, Eisner (1991) ise geçerlik terimi yerine inandırıcılık teriminin kullanılmasının daha doğru olduğu görüşünü savunmuştur (Creswell, 2014).

Erlanson vd. (1993), nitel çalışmalarda geçerlik ve güvenilirlik konusunda kabul gören kavramları inandırıcılık, aktarılabirlik (transfer edilebilirlik), tutarlık ve teyit edilebilirlik olarak sıralamıştır. Nitel çalışmalarda, araştırmacı elde ettiği bulguların gerçekliğine, benzer ortamlarda sonuçların geçerliliğine, süreçlerin birbiriyle tutarlı

olmasına, verilerin nesnel bir yaklaşımla toplandığına ve nesnel bir yaklaşımla sonuçları ortaya koyduğuna ilişkin kanıtlar sunması gerekir (Yıldırım ve Şimşek, 2018). Araştırmanın inandırıcılığının başarılı olabilmesi için araştırmacının kullanabileceği birtakım stratejiler vardır. Bunlar uzun süreli etkileşim, derinlik odaklı veri toplama, çeşitleme, uzman incelemesi ve katılımcı teyididir.

Bu tez çalışmasının inandırıcılığının artırmak amacıyla veri toplama sürecinde çeşitleme yöntemi ile birden fazla yöntem kullanılmış, görüşme süreleri uzun tutulmuş ve katılımcıya gerekli görülen yerlerde ek sorular sorularak derinlik odaklı veri toplanmıştır. Ayrıca, araştırma sorularından veri analizine kadar araştırma konusunda uzmanlaşmış kişilerden görüş alınmıştır. Verilerin analizinde araştırmacı ve uzman, ayrı ortamlarda kendi kodlamalarını yapmıştır. Araştırmacı ve uzman sekiz öğretmen adayının kodlaması da bitirdikten sonra bir araya gelerek kodlamaların tutarlı olup olmadıklarını kontrol etmişlerdir. Kontroller tamamlandıktan sonra farklı olan kodlar arasında tartışılarak karara varılmıştır.

Erlandson vd. (1993), nitel çalışma sonuçlarının aktarılabilirlik kavramını artırmak için ayrıntılı betimleme ve amaçlı örnekleme yöntemlerini önermiştir. Ayrıntılı betimleme, veriler okuyucuya yorum katılmadan, verilerin doğası mümkün olduğunca bozulmadan aktarılmalıdır. Bu amaçla verilerde doğrudan alıntılara sık sık yer verilmiştir. Ayrıca araştırmada elde edilen ham veriler bilgisayar ortamına aktarılmış ve bu verilerin analizinde kullanılan her türlü doküman, olası bir teyit incelemesine yönelik arşivlenmiştir.

5. BULGULAR

Alan ölçümü konusu çarpımsal ilişkileri anlamayı içermektedir. Orantısal akıl yürütme becerisinin temelinde ise çarpımsal ilişkilerin fark edilmesi yer almaktadır. Dolayısıyla orantısal akıl yürütme becerilerinin alan ölçümü alanında kritik rolü vardır. Bu nedenle öğretmen adaylarının dikdörtgenin alanını nasıl anladıkları ve dikdörtgenin alanını

hesaplamayı gerektiren problemlerde orantısal akıl yürütme becerilerini nasıl kullandıkları bu tez çalışmasında araştırılmıştır. Bu bölümde, sekiz öğretmen adayı ile yapılmış olan görüşmeler ve araştırmacının tuttuğu gözlemci notları sonucunda ulaşılan verilerin analizleri sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir.

5.1. Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütmeleri

Bu bölümde araştırmanın problemine cevap aramak için öğretmen adayları ile yapılandırılmış görüşmeler yapılarak toplanan verilere ilişkin analiz sonuçları sunulmuştur. Öğretmen adaylarının sorulara yanıt verirken kullandıkları orantısal akıl yürütme bilgi kaynaklarına Tablo 5.1’de yer verilmiştir.

Tablo 5.1. Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Bilgi Kaynakları

Güçlü Anlayış (Çerçeve)	Bilgi Kaynağı	ÖA 1	ÖA 2	ÖA 3	ÖA 4	ÖA 5	ÖA 6	ÖA 7	ÖA 8
Uygunluk	Orantılı Durum	+	+	+	+	+	+	+	+
Akıl Yürütme	Paylaştırma ve Döşeme	+	+	+	+	+	+	+	+
	Göreceli Düşünme								
	Büyütme/Küçültme		+		+		+		
	Birim Oran		+			+	+		
	Sabit Oran				+	+	+	+	
	Kovaryans	+	+	+	+	+	+	+	+
Yapı	Birim Oran		+			+	+		
	Denklik	+			+	+	+	+	
	Kural								
Miktarların Karşılaştırılması	Miktarların Karşılaştırılması								

	Kümeler									
Soyutlanabilir Miktar	Ölçü Olarak Oran									
	Çarpıtma									
	Çarpımsal Karşılaştırma		+	+	+	+	+	+	+	+
Çarpımsal	Toplamsal Düşünme						+	+		
	Göreceli Düşünme									
Değişken Parçalar	Değişken Parçalar									
	Oran \neq Kesir									
	Oran	Kendi İçinde							+	
Kesir-Oran İlişkisi	P:P / P:B	Karşılıklı	+	+	+	+	+	+	+	+
	Çarpımsal Karşılaştırma									
	Paylaştırma ve Döşeme									
Çoklu Temsil	Sembolik Temsiller İle AkıŖkanlık									
	Kural									
	Yatay Alan Bilgisi		+		+		+			
Bağlantılar	Çarpıtma									

Öğretmen adaylarının sorulara verdikleri yanıtlar ve kullandıkları bilgi kaynaklarına ait bulgular aşağıda verilmiştir.

5.1.1. Öğretmen Adayı 1

1. Soru

ÖA1'e 1. soru' da kenar uzunlukları belli olmayan bir dikdörtgen şekli verilmiştir. Soru 1a'da kenar uzunlukları verilmeyen bir dikdörtgenin kenar uzunlukları hakkında tahmin yürütmesi istenmiştir. ÖA1, "Şeklin kenar uzunluklarına (uzun kenar ve kısa kenar) 8 cm diyelim alanını 64 bulurum." cevabını vermiştir. ÖA1'in uzunluk birimini belirtmesine rağmen alan birimini belirtmemesi dikkat çekmiştir. Ayrıca, ÖA1 gerçekte 6 br ve 8 br kenar uzunluklarına sahip olan bu dikdörtgenin alanı hakkında yanlış bir tahminde bulunmuştur.

Soru 1b'de, ÖA1'den araştırmacının hazırladığı her biri $1 br^2$ olan materyali kullanarak dikdörtgeni kaç materyal ile kaplayabileceğini tahmin etmesi istenmiştir. Alanına 64 cevabını veren ÖA1, 64 adet materyal gerekli olduğunu belirtmiştir. Buradan ÖA1'in br^2 ile alan arasındaki ilişkiyi biliyor olduğu sonucu çıkarılmıştır. Verilen dikdörtgeni materyaller ile kaplarken bütünü eşit boyutta parçalara böldüğü için orantısal akıl yürütme bilgi kaynaklarından "Paylaşırma ve Döşeme" bilgi kaynağını kullanmıştır. Bu bilgi kaynağının kullanımını dikdörtgenin kenarlarına 6 ve 8 tane materyali dizerek "Dikdörtgenin iç kısmında da materyal var yani $6 \times 8 = 48$ tane materyal vardır" sözlerini kullanarak açıklamıştır.

Soru 1c'de, kenarları 2 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. ÖA1 soruya doğru yanıtı vererek "Orantılı Durum", "Çarpımsal Karşılaştırma" ve "Paylaşırma ve Döşeme" bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA1 Soru 1b'de kullanılan kenarı 1 br olan materyal üzerinden düşünerek "Burada bir kenarı 2 birim materyal düşünürsem alan dörtte biri kadar olacaktır" açıklamasını yapmıştır. Burada ÖA1 bir adet materyali düşünmüştür. Yani elinde var olan

materyalin alanı, kullanılacak olan materyalin alanının dörtte biri kadar olduğunu belirtmiştir. Materyalin kenar uzunluğu ile şekli kaplamak için gerekli olan materyal sayısı arasında oran bulunduğunu fark ederek “orantılı durum” kaynağını kullanmıştır. Materyallerin sayısını karşılaştırırken “dörtte biri kadar” açıklaması ile nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiyi açıklamıştır. Ayrıca, bütünü bir kenarı 2 br olacak şekilde eşit parçalara böldüğü için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını da kullanmıştır.

Soru 1d’de ise kenarları 0,5 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. Bu soruda, ÖA1 doğru cevabı vererek yine “Orantılı Durum”, “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA1, Soru 1b ve Soru 1c’den de yararlanarak “Materyalin bir kenarı 0,5 br olursa şekli kaplamak için 4 katı materyal gerekiyor” cevabını vermiştir. Bu cevapta, Soru 1c’de olduğu gibi materyalin kenar uzunluğu ile şekli kaplamak için gerekli olan materyal sayısı arasında bir oran bulunduğunu fark ederek “orantılı durum” kaynağını kullanmıştır. Materyallerin alanını düşünerek gerekli materyal sayısını karşılaştırırken “4 katı materyal gerekiyor” cevabı ile nicelikler arasında çarpımsal ilişkiyi açıklamıştır. Ayrıca, bütünü bir kenarı 0,5 br olacak şekilde eşit parçalara böldüğü için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını da kullanmıştır.

2. Soru

ÖA1’e 2. soruda kenar uzunlukları verilmeyen benzer iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 2a’da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. ÖA1, bu soruda “Orantılı Durum”, “Yatay Alan Bilgisi”, “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA1, “Şekiller benzerse benzerlik oranını düşündüğümde (iki parmağıyla Şekil 3’ün kısa kenarını ölçtü ve açığı bozmadan Şekil 2’nin kısa kenarına

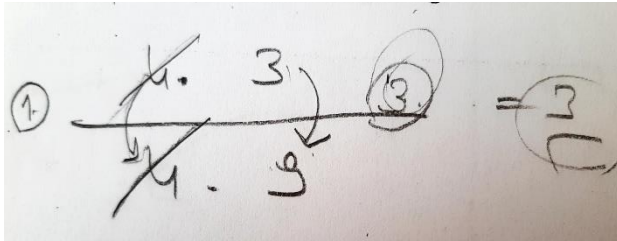
koydu) bu şekilde iki tane sığar” yanıtını verdi. Burada, iki dikdörtgen benzer ise benzerlik oranı olacağını, ayrıca “Uzun kenarı, dikdörtgenler benzer olduğundan yine iki katı olacak” diyerek kısa kenar arasında bulunduğu oranın uzun kenar arasında da olacağını düşünerek “orantılı durum” kaynağını kullanmıştır. Ayrıca, kıyaslamasında “Kısa kenarlar iki katı benzer olduğundan uzun kenarları da iki katı olacak alanı da 4 kat olacaktır” açıklamasında da bulunmuştur. Bu açıklamalarda dikdörtgenlerin karşılıklı kenarları arasında 2 kat oran olduğu, alanın 4 katına çıkacağı ile çarpımsal karşılaştırmasını yapmıştır. Benzerlik oranını bulurken şekli parmakları ile ölçmesi geometrik benzerliği kullandığını dolayısıyla “yatay alan bilgisi” bilgi kaynağını kullandığını göstermektedir. Büyük dikdörtgenin küçük dikdörtgen ile kaplanmasında “Şekil 2’yi Şekil 3’ten 4 tane ile kaplayabiliriz.” diyerek eşit parçalara bölmüş ve “paylaştırma ve döşeme” kaynağını kullanmıştır.

Soru 2b’de ise iki şeklin kenarlarını karşılaştırması istenmiştir. “Kısa kenarı kısa kenarının 2 katı uzun kenarı uzun kenarının 2 katı” açıklamasıyla “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve oranın 2 kat olması açıklamasıyla “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Soru 23c’de ise dikdörtgenlerin kenarları arasındaki ilişkinin alanları nasıl etkilediği sorulmuştur. ÖA1, bu alt soruda “Orantılı Durum”, “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Kovaryans” ve “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” bilgi kaynaklarından yararlanmıştır. Açıklamasında, “Kenarları oranının karesi yani benzerlik oranının karesi alanları oranına eşit. Benzerlik oranında iki kenarın uzunluğunu kıyaslıyorum. 8’in 4’e oranı cevap 2” öncelikle kenar uzunluklarını devamında benzerlik oranı ile alanları arasındaki oranı kıyaslamış ve orantılı olduğunu belirtmiştir. Açıklamanın devamında ise “İki kenarı da iki katına çıktığı için alan 4 katına çıkıyor.” kenar uzunluklarının 2 kat ve alanın 4 katına çıkması ile “çarpımsal karşılaştırma” ve uzunluklardaki artışın alanı da artırmasıyla “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır.

3. Soru

ÖA1'e 3. soruda kenar uzunlukları verilmeyen ve birbirine benzer olmayan iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 3a'da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. ÖA1bu alt soruda "Paylaştırma ve Döşeme" bilgi kaynağını kullanmıştır. ÖA1, "Buralar (İki dikdörtgenin de eşit uzunlukta kenarlarını göstererek) eşit gözüküyor (Şekil 4'te kısa kenarı parmağını açarak ölçtü ve bu ölçüyü bozmadan Şekil 5'in uzun kenarında 1, 2 ve 3 şeklinde saydı) 3 tane sığar" yanıtını verdi. Daha sonra, verilen materyal ile dikdörtgenin kenarlarını kaplayan ÖA1, Şekil 4'ün bir kenarının 3 br olduğunu gördü ve "Şekil 4'ten 3 tane ile Şekil 5'i kaplarız ya da Şekil 5'in uzun kenarını üçer materyal gruplandırılırsa 3 tane alacağını buradan da görürüm" yanıtını verdi. Bütünü birbirine eş parçalara bölmeye nedeniyle "paylaştırma ve döşeme" bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 3b'de iki dikdörtgende eşit uzunlukta olmayan kenarlar ([AB] ile [EF]) dikdörtgenlerin alanını nasıl etkilediği ve dikdörtgenlerin aralarında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuştur. ÖA1bu soruda "Orantılı Durum" bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, "kenarların oranı kadar şekli kaplayabilirim" yanıtını vererek Şekil 5.1'de yer alan çözümü yapmıştır.



Şekil 5.1. ÖA1'in çözümü

ÖA1 “Yani burada iki dikdörtgen benzer değil çünkü kenarları oranladığımızda 4’ler sadeleşecek 3’ün dokuzuna oranı kadar kaç tane sığacağını bulurum. 3 tanesi ile kaplanır” şeklinde doğru bir açıklama yapmıştır.

4. Soru

ÖA1’e 4. soruda kenar uzunlukları verilmeyen alanları eşit üç farklı dikdörtgen verilmiştir. Soru 4a’da verilen dikdörtgenlerin alanlarını tahmin etmeleri istenmiştir. ÖA1, farklı kenar uzunluklarına sahip üç dikdörtgenin alanının eşit olacağını tahmin edememiştir. Tahmini kaydedildikten sonra materyal yardımı ile dikdörtgenlerin alanlarını bulması istenmiş ve alanlarının eşit olduğunu gözlemlemiştir.

Soru 4b’de Şekil 6 ve Şekil 8’in kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. ÖA1 bu alt soruda “Kovaryans”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA1, “Şekil 6’yı alanı değiştirmeden iki kısa kenarından çeksem (parmakları ile şekli enine genişlettiğini ve boydan kısaldığını gösterdi) Şekil 8’i elde edebilirim. Yani kısa kenarları uzatırken uzun kenarları birbirine yaklaştığı için alanı değişmemiş olur.” şeklinde açıklamıştır. Bu açıklamada alan korunumuna değinirken kısa kenar uzunluğu azalırken uzun kenar uzunluğunun artmasıyla çarpımların yani alanın değişmediğini açıklayarak bilgi kaynaklarından “kovaryans”ı kullanmıştır. Açıklamasının devamında ise “Şekil 8’in uzun kenarı Şekil 6’nın uzun kenarının 2 katı. Şekil 6’nın kısa kenarı da Şekil 8’in kısa kenarının 2 katı. Yani uzun kenarlarda iki kat artış kısa kenarda 2 kat azalış olduğundan alan değişmemiş” dikdörtgenlerin karşılıklı kenarlarını oranlayarak “çarpımsal karşılaştırma” yapmıştır.

Soru 4c’de Şekil 6 ve Şekil 7’nin kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. ÖA1 bu alt soruda “Paylaştırma ve

Döşeme”, “Kovaryans”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Orantılı Durum”, “Denklik” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA1 öncelikle “Şekil 7’de 12 sütun var ve her bir sütunda 4 materyal var. Şekil 6’da 8 sütun var ve her bir sütunda 6 materyal var.” açıklaması ile dikdörtgenleri birbirine eş br^2 ’lere bölmüştür. Dolayısıyla “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Bu açıklamadan yola çıkarak “sütun sayıları artarken her sütundaki materyal sayısı azalmış bu şekilde birbirini dengelemiş.” yanıtı ile sütun sayıları ile sütundaki materyal sayısını karşılaştırmış ve “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. Soruya kenar uzunluklarını oranlayarak da açıklama yapan ÖA1 “Şekil 6 ve 7’de uzun kenar uzunluklarını oranladığımızda $\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$ oranını buluruz ve $\frac{3}{2}$ kat artmış olur. Kısa kenar uzunluklarını oranladığımızda $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ oranını buluruz ve $\frac{3}{2}$ kat azalmış olur. Bu yüzden alanları da eşit olmuş olur.” sonucunu elde etmiştir. ÖA1, karşılıklı kenar uzunluklarını oranlamış, bu orana eşit bir oran daha oluşturarak “denklik” bilgi kaynağını, kenar uzunlukları arasında $\frac{3}{2}$ kat bularak “çarpımsal karşılaştırma” ve uzun kenarlar arasında bulunduğu oranın kısa kenarlar arasında da olduğunu fark ederek “orantılı durum” bilgi kaynaklarından yararlanmıştır.

Soru 4d’de Şekil 7 ve Şekil 8’in kenar uzunlukları farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. ÖA1 bu soruda “Kovaryans”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Orantılı Durum” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA1, “Şekil 7 ve Şekil 8’in uzun kenar uzunluklarını oranladığımızda $\frac{3}{4}$ oranını bulurum yani $\frac{3}{4}$ oranında uzun kenar uzunluğu artmış olur. Kısa kenar uzunluklarını oranladığımızda $\frac{3}{4}$ oranı var yani kısa kenarlarda $\frac{3}{4}$ oranında azalma olmuş bu yüzden alanları eşit çıktı.” Soru 4c’de yapmış olduğu açıklamanın benzerini yapmıştır. Dolayısıyla karşılıklı kenar uzunluklarını oranlamış ve aynı oranın kısa kenarlar arasında da olduğunu açıklayarak “orantılı durum”, uzun kenarlar arasında artış ve kısa

kenarlar arasında azalma olduğunu açıklayarak “kovaryans” ve kenar uzunluklarını karşılaştırdığında aralarında $\frac{3}{4}$ kat bularak “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır.

Soru 4e’de Şekil 6, 7 ve 8’deki dikdörtgenlerin arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklaması istenmiştir. ÖA1 bu soruda “Paylaştırma ve Döşeme”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Orantılı Durum” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA1, “Dikdörtgenlerin uzun kenarları 8, 12 ve 16’nın EBOB’ları 4 desem ve kısa kenarlar 6, 4 ve 3 yani kısa kenarların EBOB’ları 1 desem (bir kenarı 4 bir kenarı 1 olan bir dikdörtgen çizdi) bu dikdörtgeni 3 şekle de hiç boşluk kalmayacak şekilde sığdırmış olurum” Şekil 6, 7 ve 8’de yer alan dikdörtgenleri oluşturduğu uzun kenar uzunluğu 4 br ve kısa kenar uzunluğu 1 br olan dikdörtgene boşluk kalmayacak şekilde bölmüştür. Dolayısıyla “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Açıklamasının devamında ise “Şekil 6’nın uzun kenarı 4’ün 2 katı, Şekil 7’nin uzun kenarı 4’ün 3 katı ve Şekil 8’in uzun kenarı 4’ün 4 katı. Kısa kenarları arasında böyle bir oran bulamadım” dikdörtgenlerin karşılıklı kenarlarını oranlamış ve kenarları 4’ün katları şeklinde çarpımsal karşılaştırmıştır. Uzun kenarlar arasında bulduğu orantılı durumu kısa kenarlar arasında bulamamıştır.

5. Soru

ÖA1’e 5. soruda farklı boyutlarda verilen defterlerden ilki bir rulo ile diğer defter bir rulonun $\frac{1}{9}$ ’i ile kaplanırsa defterlerin boyutları hakkında açıklama yapması istenmiştir. ÖA1bu soruda “Paylaştırma ve Döşeme”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA1, “Şekil 10’u 1 rulo ile kaplarsam Şekil 9’u $\frac{1}{9}$ rulo ile kaplarım ya da tersinden Şekil 9’u 1 rulo ile kaplarsam Şekil 10’u 9 rulo ile kaplarım” açıklaması ile defterlerin alanları arasında 9 kat olduğunu görmüş

ve çarpımsal karşılaştırma yapmıştır. Alanlardan yola çıkan ÖA1 kenar uzunlukları hakkında ise “defterlerin kısa kenarları arasında 3 kat, uzun kenarları arasında 3 kat olursa alanları arasında da 9 kat olacaktır” açıklamasını yapmıştır. Burada karşılıklı kenarlar arasında oran bulan ÖA1, yine kenar uzunluklarını da çarpımsal karşılaştırmıştır. Bu yaklaşımdan yola çıkarak “Şekil 9’u bir birim olarak düşünürsek Şekil 10’a kaç tane sığacağını düşünürsem 3, 3 ve 3 toplamda 9 tane sığar” açıklamasında defteri birbirine eş birimlere bölerek “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

6. Soru

ÖA1’e 6. soruda biri 1 metre ve diğeri 2 metre uzunluğunda birbirine benzer iki ağaç resmi verilmiş ve 1 metre olan ağaç resmini boyamak için 1 kutu boya kullanıldığı, 2 metre olan ağaç resmini boyamak için kaç kutu boya kullanılacağı sorulmuştur. ÖA1 bu soruda “Orantılı Durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. ÖA1, “Doğru orantı olacağını düşünüyorum. Bu yüzden 1 metre olan ağaca 1 kutu kullanılıyorsa 2 metre olan ağaca 2 kutu kullanılacaktır” açıklamasını yapmıştır. ÖA1 benzerliği sadece uzunluk olarak ele aldığı için 1 metre ağaca 1 kutu ise 2 metre ağaca 2 kutu boya kullanılır orantısını düşünmüştür. Fakat benzer olan şekillerin uzunluk ve en olarak genişlediği veya küçüldüğü düşünüldüğünde doğru cevabın 4 kutu olması gerekir. Dolayısıyla, düzgün çokgenlerde orantılı durumu yakalayan öğretmen adayı düzgün olmayan bir şekil verildiğinde orantılı durumu fark edememiştir.

5.1.2. Öğretmen Adayı 2

1. Soru

ÖA2’ye 1. soruda kenar uzunlukları belli olmayan bir dikdörtgen şekli verilmiştir. Soru 1a’ da kenar uzunlukları verilmeyen bir dikdörtgenin kenar uzunlukları hakkında tahmin yürütmesi istenmiştir. ÖA2, “kısa kenar uzunluğu tahmini olarak 7. Uzun kenarı 9.

Alanı 63 cm^2 dir.” cevabını vermiştir. ÖA2’ nin alan birimini belirtmesine rağmen uzunluk birimini belirtmemesi dikkat çekmiştir. Ayrıca, ÖA2 gerçekte 6 br ve 8 br kenar uzunluklarına sahip olan bu dikdörtgenin alanı hakkında yanlış bir tahminde bulunmuştur.

Soru 1b’de, ÖA2’den araştırmacının hazırladığı her biri 1 br^2 olan materyali kullanarak dikdörtgeni kaç materyal ile kaplayabileceğini tahmin etmesi istenmiştir. Alanına 63 cm^2 cevabını veren ÖA2, 63 adet materyal gerekli olduğunu belirtmiştir. Buradan ÖA2’nin br^2 ile alan arasındaki ilişkiyi biliyor olduğu sonucu çıkarılmıştır. Verilen dikdörtgeni materyaller ile kaplarken bütünü eşit boyutta parçalara böldüğü için orantısal akıl yürütme bilgi kaynaklarından “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Bu bilgi kaynağının kullanımını dikdörtgenin kenarlarına 6 ve 8 tane materyali dizerek “Dikdörtgenin tamamına materyal dizdiğimi düşünelim yani $6 \times 8 = 48$ tane materyal vardır” sözlerini kullanarak açıklamıştır.

Soru 1c’de, kenarları 2 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. ÖA2 soruya doğru yanıtı vererek “Orantılı Durum”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA2 1b’de kullanılan kenarı 1 br olan materyal üzerinden düşünerek “Dikdörtgenin kısa kenarına 6 materyal dizmiştim. Bir kenarı 2 br olan materyal verilseydi gerekli olan materyal sayısı yarıya düşecekti yani 3 tane dizilir. Aynı şekilde uzun kenarda 8 materyal vardı yarıya düşerse 4 tane dizilir. $4 \times 3 = 12$ tane materyal ile kaplanır.” açıklamasını yapmıştır. Bu açıklamasında ÖA2, kenar uzunluğu 1 br olan materyal ile kenar uzunluğu 2 br olan materyalin kenar uzunluklarını oranlamış ve kenar uzunluğu arttığı için gerekli olan materyal sayısının yarıya düşeceği sonucunu çıkarmıştır. Dolayısıyla “karşılıklı kenarlar arasında oran” ve “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca, bütünü bir kenarı 2 br olacak şekilde eşit parçalara böldüğü için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını da kullanmıştır.

Soru 1d’de ise kenarları 0,5 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. Bu soruda, ÖA2 doğru cevabı vererek yine “Orantılı Durum”, “Birim Oran” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA2, Soru 1b ve Soru 1c’den de yararlanarak “Materyalin bir kenarı 0,5 br olursa şekli kaplamak için dizdiğim her bir materyali 4 materyal olarak düşünürüm” cevabını vermiştir. Bu cevapta, Soru 1c’de olduğu gibi materyalin kenar uzunluğu ile şekli kaplamak için gerekli olan materyal sayısı arasında oran bulunduğunu fark ederek “orantılı durum” kaynağını kullanmıştır. Açıklamasında kenarı 0,5 br olan materyalin, kenarı 1 br olan materyalde 4 tane olacağını, bir küçük (0,5 br) materyalden 4 tanesinin bir (1 br) materyal yaptığını söyleyerek “birim oran” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca, bütünü bir kenarı 0,5 br olacak şekilde eşit parçalara böldüğü için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını da kullanmıştır.

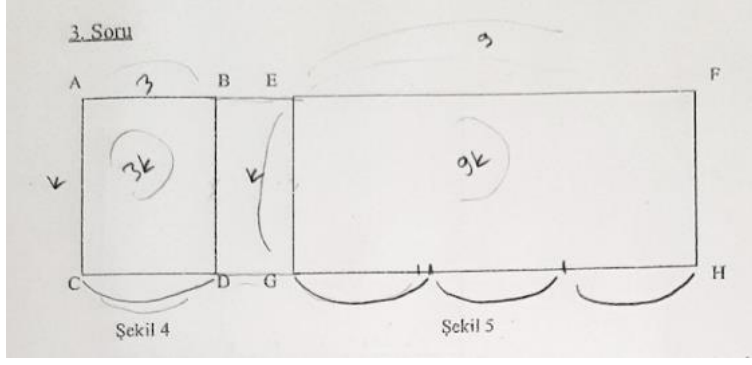
2. Soru

ÖA2’ye 2. soruda kenar uzunlukları verilmeyen benzer iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 2a’da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. ÖA2, bu soruda “Orantılı Durum”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA2, “İki dikdörtgen benzerse kenar uzunluklarının birbirine orantılı olduğunu düşünürüm.” yanıtını verdi. Burada iki dikdörtgen benzer ise benzerlik oranı olacağını düşünerek “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Devamında ise “Kenar uzunlukları kısa kenarlar ve uzun kenarları kıyasladığımızda yarısı” açıklaması ile “karşılıklı kenarlar arasında oran” bilgi kaynağını kullanmıştır. Büyük dikdörtgenin küçük dikdörtgen ile kaplanmasında “sıra olarak 2 tane sütun olarak da 2 tane sıgara yani 4 tane sığdırabilirim. 4 tane sığara.” doğru cevabı vererek dikdörtgeni eşit parçalara bölmüş ve “paylaştırma ve döşeme” kaynağını kullanmıştır.

Soru 2b’de ise iki şeklin kenarlarını karşılaştırması istenmiştir. “Kısa kenarları 3’e 6, 2 katı oluyor uzun kenarları da 4’e 8, 2 katı oluyor.” açıklamasıyla “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve oranın 2 kat olması açıklamasıyla “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Soru 2c’de ise dikdörtgenlerin kenarları arasındaki ilişkinin alanları nasıl etkilediği sorulmuştur. ÖA2 bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Kovaryans” bilgi kaynaklarından yararlanmıştır. Açıklamasında “Kenar uzunlukları 2 katına çıktığında alanları 4 katına çıkmış oluyor.” öncelikle kenar uzunluklarını arttıkça alanın artacağını açıklayarak “kovaryans” bilgi kaynağını ve bu artışta kenar uzunluğu 2 kat artarken alanın 4 kat artması arasında çarpımsal karşılaştırma bilgi kaynağını kullanmıştır.

3. Soru

ÖA2’ye 3. soruda kenar uzunlukları verilmeyen ve birbirine benzer olmayan iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 3a’da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. ÖA2 bu alt soruda “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA2, “Şekil 4’ün uzun kenarı ile şekil 5’in kısa kenarı birbirine eşit.” yanıtını vererek karşılıklı kenarlar arasında oran bulmuştur. Daha sonra, verilen materyal ile dikdörtgenin kenarlarını kaplayan ÖA2, şekil 4’ün bir kenarının 3 br olduğunu gördü ve şekil 5’in uzun kenarına 9 materyal dizerek üçerli gruplandırdı. “Bu şekilde 3 tane sığdırabilirim.” doğru yanıtı vermiştir. Öğretmen adayının cevabı Şekil 5.2. de verilmiştir. Şekil 5’i birbirine eş dikdörtgenlere bölmesi nedeniyle “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.



Şekil 5.2. ÖA2'nin çözümü

Soru 3b'de iki dikdörtgende eşit uzunlukta olmayan kenarlar ($[AB]$ ile $[EF]$) dikdörtgenlerin alanını nasıl etkilediği ve dikdörtgenlerin aralarında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuştur. ÖA2 bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Kovaryans”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Büyütme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA2, “Şekil 4'ün kısa kenarı 3 uzun kenarına k dersem alanı $3k$ olur, şekil 5'in uzun kenarı 9 kısa kenarının k dersem alanı $9k$ olur. “ k ” lar eşit olduğu için bir kenarı 3 katına çıktığından alanı da 3 katına çıktı.” yanıtını vererek bir kenar uzunluğu eşit olsa da diğer kenar uzunluğunda olan artışın alanı artıracaklarını açıklamış dolayısıyla “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. Öğretmen adayı “Bu soruda bir kenarı sabit diğer kenarı 3 katına çıktığı için alanı 3 katına çıktı ama ikinci soruda hem uzun kenarı hem de kısa kenarı 2 katına çıktığı için alanı 4 katına çıkmıştı.” şeklinde açıklamasını devam ettirmiştir. Burada öğretmen adayı kenar uzunlukları arasında oran bularak kenar uzunluğundaki artışın alanı kaç kat arttırdığını çarpımsal karşılaştırmıştır. Ayrıca iki sorunun da kıyaslamasını yaparken küçük dikdörtgenlerin kenar uzunluklarının artmasıyla büyük dikdörtgenleri elde ettiğini, var olan oranı genişletmesi nedeniyle “büyütme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

4. Soru

ÖA1'e 4. soruda kenar uzunlukları verilmeyen alanları eşit üç farklı dikdörtgen verilmiştir. Soru 4a'da verilen dikdörtgenlerin alanlarını tahmin etmeleri istenmiştir.

Öğretmen adayı, farklı kenar uzunluklarına sahip üç dikdörtgenin alanının eşit olacağını tahmin edememiştir. Tahmini kaydedildikten sonra materyal yardımı ile dikdörtgenlerin alanlarını bulması istenmiş ve alanlarının eşit olduğunu gözlemlemiştir.

Soru 4b'de Şekil 6 ve Şekil 8'in kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu alt soruda "Paylaştırma ve Döşeme" bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, "Eşit olabilir, şekil 6'nın kısa kenarının 3 birim olarak bölersem 2 parça oluşur. Bu iki parçayı yan yana koyduğumda şekil 8 elde ederim." cevabı ile bütünü eş parçalara böldüğü için "paylaştırma ve döşeme" bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4c'de Şekil 6 ve Şekil 7'nin kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu alt soruda "Paylaştırma ve Döşeme" bilgi kaynağını kullanmıştır. ÖA2 "Yine parçalayabilirim. Şekil 7'nin uzun kenarı 12 bu sefer şekil 6'yı dikey şekilde ikiye bölerim. Yani bir kenarı 6 diğer kenarı 4 olan iki dikdörtgen elde ederim. İki dikdörtgen yan yana konulduğunda şekil 7 elde edilmiş olur. Bu şekilde alan korunmuş olur." cevabı ile bütünü eş parçalara böldüğü için "paylaştırma ve döşeme" bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca alan korunumuna da değinmiştir.

Soru 4d'de Şekil 7 ve Şekil 8'in kenar uzunlukları farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. ÖA2 bu soruda "Paylaştırma ve Döşeme" bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday "Şekil 7 ve 8'i az önce bulduğum dikdörtgenleri topladığımda yine aynı dikdörtgen (şekil 6) oluşur. Bu yüzden alanları değişmiyor." cevabını vererek bütünü eş parçalara böldüğü için "paylaştırma ve döşeme" bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4e’de Şekil 6, 7 ve 8’deki dikdörtgenlerin arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Kovaryans”, “Paylaştırma ve Döşeme” ve “Orantılı Durum” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA2, “Dikdörtgenlerde belirli bir oran ilişkisi olduğunu düşünmüyorum. Uzun kenarları artmış kısa kenarları azalmış. Ama parçalayıp böldüğümüz zaman alanı aynı kalarak diğer dikdörtgenlere dönüşebiliyor.” cevabını vermiştir. Bu soruda genelde dikdörtgeni eş parçalayarak alanın korunduğu üzerinde duran öğretmen adayı, dikdörtgenler arasında bir oran olduğunu fark edememiştir. Kenarlardan biri artarken diğerinin azalması açıklamasında ise “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır.

5. Soru

ÖA2’ye 5. soruda farklı boyutlarda verilen defterlerden ilki bir rulo ile diğer defter bir rulonun $\frac{1}{9}$ ’i ile kaplanırsa defterlerin boyutları hakkında açıklama yapması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Kovaryans”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Şekil 9, şekil 10’un 9’da 1’i kadar rulo ile kaplanırsa, şekil 9’un 9 katı, şekil 10’a eşittir.” cevabı ile iki defterin alanlarını çarpımsal karşılaştırmıştır. Açıklamasının devamında ise “Şekil 9’un kısa kenarına k uzun kenarına u dersem $A=k.u$ olur. Şekil 10, 9A. Kenarlarına 3u ve 3k derim. O zaman iki kenarı da 3 katına çıkılmıştır. Böylece alan 9 katına çıkmış olur.” alanlarının oranından kenar uzunlukları arasında oran bulmuştur. Ayrıca alanın artması kenar uzunluklarını da arttırır sonucuna vararak “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır.

6. Soru

ÖA2’ye 6. soruda biri 1 metre diğeri 2 metre uzunluğunda birbirine benzer iki ağaç resmi verilmiş ve 1 metre olan ağaç resmini boyamak için 1 kutu boya kullanıldığı, 2 metre olan ağaç resmini boyamak için kaç kutu boya kullanılacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı

bu soruda düzgün olmayan şekil verildiğinde orantılı durumu fark edememiştir. Açıklamasında “Ağaç sadece boydan mı büyür? Yoksa eninde de büyüme oluyor mu?” sorusunu sorarak iki duruma göre de soruyu cevaplamıştır. Düzgün çokgenlerde orantılı durumu yakalayan öğretmen adayı düzgün olmayan bir şekil verildiğinde orantılı durumu fark edememiştir.

5.1.3. Öğretmen Adayı 3

1. Soru

ÖA3’e 1. soru’da kenar uzunlukları belli olmayan bir dikdörtgen şekli verilmiştir. ÖA1’e 1. soru’da kenar uzunlukları belli olmayan bir dikdörtgen şekli verilmiştir. Soru 1a’da kenar uzunlukları verilmeyen bir dikdörtgenin kenar uzunlukları hakkında tahmin yürütmesi istenmiştir. Aday “kısa kenar uzunluğu tahmini olarak 6. Uzun kenarı 10. Alanı $6 \times 10 = 60$ ’tır.” cevabını vermiştir. Öğretmen adayının alan birimi ve uzunluk birimini belirtmemesi dikkat çekmiştir. Ayrıca, aday gerçekte 6 br ve 8 br kenar uzunluklarına sahip olan bu dikdörtgenin alanı hakkında yanlış bir tahminde bulunmuştur.

Soru 1b’de, ÖA3’ten araştırmacının hazırladığı her biri 1 br^2 olan materyali kullanarak dikdörtgeni kaç materyal ile kaplayabileceğini tahmin etmesi istenmiştir. Alanına 60 cevabını veren öğretmen adayı, 60 adet materyal gerekli olduğunu belirtmiştir. Buradan katılımcının birimleri dile getirmemesine rağmen br^2 ile alan arasındaki ilişkiyi biliyor olduğu sonucu çıkarılmıştır. Verilen dikdörtgeni materyaller ile kaplarken bütünü eşit boyutta parçalara böldüğü için orantısal akıl yürütme bilgi kaynaklarından “Paylaşırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Bu bilgi kaynağının kullanımını dikdörtgenin kenarlarına 6 ve 8 tane materyali dizerek “Kenarları 6 ve 8 oldu alanı $6 \times 8 = 48$ olur. Burada 8 taneden (parmağı ile üst satırı gösterdi) 6 tane olduğunu düşündüm. 8’den 6 tane olduğu için $6 \times 8 = 48$ buldum.” sözlerini kullanarak açıklamıştır.

Soru 1c’de, kenarları 2 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. Aday soruya doğru yanıtı vererek “Orantılı Durum”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Kovaryans” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Katılımcı b alt maddesinde kullanılan kenarı 1 br olan materyal üzerinden düşünerek “Kenarı 2 br olsaydı kenarları düşünürsem iki materyali bir materyal olarak sayacağım yani bu materyallerin alanı 1 iken kenarı 2 birim olan materyalin alanı 4 olacak. Bu materyalleri kullanarak alanına 48 demiştik 2 birimlik materyal kullanıldığında 12 tanesi ile kaplanır.” açıklamasını yapmıştır. Bu açıklamasında aday, kenar uzunluğu 1 br olan materyal ile kenar uzunluğu 2 br olan materyalin kenar uzunluklarını oranlamış ve kenar uzunluğu arttığı için gerekli olan materyal sayısının yarıya düşeceği sonucunu çıkarmıştır. Dolayısıyla “karşılıklı kenarlar arasında oran” ve “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Materyaller üzerine olan açıklamasında materyalin kenar uzunluğunun artması ile alanı arttı ve dolayısıyla gerekli materyal sayısı azaldı bu düşüncesi ile “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca, bütünü bir kenarı 2 br olacak şekilde eşit parçalara böldüğü için “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını da kullanmıştır.

Soru 1d’de ise kenarları 0,5 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. Bu soruda, öğretmen adayı doğru cevabı vererek yine “Orantılı Durum”, “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Kovaryans” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Katılımcı b ve c alt maddelerinden de yararlanarak “Dikdörtgenin uzun kenarı 8 br, 0,5 br olan materyal ile 16 tane kaplanacak. Kısa kenarı 6 br, yani 12 tane kaplanacak.” cevabını vermiştir. Dikdörtgeni kenar uzunluğu 0,5 br olan birbirine eş parçalara bölmeye nedeniyle “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca “Kenarları 2 katına çıktığı için alanı 4 ile çarpabiliriz. Yani 48’i 4 ile çarpacağız. Bu soruda kenar $\frac{1}{2}$ oranında azaldığı için

alanı 4 katına çıktı. C şıkkında kenar iki katına çıktığı için alanı dörde böldük.” cevabını vermiştir. Bu cevapta, soru 1c’de olduğu gibi materyalin kenar uzunluğu ile şekli kaplamak için gerekli olan materyal sayısı arasında oran bulunduğunu fark ederek “orantılı durum” kaynağını kullanmıştır. Materyalin kenar uzunluğunun yarıya inmesi nedeniyle gerekli olan materyal sayısının 4 katına çıkma ilişkisinde “kovaryans” ve bu ilişkide “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır.

2. Soru

ÖA3’e 2. soruda kenar uzunlukları verilmeyen benzer iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 2a’da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Orantılı Durum”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Yatay Alan Bilgisi”, “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “4 tane sığar. (Parmağı ile Şekil 3’ün uzun kenarına ölçerek ölçü bozmadan Şekil 2’nin uzun kenarına iki tane sığacağını gösterdi) bu şekilde 4 tane sığar diye düşünüyorum.” yanıtını verdi. Bu açıklamasında benzerlik oranını bulurken şekli parmakları ile ölçmesi geometrik benzerliği kullandığını dolayısıyla “yatay alan bilgisi” ve şekli eşit parçalara bölmesi nedeniyle “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynaklarını kullandığını göstermektedir. Devamında “Dikdörtgenlerin kısa kenar uzunlukları 6 ve 3, uzun kenar uzunlukları 8 ve 4 iki kat oran var. Alanları arasında ise $6 \times 8 = 48$ ve $3 \times 4 = 12$ dört kat var. Dikdörtgenler benzer ise kenarlar arasında bir oran vardır.” açıklamasında iki dikdörtgen benzer ise benzerlik oranı olacağını düşünerek “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Kenar uzunlukları kıyasladığında “karşılıklı kenarlar arasında oran” ve kenarlar arasında 2 kat bularak “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 2b’de ise iki şeklin kenarlarını karşılaştırması istenmiştir. “Kısa kenarları arasında 2 kat, uzun kenarlar arasında da 2 kat ilişki var.” açıklamasıyla “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve oranın 2 kat olmasında “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Soru 2c’de ise dikdörtgenlerin kenarları arasındaki ilişkinin alanları nasıl etkilediği sorulmuştur. Aday bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Kovaryans” bilgi kaynaklarından yararlanmıştır. Açıklamasında “Kısa kenarları kıyasladığımızda 2 kat ve uzun kenarları kıyasladığımızda 2 kat bu da alanı 4 katına çıkarmış.” öncelikle kenar uzunluklarını arttıkça alanın artacağını açıklayarak “kovaryans” bilgi kaynağını ve bu artışta kenar uzunluğu 2 kat artarken alanın 4 kat artması arasında “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

3. Soru

ÖA3’e 3. soruda kenar uzunlukları verilmeyen ve birbirine benzer olmayan iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 3a’da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, materyal verilmeden önce “4 tanesi ile kaplanır” yanlış tahmininde bulunmuş, materyal verildikten sonra cevabını düzeltmiştir. Aday, “Şekil 4’ün uzun kenarı ile Şekil 5’in kısa kenarı birbirine eşit. Farklı olan kenarlar arasında 3 kat olduğu için 3 tanesi ile kaplanır.” yanıtını vererek karşılıklı kenarlar arasında oran bulmuştur. Şekil 5’i birbirine eş dikdörtgenlere bölmeye nedeniyle “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 3b’de iki dikdörtgende eşit uzunlukta olmayan kenarlar ([AB] ile [EF]) dikdörtgenlerin alanını nasıl etkilediği ve dikdörtgenlerin aralarında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Kovaryans” ve “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Şekil 4’ün kısa

kenarı 3, şekil 5'in uzun kenarı 9, alanı 3 katı artmış.” yanıtını vererek bir kenar uzunluğu eşit olsa da diğer kenar uzunluğunda olan artışın alanı artıracığını açıklamış dolayısıyla “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. Öğretmen adayı “Az önceki soru da iki kenarı da 2 katına çıktığı için alanı 4 katına çıkmıştı ama bu soruda bir kenarı sabit kalıp bir kenarı 3 katına çıktığı için alanı 3 katına çıktı.” şeklinde açıklamasını devam ettirmiştir. Burada öğretmen adayı kenar uzunlukları arasında oran bularak kenar uzunluğundaki artışın alanı kaç kat arttırdığını çarpımsal karşılaştırmıştır.

4. Soru

ÖA1'e 4. soruda kenar uzunlukları verilmeyen alanları eşit üç farklı dikdörtgen verilmiştir. Soru 4a'da verilen dikdörtgenlerin alanlarını tahmin etmeleri istenmiştir. Öğretmen adayı, farklı kenar uzunluklarına sahip üç dikdörtgenin alanının eşit olacağını tahmin edememiştir. Tahmini kaydedildikten sonra materyal yardımı ile dikdörtgenlerin alanlarını bulması istenmiş ve alanlarının eşit olduğunu gözlemlemiştir.

Soru 4b'de Şekil 6 ve Şekil 8'in kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Uzun kenarları 8 ve 16, iki katı; kısa kenarları 6 ve 3 yarısı.” cevabı ile dikdörtgenlerin kenarları arasında ilişki bularak “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4c'de Şekil 6 ve Şekil 7'nin kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday “İki dikdörtgenin kenar uzunluklarına bakıldığında 6 ve 12 arasında 2 kat, 8 ve 4 arasında $\frac{1}{2}$ kat var. Bir sayının 2 katını alıp sonra yarısını aldığımızda sonuç

değişmez. Diğer kenar uzunluklarını oranlarsam $\frac{8}{12}$, sadeleşince $\frac{2}{3}$ olur. Bu kenarlar arasında da $\frac{2}{3}$ kat vardır.” cevabı ile iki dikdörtgenin karşılıklı kenarlarını oranlamış ve karşılıklı kenar uzunlukları arasında kat ilişkisi bulmuş olup “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4d’de Şekil 7 ve Şekil 8’in kenar uzunlukları farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday “Şekil 7’nin kısa kenarı 4, şekil 8’in uzun kenarı 16, 4 katı. Şekil 7’nin uzun kenarı 12, şekil 8’in kısa kenarı 3, $\frac{1}{4}$ katı oluyor. Diğer kenarları karşılaştırırsak 12’nin $\frac{4}{3}$ katı 16. Kısa kenarları arasında da $\frac{4}{3}$ kat vardır.” cevabı ile iki dikdörtgenin karşılıklı kenarlarını oranlamış ve karşılıklı kenar uzunlukları arasında kat ilişkisi bulmuş olup “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4e’de Şekil 6, 7 ve 8’deki dikdörtgenlerin arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Orantılı Durum” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Kenarlar arasında birinin uzun kenarı birinin kısa kenar arasında 2 kat gördük. Benzerlik var diyebilirim yine birini uzun kenarı ve birinin kısa kenarı arasında.” cevabı ile dikdörtgenlerin karşılıklı kenarlarını oranlayarak bu oranın diğer kenarında olduğunu fark etmiştir. Dolayısıyla “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Diğer yandan kenarlar arasında kat ilişkisi görmesi nedeniyle “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

5. Soru

ÖA3'e 5. soruda farklı boyutlarda verilen defterlerden ilki bir rulo ile diğer defter bir rulonun $\frac{1}{9}$ 'i ile kaplanırsa defterlerin boyutları hakkında açıklama yapması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Şekil 10'un kenar uzunluklarına 3k ve 3k dersem Şekil 9'un kenarları k ve k olur. Bu durumda iki defterin kenarları arasında 3 kat oran olur. Bu durumda şekil 10'u 9 rulo ile kaplarsam şekil 9'u, 1 rulo ile kaplarım.” cevabı ile iki defterin kenar uzunluklarını oranlayarak 3 kat ilişkisini bulmuş ve “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

6. Soru

ÖA3'e 6. soruda biri 1 metre ve diğeri 2 metre uzunluğunda birbirine benzer iki ağaç resmi verilmiş ve 1 metre olan ağaç resmini boyamak için 1 kutu boya kullanıldığı, 2 metre olan ağaç resmini boyamak için kaç kutu boya kullanılacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Orantılı Durum” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday açıklamasında “Eğer sadece boyu 2 katına çıktıysa eni aynı kaldıysa 2 kutu boya gider. Hem eni hem boyu 2 katına çıkıyorsa 4 kutu boya gider.” cevabını vermiştir. Bu cevaptan anlaşılacağı üzere öğretmen adayı soruya kesin bir cevap verememiştir. Dolayısıyla düzgün çokgenlerde orantılı durumu yakalayan öğretmen adayı düzgün olmayan bir şekil verildiğinde orantılı durumu fark edememiştir.

5.1.4. Öğretmen Adayı 4

1. Soru

ÖA4'e 1. soru'da kenar uzunlukları belli olmayan bir dikdörtgen şekli verilmiştir. Soru 1a'da kenar uzunlukları verilmeyen bir dikdörtgenin kenar uzunlukları hakkında tahmin yürütmesi istenmiştir. ÖA4 “Kenar uzunluklarına 5 ve 6 cm diyebiliriz bu durumda

alanı 30 cm^2 olur.” cevabını vermiştir. Öğretmen adayının alan ve uzunluk birimini belirtmesi dikkat çekmiştir. Ayrıca, aday gerçekte 6 br ve 8 br kenar uzunluklarına sahip olan bu dikdörtgenin alanı hakkında yanlış bir tahminde bulunmuştur.

Soru 1b’de, ÖA4’ten araştırmacının hazırladığı her biri 1 br^2 olan materyali kullanarak dikdörtgeni kaç materyal ile kaplayabileceğini tahmin etmesi istenmiştir. Alanına 30 cm^2 cevabını veren öğretmen adayı, 30 adet materyal gerekli olduğunu belirtmiştir. Buradan katılımcının br^2 ile alan arasındaki ilişkiyi biliyor olduğu sonucu çıkarılmıştır. Verilen dikdörtgeni materyaller ile kaplarken bütünü eşit boyutta parçalara böldüğü için orantısal akıl yürütme bilgi kaynaklarından “Paylaşırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Bu bilgi kaynağının kullanımını dikdörtgenin kenarlarına 6 ve 8 tane materyal dizerek “Dikdörtgenin tamamına materyal dizdiğimi düşünelim yani $6 \times 8 = 48$ tane materyal vardır” sözlerini kullanarak açıklamıştır.

Soru 1c’de, kenarları 2 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. Aday soruya doğru yanıtı vererek “Kovaryans” ve “Orantılı Durum” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Katılımcı b alt maddesinde kullanılan kenarı 1 br olan materyal üzerinden düşünerek “Kenarı 2 birim olan materyal ile bir kenarı 3 cm bir kenarı 4 cm olur alanı da 12 cm^2 olur. Alan dörtte biri olur.” açıklamasını yapmıştır. Bu açıklamasında aday, kenar uzunluğu 1 br olan materyal ile kenar uzunluğu 2 br olan materyalin kenar uzunlukları ile kenar uzunluğu arttığı için gerekli olan materyal sayısının yarıya düşeceğini düşünmüştür. Dolayısıyla kenar uzunluğu arttığı için gerekli olan materyal sayısının azalması çıkarımında “kovaryans” bilgi kaynağını ve “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 1d’de ise kenarları 0,5 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. Bu soruda, öğretmen adayı

doğru cevabı vererek yine “Paylaştırma ve Döşeme”, “Kovaryans”, “Orantılı Durum” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Katılımcı b ve c alt maddelerinden de yararlanarak “Kenarı 0,5 br olduğunda iki katına çıkacak yani kenarlarda 12 ve 16 tane materyal kullanırım. Yani 12x16 tane gerekir. Alanı 192 cm^2 yapar.” cevabını vermiştir. Bu cevapta, soru 1c’de olduğu gibi materyalin kenar uzunluğu ile şekli kaplamak için gerekli olan materyal sayısı arasında oran bulunduğunu fark ederek “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca, bütünü bir kenarı 0,5 br olacak şekilde eşit parçalara böldüğu için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını da kullanmıştır. Açıklamasına kenar uzunluğu 1 br, 2 br ve 0,5 br olan üç materyal arasında karşılaştırma yaparak devam etmiştir. Aday, “1 br olduğunda 48, 2 br olduğunda 12 ve 0,5 br olduğunda 192 tane gerekli oldu.” açıklamasını yaparken çalışma kağıdına yaptığı çözüm şekil 5.3. de verilmiştir.

Handwritten calculations showing the area of a square with side length 0.5 br. The work includes:

$$12 \cdot 16 = 192$$

$$6 \cdot 8 = 48$$

$$3 \cdot 4 = 12$$

$$\begin{array}{r} 12 \\ \times 16 \\ \hline 72 \\ 120 \\ \hline 192 \end{array}$$

şekil 5.3. ÖA4’ün özümü

Açıklamasına devam eden aday, “Gerekli olan materyal sayılarına bakıldığında birbirinin 4 katı olduğu görölmektedir. Kenarlara gerekli olan materyallere bakıldığında, 2 br olan materyalde 3 ve 4 tane, kenarı 1 br olan materyalde 6 ve 8 tane, 2 katına çıktı. 0,5 birim materyalden 12 ve 16 tane yine 2 katına ıktı. Yani ters bir orantı var. Materyalin birimi küçüldükçe kullanacağımız materyal sayısı artıyor.” şeklinde sözlerini bitirmiştir. Bu açıklamasında materyal sayılarını kıyasladığında 4 kat, materyal sayısı ile materyalin kenar uzunluğunu kıyasladığında 2 kat gibi oranlar bularak “arpımsal karşılaştırma” bilgi

kaynağını kullanmıştır. Diğer yandan “Materyalin birimi küçüldükçe kullanacağımız materyal sayısı artıyor.” çıkarımında “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca materyal kenar uzunluğu ile materyal sayısı arasında yaptığı açıklamada “Ters Orantı” olduğunu gören ve orantı çeşidini dile getiren tek aday olmuştur.

2. Soru

ÖA4’e 2. soruda kenar uzunlukları verilmeyen benzer iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 2a’da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Orantılı Durum”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Küçültme” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Belli bir oranda kenarların küçüldüğü iki dikdörtgen verilmiş. Kenar uzunluklarını oranladığımızda benzerlik oranı ortaya çıkar. Kısa kenarları 3 ve 6, 2 katı. Uzun kenar uzunlukları 4 ve 8, 2 kat.” yanıtını verdi. Burada iki dikdörtgen benzer ise benzerlik oranı olacağını düşünerek “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmış ve karşılıklı kenarlar arasında 2 oranını bulmuştur. Bunun yanında büyük dikdörtgenin belli oranda küçülmesiyle küçük dikdörtgenin oluştuğunu açıklayarak “küçültme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Büyük dikdörtgenin küçük dikdörtgen ile kaplanmasında “Şekil 2’nin alanı 48 cm^2 , şekil 3’ün alanı 12 cm^2 ’dir. Alanlar arasında 4 kat oran olduğu için 4 tanesi ile kaplanır.” diyerek dikdörtgeni eşit parçalara bölmüş ve “paylaştırma ve döşeme” kaynağını kullanmıştır. Ayrıca kenar uzunlukları arasında ve alanlar arasında 2 ve 4 kat ilişki fark etmesi nedeniyle “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 2b’de ise iki şeklin kenarlarını karşılaştırması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Orantılı Durum”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Sabit Oran” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Kenar uzunlukları 2 katı. Benzerlik oranı $\frac{1}{2}$. EFGH dikdörtgenini ABCD dikdörtgenine oranlarsak $\frac{1}{2}$. ABCD

dikdörtgenini EFGH dikdörtgenine oranlarsak benzerlik oranı 2 çıkar.” açıklamasıyla “karşılıklı kenarlar arasında oran” ve “orantılı durum” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Kenar uzunlukları arasında 2 kat olmasında ise “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını ve benzerlik oranı $\frac{1}{2}$ açıklaması ile “sabit oran” bilgi kaynağını kullanmıştır. Sorunun c şikkında ise dikdörtgenlerin kenarları arasındaki ilişkinin alanları nasıl etkilediği sorulmuştur. Aday bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Büyüme”, “Orantılı Durum” ve “Kovaryans” bilgi kaynaklarından yararlanmıştır. Açıklamasında “Alanlar arasında 4 kat var. Kenar uzunluklarının aynı oranda büyümesi ile alan da arttı. Alanda değişme benzerlik oranının karesi kadardır.” öncelikle kenar uzunluklarının aynı oranda artması ile alanın artacağını açıklayarak “büyüme” ve “kovaryans” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Bu artışta alanların 4 kat artması arasında “çarpımsal karşılaştırma” ve benzerlik oranının karesinin alanlar oranına eşit olacağını açıklayarak “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır.

3. Soru

ÖA4’e 3. soruda kenar uzunlukları verilmeyen ve birbirine benzer olmayan iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 3a’da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Şekil olarak baktığımda 3 tane ile kaplayacağımı düşünüyorum.” yanıtını verdi. Bütünü birbirine eş parçalara bölmesi nedeniyle paylaşırma ve döşeme bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 3b’de iki dikdörtgende eşit uzunlukta olmayan kenarlar ([AB] ile [EF]) dikdörtgenlerin alanını nasıl etkilediği ve dikdörtgenlerin aralarında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Kovaryans” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Boydan değişme olmuyor zaten ama eni 3 katına çıktı. Alanları da 3 katına çıktı. $4 \times 3 = 12 \text{ cm}^2$ iken $4 \times 9 = 36 \text{ cm}^2$ oldu. İkinci soruda hem eninde

hem boyunda değişiklik olduğu için 4 katına çıkmıştı. Bu soruda sadece ende değişiklik olduğu için kenarındaki artış kadar alanı arttı.” şeklinde doğru bir açıklama yapmıştır. Açıklamasında kenar uzunlukları ve alanlar arasında “çarpımsal karşılaştırma” ve kenar uzunluklarındaki artışın alanı da arttırdığı sonucuna vararak “kovaryans” bilgi kaynaklarını kullanmıştır.

4. Soru

ÖA4’e 4. soruda kenar uzunlukları verilmeyen alanları eşit üç farklı dikdörtgen verilmiştir. Soru 4a’da verilen dikdörtgenlerin alanlarını tahmin etmeleri istenmiştir. Öğretmen adayı, farklı kenar uzunluklarına sahip üç dikdörtgenin alanının eşit olacağını tahmin edememiştir. Tahmini kaydedildikten sonra materyal yardımı ile dikdörtgenlerin alanlarını bulması istenmiş ve alanlarının eşit olduğunu gözlemlemiştir.

Soru 4b’de Şekil 6 ve Şekil 8’in kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu alt soruda “Kovaryans”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Şekil 6’nın kısa kenarı 6 cm, Şekil 8’in kısa kenarı 3 cm yarıya düşmüş. Şekil 6’nın uzun kenarı 8 cm, şekil 8’in uzun kenarı 16 cm iki katına çıkmış. Ters orantı olmuş. Bir kenarı 2 katına çıkarken diğer kenarı $\frac{1}{2}$ kat azalmış.” şeklinde açıklamıştır. Bu açıklamada kısa kenar uzunluğu azalırken uzun kenar uzunluğunun artmasıyla çarpımların yani alanın değişmediğini açıklayarak bilgi kaynaklarından “Kovaryans”ı kullanmıştır. Görüşme yapılan diğer öğretmen adayları, “uzunluklardan bir artarken diğer azaldığı için eşit.” açıklamasını yaparken sadece bu aday açıklamasında kenar uzunlukları arasında ters orantı olduğunu dile getirmiştir. Açıklamasının devamında ise dikdörtgenlerin karşılıklı kenarlarını oranlayarak 2 kat şeklinde “çarpımsal karşılaştırma” yapmıştır.

Soru 4c'de Şekil 6 ve Şekil 7'nin kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Kovaryans”, “Orantılı Durum”, “Denklik”, “Sabit Oran”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday “Burada $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ oranında benzerlik oranı var. Yani 12'yi $\frac{3}{2}$ ile çarptığımda 8'i bulurum. 6'nın $\frac{2}{3}$ katı da 4 tür. Bir kenarı aynı benzerlik oranında kısaltıp diğer kenarı uzattığım zaman aynı alanı bulabilirim. Yine ters bir orantı var.” açıklamasını yapmıştır. Dikdörtgenin bir kenar uzunluğunun eşit oranda artması, diğer kenar uzunluğunun eşit oranda azalması açıklamasıyla “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. Kenar uzunluklarını oranlayarak $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ benzerlik oranını bulmasıyla “sabit oran”, “karşılıklı kenarlar arasında oran”, “orantılı durum” ve “denklik” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Ayrıca kenar uzunlukları arasında $\frac{2}{3}$ kat bularak “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağından yararlanmıştır.

Soru 4d'de Şekil 7 ve Şekil 8'in kenar uzunlukları farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Orantılı Durum”, “Denklik”, “Sabit Oran” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Aynı oran burada da var. $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ benzerlik oranını bulurum. 16'yı $\frac{3}{4}$ ile çarptığımda 12'yi bulurum. Kısa kenarında 3'ü $\frac{3}{4}$ 'e böldüğüm zaman ($\frac{3}{\frac{3}{4}} = 4$) 4'ü bulurum.” c şikkında yapmış olduğu açıklamanın benzerini yapmıştır. Dolayısıyla karşılıklı kenar uzunluklarını oranlamış ve aynı oranın kısa kenarlar arasında da olduğunu açıklayarak “orantılı durum”, benzerlik oranını bularak “sabit oran”, iki oranı birbirine eşitleyerek “denklik” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Ayrıca kenar uzunluklarını karşılaştırdığında aralarında $\frac{3}{4}$ kat bularak “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4e’de Şekil 6, 7 ve 8’deki dikdörtgenlerin arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Kenar uzunlukların biri arttırılıp diğeri azaltıldığında alanları aynı kalmış. Uzun kenarları arttırılmış kısa kenarları azaltılmış aynı alana sahip olmuş.” açıklamasını yapmıştır. Dikdörtgenin kenar uzunluklarının artması ve azalmasıyla alanlarının eşit kaldığını açıklayarak “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır.

5. Soru

ÖA4’e 5. soruda farklı boyutlarda verilen defterlerden ilki bir rulo ile diğeri defter bir rulonun $\frac{1}{9}$ ’i ile kaplanırsa defterlerin boyutları hakkında açıklama yapması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Orantılı Durum”, “Kovaryans” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, defterler hakkında “Boyut büyüdükçe kullanılan rulo sayısı artar, küçüldükçe rulo sayısı azalır.” açıklamasını yaparak “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. Öğretmen adayı kenar uzunlukları hakkında ise “Şekil 9’un bir kenarı 1 ise Şekil 10’un bir kenarı 3 olur. Bu şekilde alanları arasında 9 kat olacaktır” açıklamasını yapmıştır. Burada karşılıklı kenar uzunlukları arasında ve dikdörtgenlerin alanları arasında “çarpımsal karşılaştırma” kullanmıştır. Ayrıca “Büyük defterde 1 rulo kullanırsam küçükte $\frac{1}{9}$ kadar rulo yani benzerlik oranının karesi kadar kullanırım.” açıklamasını yaparak “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır.

6. Soru

ÖA4’e 6. soruda biri 1 metre ve diğeri 2 metre uzunluğunda birbirine benzer iki ağaç resmi verilmiş ve 1 metre olan ağaç resmini boyamak için 1 kutu boya kullanıldığı, 2 metre olan ağaç resmini boyamak için kaç kutu boya kullanılacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “2 kutu boya kullanırım.” açıklamasını yapmıştır. Öğretmen adayı

benzerliği sadece uzunluk olarak düşünmesi nedeniyle 1 metre ağaca 1 kutu ise 2 metre ağaca 2 kutu boya kullanılır orantısını düşünmüştür. Fakat benzer olan şekillerin uzunluk ve en olarak genişlediği veya küçüldüğü düşünüldüğünde doğru cevabın 4 kutu olması gerekir. Dolayısıyla, düzgün çokgenlerde orantılı durumu yakalayan öğretmen adayı düzgün olmayan bir şekil verildiğinde orantılı durumu fark edememiştir.

5.1.5. Öğretmen Adayı 5

1. Soru

ÖA5'e 1. soruda kenar uzunlukları belli olmayan bir dikdörtgen şekli verilmiştir. Soru 1a'da kenar uzunlukları verilmeyen bir dikdörtgenin kenar uzunlukları hakkında tahmin yürütmesi istenmiştir. Aday "Daha önce bir karışımın 25 cm olduğunu ölçmüştüm. Tahminime buradan yola çıkarsam yaklaşık olarak karışımın yarısı kadar 10 cm ve 12 cm olarak düşünüyorum. Alanı 120 olur." cevabını vererek karış uzunluğu ile dikdörtgenin kenarları arasında geometrik benzerliği kullanmıştır. Dolayısıyla "yatay alan bilgisi" bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca öğretmen adayının uzunluk birimi belirtmesine rağmen alan birimini belirtmemesi dikkat çekmiştir. Ayrıca, aday gerçekte 6 br ve 8 br kenar uzunluklarına sahip olan bu dikdörtgenin alanı hakkında yanlış bir tahminde bulunmuştur.

Soru 1b'de, ÖA5'ten araştırmacının hazırladığı her biri 1 br^2 olan materyali kullanarak dikdörtgeni kaç materyal ile kaplayabileceğini tahmin etmesi istenmiştir. Alanına 120 cevabını veren öğretmen adayı, materyaller verildiğinde bu tahminin fazla olduğunu anlamıştır. Verilen dikdörtgeni materyaller ile kaplarken bütünü eşit boyutta parçalara böldüğü için orantısal akıl yürütme bilgi kaynaklarından "Paylaşırma ve Döşeme" bilgi kaynağını kullanmıştır. Bu bilgi kaynağının kullanımını dikdörtgenin kenarlarına 6 ve 8 tane materyali dizerek "Dikdörtgenin tamamına 48 materyal dizilir." sözlerini kullanarak açıklamıştır.

Soru 1c’de, kenarları 2 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. Aday soruya doğru yanıtı vererek “Kovaryans”, “Birim Oran” ve “Orantılı Durum” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Katılımcı b alt maddesinde kullanılan kenarı 1 br olan materyal üzerinden düşünerek “Kenarı 2 birim olan materyal verilseydi kısa kenar materyal sayısı, uzun kenar materyal sayısı ikisi de yarıya inecek.” açıklamasını yapmıştır. Aday, materyalin kenar uzunluğu 2 katına çıkarken uzun kenar ve kısa kenar materyal sayısı yarıya inecek düşüncesi ile “kovaryans” bilgi kaynağını ve değişimin orantılı olacağını dile getirmesi ile “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca “Verilen materyallerin her birinin alanı $1 br^2$ ’idi. Kenarı 2 birim olan materyal verildiğinde alanı $4 br^2$ olacak. Bu yüzden dörtte biri kadar materyal gerekli olur.” açıklamasını yapmıştır. Bu açıklamasında aday, kenar uzunluğu 1 br olan materyalin alanını düşünerek 4 tane $1 br^2$ materyal 1 tane kenar uzunluğu 2 br olan materyal edeceğini düşünmüştür. Ayrıca materyal sayısının $\frac{1}{4}$ ’i kadar gerekli olacağını düşünmüştür. Dolayısıyla “birim oran” ve “orantılı durum” bilgi kaynaklarını kullanmıştır.

Soru 1d’de ise kenarları 0,5 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. Bu soruda, öğretmen adayı doğru cevabı vererek yine “Paylaştırma ve Döşeme”, “Kovaryans”, “Orantılı Durum” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA5, Soru 1b ve Soru 1c’den de yararlanarak “Burada bahsedilen materyalde ilk kullandığım materyalin dörtte birine eşit olacak. Yani bir materyal yerine kenarı 0,5 br olsaydı 4 materyal kullanırdım. Yani 1 birimden 48 tane kullandıysam 0,5 birim olan materyalden $48 \times 4 = 192$ tane kullanmam gerekir. Yani 4 katı.” cevabını vermiştir. Bu cevapta, Soru 1c’de olduğu gibi materyalin kenar uzunluğundan yola çıkarak 0,5 birim olan materyalin 4 tanesinin kapladığı alanın, kenarı 1 br olan materyalin kapladığı alana eşit olacağını düşünerek “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Materyalin kenarı 2 katına çıktığında materyalin boyutu

büyüdüğü için gerekli olan materyal sayısı azaldı. Kenarı 2 katına çıktığında 2'nin karesi 4 kat azaldı. Kenarı yarıya düştüğünde 4 kat arttı.” açıklamasında materyalin kenar uzunluğu ile gerekli materyal sayısı arasındaki ilişkiyi dile getirirken “kovaryans” bilgi kaynağını ve 4 kat ilişkisini fark ederek “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca, bütünü bir kenarı 0,5 br olacak şekilde eşit parçalara böldüğü için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını da kullanmıştır.

2. Soru

ÖA5'e 2. soruda kenar uzunlukları verilmeyen benzer iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 2a'da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Orantılı Durum”, “Denklik”, “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Dikdörtgenler benzer derken kısa kenarları ve uzun kenarları arasında bir orantı var demek. Yani kısa kenarları oranlarsak 2, 3 ya da 12 nasıl bir oran varsa aynı oran uzun kenarları arasında da çıkacak. Aynı şekilde alanları arasında da bir oran var.” yanıtını verdi. Burada iki dikdörtgen benzer ise benzerlik oranı olacağını düşünerek “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmış ve orantı var açıklamasında iki oranın eşitliğinden bahsettiği için “denklik” bilgi kaynağını kullanmıştır. Büyük dikdörtgenin küçük dikdörtgen ile kaplanmasında “Şekil 3'ün uzun kenarı 4 br, Şekil 2'nin uzun kenarını 4 birimden bölersem iki tane yerleşir. Şekil 3'ün kısa kenarı 3, Şekil 2'nin kısa kenarı 6 br, 3 birimden bölersem yine iki tane yerleşecek toplamda 4 tane yerleşmiş olur.” diyerek dikdörtgeni eşit parçalara bölmüş ve “Paylaştırma ve Döşeme” kaynağını kullanmıştır.

Soru 2b'de ise iki şeklin kenarlarını karşılaştırması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Orantılı Durum”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Sabit Oran” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Kenarlar arasında $\frac{1}{2}$ kat

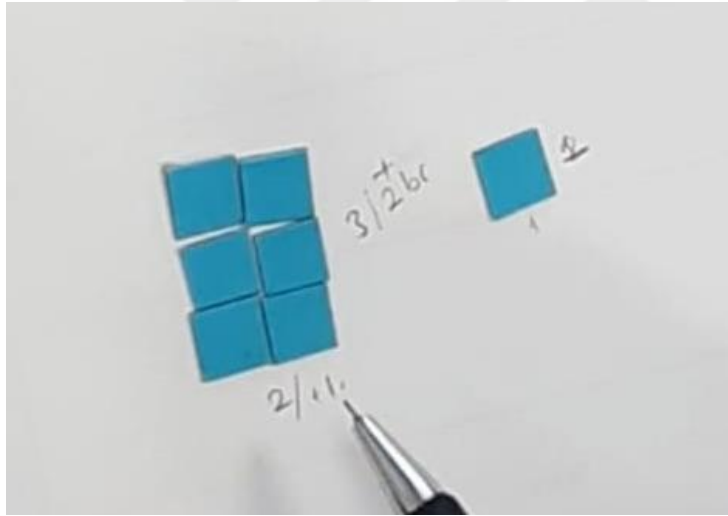
var. Yani benzerlik oranı $\frac{1}{2}$ dir.” açıklamasıyla “karşılıklı kenarlar arasında oran” ve benzerlik oranı ve kenarların oranını bularak “orantılı durum” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Kenar uzunlukları arasında $\frac{1}{2}$ kat olmasında ise “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca öğretmen adayı, benzerlik oranı ile “sabit oran” bilgi kaynağını da kullanmıştır.

Soru 2c’de ise dikdörtgenlerin kenarları arasındaki ilişkinin alanları nasıl etkilediği sorulmuştur. Aday bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Orantılı Durum” ve “Kovaryans” bilgi kaynaklarından yararlanmıştır. Açıklamasında “Şekil 3’ün alanı 12, şekil 2’nin alanı 48, 4 katı.” açıklaması ile alanlar arasındaki ilişkiyi “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağı ile açıklamıştır. Ayrıca “Benzerlik oranı $\frac{1}{2}$, benzerlik oranının iki katı kadar alanların oranı olur. Bu materyalin alanı $1 br^2$, kenarlarını iki katına çıkarttığımda alanı 4 katına çıkıyor, kenarlarına 3 katına çıkarırsa 9 tane materyal kullanmam gerekir. Yani alan benzerlik oranının karesi kadar arttı. Benzerlik oranı 2 olduğu için alan 2’nin karesi 4 kat arttı.” öncelikle kenar uzunluklarının artması ile alanın artacağını açıklayarak “kovaryans” bilgi kaynağını ve benzerlik oranının karesinin alanlar oranına eşit olacağını açıklayarak “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır.

3. Soru

ÖA5’e 3. soruda kenar uzunlukları verilmeyen ve birbirine benzer olmayan iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 3a’da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Şekil 5’in uzun kenarına 3 birim bir dikdörtgen, 3 birim bir dikdörtgen ve 3 birim bir dikdörtgen olarak 3 tane sığar.” yanıtını verdi. Bütünü birbirine eş parçalara bölmesi nedeniyle paylaştırma ve döşeme bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 3b’de iki dikdörtgende eşit uzunlukta olmayan kenarlar ([AB] ile [EF]) dikdörtgenlerin alanını nasıl etkilediği ve dikdörtgenlerin aralarında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Kovaryans”, “Toplamsal Düşünme”, “Paylaştırma ve Döşeme”, “Sabit Oran”, “Birim Oran” ve “Orantılı Durum” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Şekil 4’ün alanı 12, şekil 5’in alanı 36 farklı olan kenarlar 3 ve 9 üç kat arttı alanda 3 katına çıktı. Benzer olmayan dikdörtgenler düşünsem bir kenarı 2 kat diğer kenarı 3 kat artsa bu sefer iki kenarın çarpımı kadar artma olurdu.” şeklinde doğru bir açıklama yapmıştır. Açıklamasında kenar uzunluklarındaki artışın alanı da arttırdığı sonucuna vararak “kovaryans” ve kenar uzunlukları ile alanlar arasında “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday kenar uzunluklarında değişimin alanı nasıl etkilediğini Şekil 5.4.te göstermiştir.



Şekil 5.4. ÖA5’in çözümü

ÖA5 şekil üzerinde “Kenarı 1 br olan materyal üzerinden düşünelim. Bir de uzun kenarını 2 birim artırdığım, kısa kenarını 1 birim artırdığım dikdörtgeni düşünelim. Bu örneğimde alandaki değişim, kenarlardaki değişim kadar olmadı. Aralarında benzerlik olmazsa olmuyor.” açıklamasını yapmıştır. Öğretmen adayımız “Benzer olmayan dikdörtgenler düşünsem bir kenarı 2 kat diğer kenarı 3 kat artsa bu sefer iki kenarın

çarpımı kadar artma olurdu.” sözleriyle doğru bir açıklama yapmıştı fakat şekil üzerinde gösterirken kenarlardaki değişimi “uzun kenarını 2 birim, kısa kenarını 1 birim artırdım” sözleriyle açıklamıştır. Burada görüldüğü üzere şekil üzerinde, kenarlardaki değişimi “toplamsal düşünme” bilgi kaynağını kullanarak gerçekleştirmiş dolayısıyla yanlış bir sonuca ulaşmıştır. Soru üzerinde tekrar düşünen aday, “Dikdörtgenler benzer olduğunda benzerlik oranının karesi kadar artıyor. Bu soruda bir kenarları sabit diğer kenarı değiştiği için değişen kenarı kadar alanı artıyor. Kenarları oranı $\frac{1}{3}$. Şekil 4’ün alanı 12. Yani bunun alanı (Şekil 4) k ise şekil 5’in alanı 3k olmalıydı $12 \times 3 = 36$ oldu.” açıklamasında kenar uzunluğundaki değişimin alanı artırmasından bahsederek “kovaryans” bilgi kaynağını ve benzerlik oranını bularak “sabit oran”, benzerlik oranının karesinin alandaki değişim üzerine açıklamasıyla “orantılı durum” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Bununla birlikte şekil 4’ü bir birim kabul ederek k ve şekil 5’e 3k diyerek alanların 3 kat olacağından bahsetmesi “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağı ve k dediğimiz bir birimden 3k olacağı açıklamasıyla “birim oran” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca şekil 5’e 3 tane şekil 4 yerleştirmesiyle “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını da kullanmıştır.

4. Soru

ÖA5’e 4. soruda kenar uzunlukları verilmeyen alanları eşit üç farklı dikdörtgen verilmiştir. Soru 4a’da verilen dikdörtgenlerin alanlarını tahmin etmeleri istenmiştir. ÖA5, farklı kenar uzunluklarına sahip üç dikdörtgenin alanının eşit olacağını tahmin edememiştir. Tahmini kaydedildikten sonra materyal yardımı ile dikdörtgenlerin alanlarını bulması istenmiş ve alanlarının eşit olduğunu gözlemlemiştir.

Soru 4b’de Şekil 6 ve Şekil 8’in kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. ÖA5 bu alt soruda “Paylaştırma ve Döşeme”, “Kovaryans”, “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Sabit Oran” ve “Karşılıklı Kenarlar

Arasında Oran” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Birinde 6 satır var bir satırda 8 materyal var. Diğerinde 3 satır var bir satırda 16 materyal var. Burada şekil 6’dan 3 satır alınmış yan tarafına eklenerek şekil 8 elde edilmiş.” açıklamasını yapmıştır. Burada şekli eşit parçalara böldüğü için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Daha sonra “Uzunluklarını kıyaslarsak kısa kenarı 6’dan 3’e $\frac{1}{2}$ kat, uzun kenarı 8’den 16’ya 2 katına çıkmış. Yani bir kenar yarısı iken diğer kenarı iki katı böylelikle oranı korumuş aslında.” cevabı ile karşılıklı kenarları oranlayarak 2 kat şeklinde “çarpımsal karşılaştırma” ve kenarın biri artarken diğer kenarın azalması ile “kovaryans” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Ayrıca kenar uzunluklarındaki değişimin oranı koruması ile “sabit oran” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4c’de Şekil 6 ve Şekil 7’nin kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday “Burada da 8 olan satırdaki materyal sayısı, sütunda 4 materyale indirilmiş ama satır sayısı 6 değil de 12 sütun olmuş. Şekil 7’yi, 6’ya 4 olarak ikiye bölersem bir grubu alıp alta eklediğimde şekil 6’yı elde ederim.” cevabı ile bütünü eş parçalara böldüğü için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4d’de Şekil 7 ve Şekil 8’in kenar uzunlukları farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Kovaryans” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday “Şekil 7’nin uzun kenarı 12 şekil 8’in kısa kenarı 3, 4’e bölünmüş. Şekil 7’nin kısa kenarı 4 şekil 8’in uzun kenarı 16, 4 katına çıkmış yani kenarların biri 4 katına çıkarken diğeri 4’e bölündüğü için alanı sabit kalmış.” cevabını vererek karşılıklı kenarlar arasında 4 kat oranını bulmuş ve “karşılıklı kenarlar arasında

oran” ve “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Ayrıca kenar uzunluklarının biri artarken diğerinin azalmasında ise “kovaryans” bilgi kaynağını kullanarak alan korunumuna değinmiştir.

Soru 4e’de Şekil 6, 7 ve 8’deki dikdörtgenlerin arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Kenarların biri artarken diğeri azaldığı için alanı korunmuş.” cevabını vermiştir. Kenarlardan biri artarken diğerinin azalması açıklamasında ise “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır.

5. Soru

ÖA5’e 5. soruda farklı boyutlarda verilen defterlerden ilki bir rulo ile diğeri defter bir rulonun $\frac{1}{9}$ ’i ile kaplanırsa defterlerin boyutları hakkında açıklama yapması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Defterlerin arasındaki benzerlik oranını söylememiş. Boyutları hakkında bir şey söyleyemiyorum. Ama alanları hakkında 9 katı kadar diyebilirim. Şekil 9’un alanına k dersem şekil 10’un alanı 9k olur.” cevabı ile iki defterin alanlarını çarpımsal karşılaştırmıştır.

6. Soru

ÖA5’e 6. soruda biri 1 metre ve diğeri 2 metre uzunluğunda birbirine benzer iki ağaç resmi verilmiş ve 1 metre olan ağaç resmini boyamak için 1 kutu boya kullanıldığı, 2 metre olan ağaç resmini boyamak için kaç kutu boya kullanılacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Orantılı Durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Şekil düzgün değil ama benzerlik oranı yapmak istiyorum. Alanının büyümesi de aynı oranda olacağını düşünüyorum. 1 metre olan ağaç için 1 kutu

kullandıysa, 2 metre ağaç için 4 kutu boya kullanılacağını düşünüyorum. Alanı dediği için benzerlik oranının karesi kadar. Düzgün çokgenlerde olduğu gibi düşündüm. Boylarına baktığımda iki katına çıkmış benzerlik oranı 2’dir.” doğru bir açıklama yapmıştır. Aday benzerlik oranını bularak karesi alanların oranına eşit olacağı çıkarımından “orantılı durum” ve boyları arasında 2 kat açıklamasıyla “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır.

5.1.6. Öğretmen Adayı 6

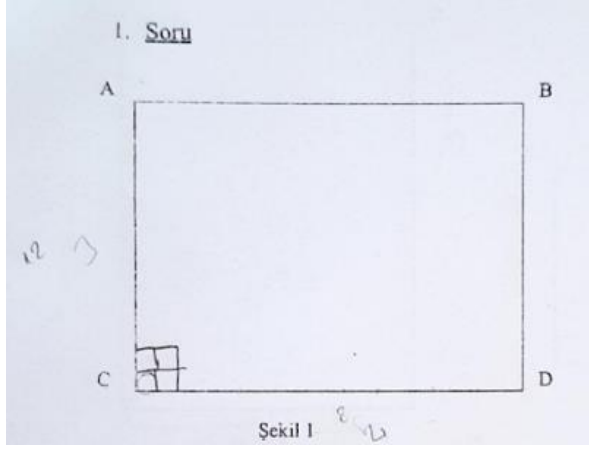
1. Soru

ÖA6’ya1. Soru’da kenar uzunlukları belli olmayan bir dikdörtgen şekli verilmiştir. Soru 1a’da kenar uzunlukları verilmeyen bir dikdörtgenin kenar uzunlukları hakkında tahmin yürütmesi istenmiştir. Aday “Uzun kenara 8 cm, kısa kenara 7 cm desem alanı 56 cm olur.” cevabını vermiştir. Öğretmen adayının uzunluk birimini belirtmesi fakat alan birimini yanlış belirtmesi dikkat çekmiştir. Ayrıca, aday gerçekte 6 br ve 8 br kenar uzunluklarına sahip olan bu dikdörtgenin alanı hakkında yanlış bir tahminde bulunmuştur.

Soru 1b’de, ÖA6’dan araştırmacının hazırladığı her biri $1 br^2$ olan materyali kullanarak dikdörtgeni kaç materyal ile kaplayabileceğini tahmin etmesi istenmiştir. Alanına 56 cm cevabını veren öğretmen adayı, 56 adet materyal gerekli olduğunu belirtmiştir. Buradan katılımcının br^2 ile alan arasındaki ilişkiyi biliyor olduğu sonucu çıkarılmıştır. Verilen dikdörtgeni materyaller ile kaplarken bütünü eşit boyutta parçalara böldüğü için orantısız akıl yürütme bilgi kaynaklarından “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Bu bilgi kaynağının kullanımını dikdörtgenin kenarlarına 6 ve 8 tane materyali dizerek “Bu dikdörtgeni materyal ile kapladığımı düşünelim. 8 tane sütun ve her sütunda 6 tane materyal olacaktır. Ya da tam tersi de olabilir 6 tane satır ve her satırda 8 tane materyal olacaktır.” sözleriyle açıklamıştır.

Soru 1c’de, kenarları 2 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. Aday soruya doğru yanıtı vererek “Paylaştırma ve Döşeme”, “Kovaryans” ve “Birim Oran” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Katılımcı b alt maddesinde kullanılan kenarı 1 br olan materyal üzerinden düşünerek “Kısa kenar için 3 materyal, uzun kenar için 4 materyal kullanılırdı, 12 tane 4 cm^2 olan birimlerden kaplanırdı. Kullanılan materyalin boyutu büyüdüğü için sayısı azaldı. Birimler küçüldükçe kaplayacağı tane sayısı artıyor.” açıklamasını yapmıştır. Bu açıklamasında aday, kenar uzunluğu 1 br olan materyal ile kenar uzunluğu 2 br olan materyalin kenar uzunlukları ile kenar uzunluğu arttığı için gerekli olan materyal sayısının yarıya düşeceğini düşünmüştür. Dolayısıyla kenar uzunluğu arttığı için gerekli olan materyal sayısının azalması çıkarımında “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca 4 cm^2 olan bir materyali bir birim kabul ederek bunlardan 12 tanesinin dikdörtgeni kaplayacağı çıkarımında “birim oran” bilgi kaynağını ve dikdörtgeni 12 eş parçaya böldüğü için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 1d’de ise kenarları 0,5 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. Bu soruda, öğretmen adayı, araştırmacının verdiği bir materyali alarak aynısını dikdörtgenin sol altına çizmiştir ve dört parçaya bölerek kenarı 0,5 br olan bir materyal elde etmiştir. Yapmış olduğu çizim Şekil 5.5. de verilmiştir.



Şekil 5.5. ÖA6'nın çözümü

Öğretmen adayı, kenarı 0,5 br olan materyal ve 1 br olan materyal hakkında “Bu iki materyalin kaplayacağı alan bir olmayacağı için bu maddede daha fazla materyal kullanırız.” açıklamasını yapmıştır. Devamında “Şekilde de görüldüğü gibi bir materyali 2 tane sayarız. Yani kısa kenarı 12, uzun kenarı 16 olacak. 192 tane gerekli olur. Alan sabit kalıyor ama kaplanan birimlerin sayısı değişiyor. Materyalin kenar uzunluğu küçüldükçe kaplamak için gereken materyal sayısı artıyor.” cevabını vermiştir. Bu cevaplardan yola çıkarak materyalin kenar uzunluğu ile gerekli materyal sayısı arasındaki ilişkiyi açıklarken “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca, aday alanın korunmasına değinerek, bütünü bir kenarı 0,5 br olacak şekilde eşit parçalara böldüğü için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını da kullanmıştır.

2. Soru

ÖA6'ya 2. soruda kenar uzunlukları verilmeyen benzer iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 2a'da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Orantılı Durum”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Benzer olduğu için kenarları orantılı. Materyal şekil 3'e 12 tane sığıdı.

Kısa kenarları 3 ve 6 çıktı demek ki $\frac{1}{2}$ oranı var. Uzun kenarları 4 ve 8 çıktı burada da $\frac{1}{2}$ oranı var. Kenarlar arasında 2 kat var. 4 tane sığar.” yanıtını verdi. Burada iki dikdörtgen benzer ise kenar uzunluklarının orantılı olacağını düşünerek “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmış ve karşılıklı kenarlar arasında $\frac{1}{2}$ oranını bulmuştur. Büyük dikdörtgenin küçük dikdörtgen ile kaplanmasında 4 tanesi ile kaplandığını düşünerek dikdörtgeni eşit parçalara bölmüş ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca kenar uzunlukları arasında 2 kat ilişkisini fark ederek “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 2b’de ise iki şeklin kenarlarını karşılaştırması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Orantılı Durum”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Büyütme” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Kenarları orantılı olduğu için şekil 3’ün kısa kenarına x desem, şekil 2’nin kısa kenarı 2x olur. Şekil 3’ün uzun kenarına y desem, şekil 2’nin uzun kenarı 2y olur. Şekil 3’ün büyütülmüş hali şekil 2 diyebilirim. Kenarları orantısız olarak arttırılmış.” açıklamasıyla “karşılıklı kenarlar arasında oran” ve kenar uzunlukları arasında orantısız artış diyerek “orantılı durum” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Kenar uzunlukları arasında 2 kat olmasında ise “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca “Şekil 3’ün büyütülmüş hali şekil 2” ifadesiyle “büyütme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Soru 2c’de ise dikdörtgenlerin kenarları arasındaki ilişkinin alanları nasıl etkilediği sorulmuştur. Aday bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Paylaştırma ve Döşeme” ve “Kovaryans” bilgi kaynaklarından yararlanmıştır. Açıklamasında “Şekil 3’te 4 sütun ve her sütunda 3 materyal var. Şekil 2’de 3 materyal olan 4 sütundan 4 tane daha var. Şekil 3’te 12 materyal var o halde şekil 2’de $4 \times 12 = 48$ tane materyal vardır. Alanı 4 katı arttı. Kenarlar 2 kat arttı. Kenarların ikisi de 2 kat arttığı için alanı 4 kat artmış olabilir.” açıklamasını yapmıştır. Öncelikle kenar uzunlukların 2 katına çıkması alanın 4 katına çıkması açıklamasında “kovaryans” ve “çarpımsal

karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Ayrıca şekil 3’ün 4 tanesinin şekil 2 edeceğini açıklayarak bütünü eş parçalara bölmüş ve “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

3. Soru

ÖA6’ya 3. soruda kenar uzunlukları verilmeyen ve birbirine benzer olmayan iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 3a’da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Şekil 5’i bir kenarı 4 bir kenarı 3 olacak şekilde gruplandırıdığımızda 3 tane sığar.” yanıtını vermiştir. Bütünü birbirine eş parçalara bölmesi nedeniyle “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 3b’de iki dikdörtgende eşit uzunlukta olmayan kenarlar ([AB] ile [EF]) dikdörtgenlerin alanını nasıl etkilediği ve dikdörtgenlerin aralarında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Toplamsal Düşünme”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Kovaryans” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Kısa kenarında artış oldu bu artış kadar alanı artar. Kısa kenarı 3 şekil 5’in uzun kenarı 9, diğer kenarlar sabit, 3 katına çıktı alanda 3 katına çıktı.” şeklinde doğru bir açıklama yapmıştır. Açıklamasında kenar uzunlukları ve alanlar arasında “çarpımsal karşılaştırma” ve kenar uzunluklarındaki artışın alanı da arttırdığı sonucuna vararak “kovaryans” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Açıklamasının devamında bir örnek vererek örnek üzerinden yanlış açıklama yapmıştır. Aday, “Şekil 4’te kenarları 3 ve 4 olsa alanı 12 olur şekil 5 kenarları 8 ve 9 olsaydı alanı 72 olurdu. Alanı 5 kat artırdı. Yani kenarlarının arttığı oranların çarpımı kadar değil toplamı kadar alanı arttırır. Bir kenar 2 katına diğer kenar 3 katına çıksaydı $3+2 = 5$ kat artırdı.” yanlış sonuca varmıştır. Burada çarpımsal karşılaştırma yapması gerekirken “toplamsal düşünme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Yanlış sonuca ulaşmasında ilk “alanı 5 kat artırdı” çıkarımıdır. Burada toplamsal düşünerek $x+5x = 6x$ olduğunu düşünmüş ve 5 kat arttı sonucuna varmıştır.

4. Soru

ÖA6’ya 4. soruda kenar uzunlukları verilmeyen alanları eşit üç farklı dikdörtgen verilmiştir. Soru 4a’da verilen dikdörtgenlerin alanlarını tahmin etmeleri istenmiştir. Öğretmen adayı, farklı kenar uzunluklarına sahip üç dikdörtgenin alanının eşit olacağını tahmin edememiştir. Tahmini kaydedildikten sonra materyal yardımı ile dikdörtgenlerin alanlarını bulması istenmiş ve alanlarının eşit olduğunu gözlemlemiştir.

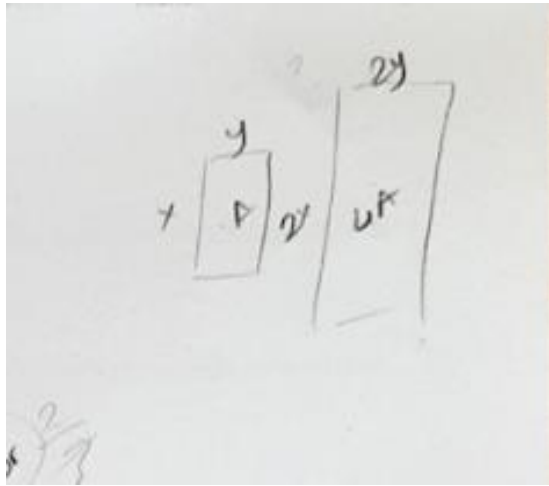
Soru 4b’de Şekil 6 ve Şekil 8’in kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Şekil 8’in uzun kenarı 8 olacak şekilde iki parçaya ayırıp parçaları üst üste koyduğumuzda şekil 6 elde edilir.” şeklinde açıklamıştır. Bu açıklamada bütünü eş parçalara böldüğü için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4c’de Şekil 6 ve Şekil 7’nin kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday “Şekil 7’nin uzun kenarı 6 br olacak şekilde iki parçaya bölünüp dikey hale getirildiğinde iki tanesi ile şekil 6 kaplanır.” açıklamasını yapmıştır. Bu açıklamada bütünü eş parçalara böldüğü için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4d’de Şekil 7 ve Şekil 8’in kenar uzunlukları farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Şekil 7’de bir kenarı 4’e 3 olacak şekilde parçalara bölssem. Bu parçaları yatay olarak yerleştirirsem 4 tanesi ile şekil 8

kaplanır.” c şikkında yapmış olduğu açıklamanın benzerini yapmıştır. Dolayısıyla bütünü eş parçalara böldüğü için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4e’de Şekil 6, 7 ve 8’deki dikdörtgenlerin arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Kovaryans”, “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Toplamsal Düşünme”, “Denklik”, “Sabit Oran” ve “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Şekil 6’nın kısa kenarı şekil 8’in kısa kenarının 2 katı. Uzun kenarları yarıdır.” açıklamasını yapmıştır. Dikdörtgenin karşılıklı kenar uzunluklarını oranlamış ve 2 kat oranı bularak “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Açıklamasının devamında ise iki dikdörtgen çizmiştir. Çizimi şekil 5.6. da gösterilmiştir. Aday, “Küçük olan şekilde kenarlarına x ve y, büyük olan şeklin kenarlarına 2x ve 2y diyelim. Kenarlar 2 katına çıktığında alanı $2 \times 2 = 4$ kat artıyor. Yani küçük dikdörtgenin alanı A ise büyük dikdörtgenin alanı 4A oluyor.” açıklamasıyla kenar uzunluklarının 2 katına çıkması ile alanın 4 kat olacağını “toplamsal düşünme” bilgi kaynağını kullanmıştır.



Şekil 5.6. ÖA6’nın çözümü

Örnekten sonra tekrar soruyu açıklamaya devam eden aday, “Şekil 6 ve şekil 7’de uzun kenarı (6 ve 12’yi kastetti) 2 katına çıktı. Kısa kenarı (8 ve 4 ü kastetti) yarıya

düştüğü için alan değişmedi. Kısa kenar uzunluklarını oranlarsam $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ oranını bulurum. $6 \times \frac{2}{3}$ bu kenar $\frac{2}{3}$ oranında azalmış. Uzun kenarlarda $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ oranında artmış. Aynı oranda artıp azaldığı için alan sabit kalmış. Şekil 7 ve Şekil 8’de kenarlar 4 kat artmış.” cevabını vermiştir. Karşılıklı kenar uzunluklarını oranlayarak ve aynı oranın diğer kenarlar arasında da olduğunu açıklayarak “orantılı durum”, benzerlik oranını bularak “sabit oran”, iki oranı birbirine eşitleyerek “denklik” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Ayrıca kenar uzunluklarını karşılaştırdığında aralarında $\frac{2}{3}$ kat ve 4 kat bularak “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca aynı oranda artıp azalmasıyla “kovaryans” bilgi kaynağını kullanarak alan korunumuna da değinmiştir.

5. Soru

ÖA6’ya 5. soruda farklı boyutlarda verilen defterlerden ilki bir rulo ile diğer defter bir rulonun $\frac{1}{9}$ ’i ile kaplanırsa defterlerin boyutları hakkında açıklama yapması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Toplamsal Düşünme” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, defterler hakkında “Alanları 9’da 1’i kadar. Şekil 9’un alanına A dersem Şekil 10’un alanı 9A. Şekil 9’un kenarlarına x ve y dersem alanı 9 kat artıyorsa şekil 10’un kenarlarına 4x ve 5y diyebilirim.” açıklamasını yaparak alanlar arasında 9 kat diyerek “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır. Öğretmen adayı kenar uzunlukları hakkında 4x ve 5y diyerek alanın 9 kat olacağını düşünerek yanlış bir açıklama yapmıştır. Burada “toplamsal düşünme” kullanmıştır.

6. Soru

ÖA6’ya 6. soruda biri 1 metre ve diğeri 2 metre uzunluğunda birbirine benzer iki ağaç resmi verilmiş ve 1 metre olan ağaç resmini boyamak için 1 kutu boya kullanıldığı, 2 metre olan ağaç resmini boyamak için kaç kutu boya kullanılacağı sorulmuştur. Öğretmen

adayı bu soruda “Burada hem boyu hem eni artar belli oranda büyüdüğü için bu yüzden 1 kutuya 2 kutu diyemeyiz. Yani 2’den daha fazla kullanılır. 3 ya da 4 kullanılır.” cevabı ile kesin bir açıklama yapmamıştır. Benzer olan şekillerin uzunluk ve en olarak genişlediği veya küçüldüğü düşünüldüğünde doğru cevabın 4 kutu olması gerekir. Dolayısıyla, öğretmen adayı düzgün olmayan şekil verildiğinde orantılı durumu fark edememiştir.

5.1.7. Öğretmen Adayı 7

1. Soru

ÖA7’ye 1. Soru’da kenar uzunlukları belli olmayan bir dikdörtgen şekli verilmiştir. Soru 1a’da kenar uzunlukları verilmeyen bir dikdörtgenin kenar uzunlukları hakkında tahmin yürütmesi istenmiştir. Aday “Kısa kenara 5 cm uzun kenar biraz fazla 7 cm desem alanı 35 cm^2 ’dir.” cevabını vermiştir. Öğretmen adayının alan birimi ve uzunluk birimini belirtmesi dikkat çekmiştir. Ayrıca, aday gerçekte 6 br ve 8 br kenar uzunluklarına sahip olan bu dikdörtgenin alanı hakkında yanlış bir tahminde bulunmuştur.

Soru 1b’de, ÖA7’den araştırmacının hazırladığı her biri 1 br^2 olan materyali kullanarak dikdörtgeni kaç materyal ile kaplayabileceğini tahmin etmesi istenmiştir. Alanına 35 cm^2 cevabını veren öğretmen adayı, 35 adet materyal gerekli olduğunu belirtmiştir. Buradan öğretmen adayının br^2 ile alan arasındaki ilişkiyi biliyor olduğu sonucu çıkarılmıştır. Verilen dikdörtgeni materyaller ile kaplarken bütünü eşit boyutta parçalara böldüğü için orantısal akıl yürütme bilgi kaynaklarından “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Bu bilgi kaynağının kullanımını dikdörtgenin kenarlarına 6 ve 8 tane materyali dizerek “Kısa kenarı 6 br uzun kenarı 8 br olur. Alanı 48 br^2 olur ve 48 materyal ile kaplanır.” sözlerini kullanarak açıklamıştır.

Soru 1c’de, kenarları 2 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. Aday soruya doğru yanıtı vererek “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Paylaştırma ve Döşeme”, “Orantılı Durum” ve “Kovaryans” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Katılımcı b alt maddesinde kullanılan kenarı 1 br olan materyal üzerinden düşünerek “Kısa kenarı 6 br bulmuştuk 2 birimlikten 3 tane sığacak uzun kenara 4 tane yine alan formülünden ikisini çarptım 12 tane ile kaplanır. Kenar uzunluğu iki katına çıktığında karesini aldığımız için gerekli materyal sayısı 4’te birine düşüyor.” açıklamasını yapmıştır. Bu açıklamasında aday, kenar uzunluğu 1 br olan materyal ile kenar uzunluğu 2 br olan materyalin kenar uzunluklarını oranlamış ve aralarında 2 kat olduğunu bulmuştur. Dolayısıyla “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır. Kenar uzunluğu arttığı için gerekli olan materyal sayısının yarıya düşeceği sonucunu çıkarmıştır. Dolayısıyla “karşılıklı kenarlar arasında oran” ve “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Materyaller üzerine olan açıklamasında materyalin kenar uzunluğunun artması ile gerekli materyal sayısı azaldı bu düşüncesi ile “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca, bütünü bir kenarı 2 br olacak şekilde eşit parçalara böldüğü için “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını da kullanmıştır.

Soru 1d’de ise kenarları 0,5 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. Bu soruda, öğretmen adayı doğru cevabı vererek yine “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Kovaryans” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. ÖA7, Soru 1b ve Soru 1c’den de yararlanarak “1 br olan materyalden 48 tane gerekiyordu. 0,5 br materyal olsaydı iki kenar da iki katına çıkacak alanı 4 katına çıkacak. 192 olacak. Kenarları düşündüğümde 1 br olan materyal sayısı yarıya düşecek gerekli olan materyal 2 katına çıkacak. Diğer kenarda böyle olacağından 4 katına çıkar.” cevabını vermiştir. Dikdörtgeni kenar uzunluğu 0,5 br olan

birbirine eş parçalara bölmesi nedeniyle “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Materyalin kenar uzunluğunun yarıya inmesi nedeniyle gerekli olan materyal sayısının 4 katına çıkma ilişkisinde “kovaryans” ve bu ilişkide “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır.

2. Soru

ÖA7’ye 2. soruda kenar uzunlukları verilmeyen benzer iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 2a’da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Şekil 2’nin kenarları 6 ve 8, alanı 48 olur. Şekil 3’ün kenarları 4 ve 3, alanı 12 olur. Alanlar arasında 4 kat olduğu için 4 tane sığar.” yanıtını verdi. Bu açıklamasında dikdörtgeni eşit parçalara bölmesi nedeniyle “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını ve alanlar arasında 4 kat bularak “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 2b’de ise iki şeklin kenarlarını karşılaştırması istenmiştir. Aday bu soruda “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarından yararlanmış. “Kısa kenar da uzun kenarda yarıya düşmüş. Bunlar benzer dikdörtgenler. Hem kısa hem uzun kenar 2 katına çıkmış.” açıklamasıyla “karşılıklı kenarlar arasında oran” ve oranın 2 kat olmasında “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Soru 2c’de ise dikdörtgenlerin kenarları arasındaki ilişkinin alanları nasıl etkilediği sorulmuştur. Aday bu soruda “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Orantılı Durum” bilgi kaynaklarından yararlanmış. Açıklamasında “Kenar uzunlukları 2 katına çıkmış alanı 4 katına çıkmış. Kenarların oranı $\frac{1}{2}$, alanları oranı $\frac{1}{4}$ benzerlik oranının karesi alanları oranını veriyor.” kenar uzunluklarını oranlayarak “karşılıklı kenarlar arasında oran” bilgi kaynağını ve kenar uzunluklarının oranını bularak

“orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca kenar uzunlukları arasında 2 kat, alanlar arasında 4 kat bularak “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

3. Soru

ÖA7’ye 3. soruda kenar uzunlukları verilmeyen ve birbirine benzer olmayan iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 3a’da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Uzun kenarı 3 br olacak şekilde gruplandırırsam 3 tane sığar.” yanıtını vererek şekil 5’i birbirine eş dikdörtgenlere bölmesi nedeniyle “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 3b’de iki dikdörtgende eşit uzunlukta olmayan kenarlar ([AB] ile [EF]) dikdörtgenlerin alanını nasıl etkilediği ve dikdörtgenlerin aralarında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Kovaryans” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Burada bir kenarı sabit bir kenarı 3 katına çıktığı için alanı 3 katına çıktı. Ama önceki sorularda iki kenarda artış olduğu için 4 katına çıkmıştı.” yanıtını vererek kenar uzunluğunda 3 katına çıkması alanı da 3 katına çıkarır açıklamasıyla “kovaryans” bilgi kaynağını ve kenar uzunluğunda 3 kat, alanda 3 kat bularak “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

4. Soru

ÖA7’ye 4. soruda kenar uzunlukları verilmeyen alanları eşit üç farklı dikdörtgen verilmiştir. Soru 4a’da verilen dikdörtgenlerin alanlarını tahmin etmeleri istenmiştir. Öğretmen adayı, farklı kenar uzunluklarına sahip üç dikdörtgenin alanının eşit olacağını tahmin edememiştir. Tahmini kaydedildikten sonra materyal yardımı ile dikdörtgenlerin alanlarını bulması istenmiş ve alanlarının eşit olduğunu gözlemlemiştir.

Soru 4b’de Şekil 6 ve Şekil 8’in kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Orantılı Durum”, “Denklik”, “Sabit Oran” ve “Kendi İçinde Oran” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Kısa kenarlar yarıya düşmüş, uzun kenar iki katına çıktığı için birbirini dengelemiş alan değişmemiş. Kenarları kendi içinde düşündüğümde şekil 6’da $\frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ gelecek $6 \times \frac{4}{3} = 8$ olacak. Aynı oran şekil 8 de var mı? $3 \times \frac{16}{3} = 16$ olmalı aynı oran burda yok.” cevabı ile dikdörtgenlerin “kendi içinde kenarları arasında oran” bulmuş ve diğer kenar içinde düşünerek “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Fakat şekil 8’ bu durumu görememiştir. Ayrıca kenar uzunluklarını oranlayıp iki oranın eşitliği bularak “denklik” bilgi kaynağını, benzerlik oranını bularak “sabit oran” bilgi kaynağını kullanmıştır. İki dikdörtgenin kenarlarını karşılaştırırken 2 kat bularak “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4c’de Şekil 6 ve Şekil 7’nin kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday “Şekil 6 ile 7 arasında $6 \times \frac{2}{3} = 4$ bulurum. Diğer kenarlarda da $12 \times \frac{2}{3} = 8$ bulurum. Yani kenarlar arasında $\frac{2}{3}$ kat vardır.” cevabı ile iki dikdörtgenin karşılıklı kenar uzunlukları arasında kat ilişkisi bulmuş olup “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4d’de Şekil 7 ve Şekil 8’in kenar uzunlukları farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran”, “Sabit Oran” ve “Denklik” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday “Kenar uzunluklarını oranlarsam $\frac{12}{16} = \frac{3}{4}$ bulurum. Burada bir kenarımı $\frac{3}{4}$ ile çarpmış diğer kenarımı $\frac{3}{4}$ ’e bölmüş, bu yüzden alanı eşit

kalmış.” cevabı ile iki dikdörtgenin karşılıklı kenarlarını oranlamış ve iki oranın eşitliğinden “denklik” bilgi kaynağını, benzerlik oranını bularak “sabit oran” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca karşılıklı kenar uzunlukları arasında kat ilişkisi bulmuş olup “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4e’de Şekil 6, 7 ve 8’deki dikdörtgenlerin arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Orantılı Durum”, “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Denklik” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Üç dikdörtgeni de düşündüğümde kenarlar arasında şöyle karşılaştırma yapabilirim.” diyerek aşağıda Şekil 5.7. de verilen çözümü yapmıştır.

B

Şekil 5.7. ÖA7’nin çözümü

Aday, “Kısa kenarlarında $6 \times \frac{2}{3} = 4$ ve $4 \times \frac{3}{4} = 3$ karşılaştırmasını yaparım. Uzun kenarlarda $8 \times \frac{3}{2} = 12$ ve $12 \times \frac{4}{3} = 16$ bulurum. Yani az önce dediğim gibi bir kenarının $\frac{2}{3}$ katını alırken diğer kenarını $\frac{2}{3}$ ‘e bölüyoruz.” cevabı ile dikdörtgenlerin karşılıklı kenarlarını oranlayarak bu oranın diğer kenarında olduğunu fark etmiştir. Dolayısıyla “orantılı durum” bilgi kaynağını, oranları birbirine eşitleyerek “denklik” bilgi kaynağını kullanmıştır. Diğer yandan kenarlar arasında kat ilişkisi görmesi nedeniyle “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

5. Soru

ÖA7'ye 5. soruda farklı boyutlarda verilen defterlerden ilki bir rulo ile diğer defter bir rulonun $\frac{1}{9}$ 'i ile kaplanırsa defterlerin boyutları hakkında açıklama yapması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Şekil 9 un alanı x ise şekil 10 un alanı 9x dir. Şekil 9 un kenarlarına 1 desem şekil 10 un kenarlarına 3 diyebiliriz. Kenarları bu durumda 3 katına çıktı. İki kenarda 3 katına çıktığı için alanı 9 katına çıktı.” cevabı ile iki defterin kenar uzunlukları arasında 3 kat ve alanlar arasında 9 kat ilişkisini bulmuş ve “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

6. Soru

ÖA7'ye 6. soruda biri 1 metre ve diğeri 2 metre uzunluğunda birbirine benzer iki ağaç resmi verilmiş ve 1 metre olan ağaç resmini boyamak için 1 kutu boya kullanıldığı, 2 metre olan ağaç resmini boyamak için kaç kutu boya kullanılacağı sorulmuştur. ÖA7 bu soruda “Kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday açıklamasında “Bence 2 kutudan fazla. Boyu 1 m olan ağacın eni ile boyu 2 m olan ağacın eni aynı olmayacak. Ende de artış olacağından 2 katı olabilir bunu tam bilmiyorum ama 2 kutudan fazla boya kullanılır. 3 kutu diyebiliriz.” cevabını vermiştir. Bu cevaptan anlaşılacağı üzere öğretmen adayı soruya kesin bir cevap verememiştir. Dolayısıyla düzgün çokgenlerde orantılı durumu yakalayan öğretmen adayı düzgün olmayan şekil verildiğinde orantılı durumu fark edememiştir.

5.1.8. Öğretmen Adayı 8

1. Soru

ÖA8'e 1. Soru'da kenar uzunlukları belli olmayan bir dikdörtgen şekli verilmiştir. Soru 1a'da kenar uzunlukları verilmeyen bir dikdörtgenin kenar uzunlukları hakkında tahmin yürütmesi istenmiştir. Aday “Kısa kenarına 7 cm uzun kenarına 8 cm diyebiliriz.

Kısa kenarla uzun kenarın çarpımı alanı verir. $7 \times 8 = 56 \text{ cm}^2$ olur.” cevabını vermiştir. Öğretmen adayının alan birimi ve uzunluk birimini belirtmesi dikkat çekmiştir. Ayrıca, aday gerçekte 6 br ve 8 br kenar uzunluklarına sahip olan bu dikdörtgenin alanı hakkında yanlış bir tahminde bulunmuştur.

Soru 1b’de ÖA8’den araştırmacının hazırladığı her biri 1 br^2 olan materyali kullanarak dikdörtgeni kaç materyal ile kaplayabileceğini tahmin etmesi istenmiştir. Alanına 56 cm^2 cevabını veren öğretmen adayı, 56 adet materyal gerekli olduğunu belirtmiştir. Buradan öğretmen adayının br^2 ile alan arasındaki ilişkiyi biliyor olduğu sonucu çıkarılmıştır. Verilen dikdörtgeni materyaller ile kaplarken bütünü eşit boyutta parçalara böldüğü için orantısal akıl yürütme bilgi kaynaklarından “Paylaşırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Bu bilgi kaynağının kullanımını dikdörtgenin kenarlarına 6 ve 8 tane materyali dizerek “Bir satırda 8 tane materyal var ve 6 tane satır var. 48 tane materyal ile dikdörtgen kaplanır.” sözlerini kullanarak açıklamıştır.

Soru 1c’de, kenarları 2 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. Aday soruya yanlış yanıt vererek “Kovaryans” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Katılımcı b alt maddesinde kullanılan kenarı 1 br olan materyal üzerinden düşünerek “48’in yarısı 24 tane materyal gerekir. Kenar uzunluğu 2 katına çıktığı için materyal yarıya düştü.” açıklamasını yapmıştır. Bu açıklamasında aday, materyalin kenar uzunluğunun 2 katına çıkması, ile gerekli materyal sayısı yarısı olur düşüncesi ile “kovaryans” ve “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır.

Soru 1d’de ise kenarları 0,5 br olan bir materyal verilseydi şekli kaplamak için kaç adet materyal gerekli olduğunu tahmin etmesi istenmiştir. Bu soruda, öğretmen adayı yanlış cevabı vererek yine “Kovaryans” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynağını

kullanmıştır. Katılımcı c alt maddesinde yaptığı yanlışı devam ettirerek “Bir kenarı 0,5 br olduğunda $48 \times 2 = 96$ tane gerekir. Uzun kenarına 16 tane kısa kenarına 12 tane gerekli olur. 48 in 2 katı.” cevabını vermiştir. Materyalin kenar uzunluğunun yarıya inmesi ve kenarlarda olan materyal sayısını 2 katına çıkarması nedeniyle “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca materyal sayısının 2 katına çıkacağı düşüncesi ile “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır.

2. Soru

ÖA8’e 2. soruda kenar uzunlukları verilmeyen benzer iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 2a’da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Materyal ile şekil 2’nin kenarları 6 cm ve 8 cm, şekil 3’ün kenarları 4 cm ve 3 cm. Şekil 2, 4 tane şekil 3 ile kaplanır.” yanıtını verdi. Bu açıklamasında dikdörtgeni eşit parçalara bölmesi nedeniyle “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 2b’de ise iki şeklin kenarlarını karşılaştırması istenmiştir. Aday bu soruda “Karşılıklı Kenarlar Arasında Oran” ve “Çarpımsal Karşılaştırma” bilgi kaynaklarından yararlanmıştır. “[AB] kenarı 6 cm, [EF] kenarı 3 cm, 6’nın yarısıdır. [AC] 8 cm, [FH] 4 cm, yarısına eşit.” açıklamasıyla “karşılıklı kenarlar arasında oran” ve oranın yarısı olmasında “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Soru 2c’de ise dikdörtgenlerin kenarları arasındaki ilişkinin alanları nasıl etkilediği sorulmuştur. Aday bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Kovaryans” bilgi kaynaklarından yararlanmıştır. Açıklamasında “Şekil 2’nin alanı şekil 3’ün alanının 4 katına eşit. Alanı bulurken iki kenarı çarptığımız için iki kenarda iki katına çıktığından alanı 4 katına çıkıyor.” cevabını

vermiştir. Burada kenar uzunluklarının 2 katına çıkmasıyla alanın 4 katına çıkması açıklamasında “kovaryans” ve “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmıştır.

3. Soru

ÖA8’e 3. soruda kenar uzunlukları verilmeyen ve birbirine benzer olmayan iki dikdörtgen verilmiştir. Soru 3a’da verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Şekil 9’u üçer üçer gruplandırdığımızda 3 tane ile kaplanacağı görülüyor.” yanıtını vererek şekil 5’i birbirine eş dikdörtgenlere bölmesi nedeniyle “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 3b’de iki dikdörtgende eşit uzunlukta olmayan kenarlar ([AB] ile [EF]) dikdörtgenlerin alanını nasıl etkilediği ve dikdörtgenlerin aralarında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuştur. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Kovaryans” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Şekil 5, şekil 4’ün 3 tanesi ile kaplanır demek alanı 3 katıdır demektir. Bir kenarı sabitken diğer kenarı 3 katına çıkıyor. Alanı da 3 katına çıkıyor” yanıtını vererek kenar uzunluğunda 3 katına çıkması alanı da 3 katına çıkarır açıklamasıyla “kovaryans” bilgi kaynağını ve kenar uzunluğunda 3 kat, alanda 3 kat olarak “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır.

4. Soru

ÖA8’e 4. soruda kenar uzunlukları verilmeyen alanları eşit üç farklı dikdörtgen verilmiştir. Soru 4a’da verilen dikdörtgenlerin alanlarını tahmin etmeleri istenmiştir. Öğretmen adayı, farklı kenar uzunluklarına sahip üç dikdörtgenin alanının eşit olacağını tahmin edememiştir. Tahmini kaydedildikten sonra materyal yardımı ile dikdörtgenlerin alanlarını bulması istenmiş ve alanlarının eşit olduğunu gözlemlemiştir.

Soru 4b'de Şekil 6 ve Şekil 8'in kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma”, “Kovaryans” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “[AC]'nin yarısı [KN]'na eşit. [AB]'nin 2 katı [KL]'na eşit. Şekil 8'i uzun kenarından dikey bir şekilde ikiye bölüp altına yerleştirirsem şekil 6'nın aynısı olur. Şekil 8'i elde edecek şekilde şekil 6'yı da parçalayabilirim. Kısa kenar uzunluğu 6'dan 3'e yarısı, uzun kenar uzunlukları 8'den 16'ya iki katı.” cevabı ile iki dikdörtgenin kenarlarını karşılaştırırken 2 kat bularak “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca şekil 8'i parçalayarak şekil 6'yı elde etmiş “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4c'de Şekil 6 ve Şekil 7'nin kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday “Şekil 7'nin kısa kenarına 2 materyal daha eklersek 6 oldu uzun kenarına da 8 tane ekledim bu şekil 6'nın aynısı oldu. 48 tane materyal var burada.” cevabı ile bütünü eş parçalara bölüp dikdörtgenleri birbirine dönüştürdüğü için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4d'de Şekil 7 ve Şekil 8'in kenar uzunlukları farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday “Diğer sorularda da olduğu gibi şekil 8'i şekil 7'ye benzetebilirim çünkü alanları aynı.” cevabı ile dikdörtgenleri birbirine dönüştürdüğü için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Soru 4e'de Şekil 6, 7 ve 8'deki dikdörtgenlerin arasında nasıl bir ilişki olduğunu açıklaması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday, “Üç dikdörtgeni de düşündüğümde alanları eşit olduğu için

parçalayıp böldüğümüz zaman diğer dikdörtgenlere dönüşebiliyor.” cevabını vermiştir. Dolayısıyla “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

5. Soru

ÖA8’e 5. soruda farklı boyutlarda verilen defterlerden ilki bir rulo ile diğer defter bir rulonun $\frac{1}{9}$ ’i ile kaplanırsa defterlerin boyutları hakkında açıklama yapması istenmiştir. Öğretmen adayı bu soruda “Çarpımsal Karşılaştırma” ve “Paylaştırma ve Döşeme” bilgi kaynaklarını kullanmıştır. Aday, “Kenarlar arasında 3 kat var. Şekil 9’un kenarları 1 br, bundan Şekil 10’a çizersem (Şekil 10’u 3’e 3 olan 9 tane kareye böldü) Şekil 9’dan 9 tane Şekil 10’a eşit oluyor.” cevabı ile iki defterin kenar uzunlukları arasında 3 kat ilişkisini bulmuş ve “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca Şekil 10’u eşit parçalara bölmeye nedeniyle “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

6. Soru

ÖA8’e 6. soruda biri 1 metre ve diğeri 2 metre uzunluğunda birbirine benzer iki ağaç resmi verilmiş ve 1 metre olan ağaç resmini boyamak için 1 kutu boya kullanıldığı, 2 metre olan ağaç resmini boyamak için kaç kutu boya kullanılacağı sorulmuştur. ÖA8 bu soruda “Orantılı Durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Aday açıklamasında “Boylarına baktığımızda 1m ve 2m. 1 m boyundaki ağaca 1 kutu boya kullandık aynı şekilde ikinci ağaca da bu kat kadar boya kullanılır. 2 kutu boya kullanılır.” cevabını vermiştir. Öğretmen adayı benzerliği sadece uzunluk olarak düşünmesi nedeniyle 1 metre ağaca 1 kutu ise 2 metre ağaca 2 kutu boya kullanılır orantısını düşünmüştür. Fakat benzer olan şekillerin uzunluk ve en olarak genişlediği veya küçüldüğü düşünülmediğinde doğru cevabın 4 kutu olması gerekir. Dolayısıyla, düzgün çokgenlerde orantılı durumu yakalayan öğretmen adayı düzgün olmayan şekil verildiğinde orantılı durumu fark edememiştir.

5.2. Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütmelerinin Karşılaştırılması

Öğretmen adaylarına, dikdörtgenin alanını nasıl anladıklarını ve dikdörtgenin alanını hesaplamayı gerektiren problemlerde orantısal akıl yürütme becerilerini nasıl kullandıklarını ortaya çıkarmak amacıyla yarı-yapılandırılmış mülakatlar aracılığıyla açık uçlu sorular sorulmuştur. Yukarıdaki bölümde, her bir adayın sorulara verdikleri cevaplar ve açıklamaları incelenerek kullandıkları bilgi kaynakları verilmiştir. Bu bölümde, adayların orantısal akıl yürütmeleri her bir soruya verdikleri cevaplar yoluyla karşılaştırılmıştır.

Öğretmen adayları 1. Soruda dikdörtgeni, verilen $1 br^2$ materyaller ile eş parçalara bölmüş ve sekiz öğretmen adayı da sadece “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını ortak kullanmıştır. Sorunun devamında bir kenar uzunluğu $2 br$ ve $0,5 br$ olan materyaller verilseydi kaç materyal gerekli olacağı sorulmuştur. Burada hayali olan materyaller üzerinden öğretmen adaylarının akıl yürütmelerini belirlemek hedeflenmiştir. ÖA2, ÖA3 ve ÖA7, materyallerin kenar uzunluklarını oranlayarak açıklama yapmıştır ve “karşılıklı kenarlar arasında oran” bilgi kaynağını kullanmışlardır. Materyallerin kenar uzunluğu ile gerekli olan materyal sayısı arasında karşılaştırma yapan ÖA1, ÖA2, ÖA3, ÖA4, ÖA5 ve ÖA7, “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Yaptıkları karşılaştırmalarda, materyalin kenar uzunluğunun artmasına bağlı olarak dikdörtgeni kaplamak için gerekli olan materyal sayısının azalması açıklamasını yapan ÖA3, ÖA4, ÖA5, ÖA6, ÖA7 ve ÖA8, “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. ÖA1, ÖA3, ÖA4, ÖA5, ÖA7 ve ÖA8 materyallerin kenar uzunlukları, gerekli materyal sayıları ve materyallerin alanları arasında 2 kat, 4 kat gibi karşılaştırmaları yaparken “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmıştır. ÖA2, ÖA5 ve ÖA6 materyallerin alanları hakkında açıklama yaparken $1 br^2$ olan materyalden 4 tanesinin bir kenar uzunluğu $2 br$ olan materyalin 1 tanesine eşit olduğu açıklamalarıyla “birim oran” bilgi kaynağını kullanmıştır. Öğretmen adayları ilk soru için

“paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını ortak kullanırken diğer bilgi kaynaklarını her aday kullanmamıştır. Bu yönü ile farklılık göstermektedir.

Öğretmen adaylarına 2. soruda kenar uzunlukları belli olmayan benzer iki dikdörtgen verilmiştir. Soruda verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük dikdörtgenin kaplanacağı, kenar uzunlukları arasında nasıl bir değişim olduğu ve kenar uzunluklarındaki değişimin alanı nasıl etkilediği sorulmuştur. Bu soruda öğretmen adaylarının hepsi “çarpımsal karşılaştırma”, “karşılıklı kenarlar arasında oran” ve “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Burada adaylar, bütünü eş parçalara bölmüşler, karşılıklı kenarlar arasında oran bularak kenar uzunlukları arasındaki ilişkiyi, alanlar arasındaki ilişkiyi 2 kat gibi çarpımsal karşılaştırma yapmışlardır. Bununla birlikte “orantılı durum” bilgi kaynağını sadece ÖA8 kullanamamıştır. Geri kalan adaylar benzer olan şekillerin kenar uzunlukları arasındaki değişime değinmişlerdir. Bilgi kaynaklarından “kovaryans” a ise sadece ÖA7 değinmemiştir. Geri kalan adaylar kenar uzunluğunun artmasının alanı artırdığı şeklinde açıklamalar yaparak bu bilgi kaynağını kullanmışlardır. Sadece ÖA4 ve ÖA6, “büyütme-küçültme” bilgi kaynağını kullanmış; ÖA4 her ikisine değinmiş fakat ÖA6 sadece “büyütme” bilgi kaynağını kullanmıştır. Açıklamalarında ise şeklin aynı oranda büyümesi ve aynı oranda küçülmesi ifadelerini kullanmışlardır. Benzerlik oranını sadece ÖA4 ve ÖA5 bulmuştur. Diğer adaylar benzerlik oranı olacağını düşünseler de sayısal bir sonuç bularak açıklama yapmamışlardır. Sadece ÖA5, kenarları oranlayıp bu oranın benzerlik oranına eş olduğunu açıklamış ve iki oranın benzerliğini sayısal olarak ispatlayarak “denklik” bilgi kaynağını kullanmıştır. Sadece ÖA1 ve ÖA3, kenar uzunlukları verilmeyen iki dikdörtgenin kenar uzunluklarını bulurken parmakları ile ölçerek geometrik benzerlik yapmış ve “yatay alan bilgisi” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Öğretmen adaylarına 3. soruda kenar uzunlukları verilmeyen ve birbirine benzer olmayan iki dikdörtgen verilmiştir. Verilen küçük dikdörtgenden kaç tanesi ile büyük

dikdörtgenin kaplanacağı, birbirine eşit olmayan kenar uzunluklarının alanı nasıl etkilediği ve aralarında nasıl bir ilişki olduğu sorulmuştur. Bu soruda sekiz öğretmen adayı da dikdörtgeni birbirine eş parçalara böldükleri için “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmıştır. ÖA1 hariç tüm öğretmen adayları kenar uzunluğunun artmasının alanı arttıracığı ve kenar uzunlukları arasında 3 kat, alanlar arasında 3 kat karşılaştırmaları yaparak “kovaryans” ve “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynaklarını kullanmışlardır. Bu karşılaştırmayı yalnızca ÖA1’in yapmamış olması dikkat çekmektedir. ÖA2, ÖA3 ve ÖA6, dikdörtgenlerin kenar uzunluklarını oranlayarak “karşılıklı kenarlar arasında oran” bilgi kaynağını kullanmıştır. ÖA1 ve ÖA5, alanları oranlayarak “orantılı durum” bilgi kaynağından yararlanmıştır. Bu soruda en fazla bilgi kaynağını ÖA5 kullanmıştır. Benzerlik oranı bularak “sabit oran”, küçük dikdörtgeni birim kabul edip büyük dikdörtgeni bu birim ile ifade ederek “birim oran” bilgi kaynaklarını kullanan tek aday olmuştur. Bu bilgi kaynaklarını kullanan tek aday olmasına rağmen kenar uzunluklarındaki değişimin alan üzerine etkisini anlatırken “toplamsal düşünme” bilgi kaynağını ÖA5 ve ÖA6 kullanmıştır. Son olarak sadece ÖA2, küçük dikdörtgenlerin kenar uzunluklarının artmasıyla büyük dikdörtgenleri elde ettiği ve var olan oranı genişlettiği için “büyütme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Öğretmen adaylarına 4. soruda kenar uzunlukları verilmeyen alanları eşit üç farklı dikdörtgen verilmiştir. Üç dikdörtgenin kenar uzunluklarının farklı olmasına rağmen alanlarının nasıl eşit olduğunu karşılaştırmalı olarak açıklamaları istenmiştir. Adaylar bu soruda hiçbir bilgi kaynağını ortak kullanmamışlardır. ÖA1, ÖA2, ÖA4, ÖA5, ÖA6 ve ÖA8, kenar uzunlukları arasındaki kıyaslamayı “kısa kenar azalırken uzun kenar uzamış” gibi açıklamalar yaparak “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmışlardır. ÖA1, ÖA2, ÖA5, ÖA6 ve ÖA8, dikdörtgenleri eşit parçalara bölerek diğer dikdörtgenleri oluşturmuş böylelikle birbirine eş alanlara sahip olduklarını göstermiş ve dolayısıyla “paylaştırma ve

döşeme” bilgi kaynağını kullanmışlardır. ÖA1, ÖA3, ÖA4, ÖA5, ÖA6 ve ÖA7, dikdörtgenlerin karşılıklı kenar uzunlukları arasında oran bularak “karşılıklı kenarlar arasında oran” bilgi kaynağını kullanırken buna karşılık sadece ÖA7, dikdörtgenin kenar uzunluklarını kendi içinde kıyaslamış ve “kendi içinde oran” bilgi kaynağını kullanmıştır. Yine kenar uzunluklarını kıyaslarken ÖA1, ÖA3, ÖA4, ÖA5, ÖA6, ÖA7 ve ÖA8, kenarlar arasında kat ilişkisini açıklayarak “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmışlardır. ÖA1, ÖA4, ÖA6 ve ÖA7, karşılıklı kenarlar arasında bulduğu oranın diğer kenara da eşit olduğunu göstererek “denklik” bilgi kaynağını; ÖA4, ÖA5, ÖA6 ve ÖA7 ise benzerlik oranı bularak “sabit oran” bilgi kaynağını kullanmışlardır. ÖA1, ÖA2, ÖA3, ÖA4 ve ÖA7, dikdörtgenlerin kenar uzunlukları arasında buldukları ilişkiyi diğer kenarda da olacağını açıklayarak “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Sadece ÖA6, soruya açıklama yaparken bir örnek vererek örneği “Kenarlar 2 katına çıktığında alanı $2+2 = 4$ kat artıyor.” şeklinde açıklamış ve dolayısıyla “toplamsal düşünce” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Öğretmen adaylarına 5. soruda farklı boyutlarda verilen defterlerden ilki bir rulo ile diğer defter bir rulonun $\frac{1}{9}$ 'i ile kaplanırsa defterlerin boyutları hakkında açıklama yapması istenmiştir. Öğretmen adaylarının hepsi ortak olarak kenar uzunlukları arasında ilişki bularak “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmışlardır. ÖA1 ve ÖA8, kenar uzunlukları arasında 3 kat olacağını bulduğu için büyük defteri birbirine eş 9 parçaya bölerek “paylaştırma ve döşeme” bilgi kaynağını kullanmışlardır. ÖA1, ÖA2 ve ÖA3, defterlerin kenar uzunlukları arasında oran bularak “karşılıklı kenarlar arasında oran” bilgi kaynağını kullanmışlardır. Defterlerin alanlarının artması kenar uzunluklarını artırır açıklamalarıyla ÖA2 ve ÖA4, “kovaryans” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca sadece ÖA4, “Benzerlik oranının karesi kadar kullanırım.” açıklamasını yaparak “orantılı durum” bilgi kaynağını kullanmıştır. Ayrıca sadece ÖA6, bu soruda kenar uzunlukları hakkında $4x$

ve 5y diyerek alanın 9 kat olacağını düşünerek yanlış bir açıklama yapmıştır. Burada ÖA6, “toplamsal düşünme” bilgi kaynağını kullanmıştır.

Öğretmen adaylarına 6. soruda biri 1 m diğeri 2 m uzunlukta birbirine benzer iki ağaç resmi verilmiş ve 1 m olan ağacı boyamak için 1 kutu boya kullanıldığında, 2 m olan ağacı boyamak için kaç kutu boya kullanılacağı sorulmuştur. Bu soruda ÖA1, ÖA4 ve ÖA8, 2 kutu yanıtı ile yanlış cevap vermiştir. ÖA2, ÖA3, ÖA6 ve ÖA7 ise kesin bir cevap verememiştir. Buna karşılık sadece ÖA5 doğru cevabı vermiştir. Bu soruda öğretmen adayları, benzerliği sadece uzunluk olarak düşündüğü için 1 metre ağaca 1 kutu ise 2 metre ağaca 2 kutu boya kullanılır orantısını kurmuşlardır. Fakat benzer olan şekillerin uzunluk ve en olarak genişlediği veya küçüldüğü düşünülüğünde doğru cevabın 4 kutu olması gerekir. Dolayısıyla, düzgün çokgenlerde orantılı durumu yakalayan öğretmen adayları düzgün olmayan bir şekil verildiğinde orantılı durumu fark edememiştir. Ayrıca ÖA3 ve ÖA5, ağaçların uzunlukları ve enleri arasındaki ilişkiyi açıklarken “çarpımsal karşılaştırma” bilgi kaynağını kullanmışlardır.

Orantısal akıl yürütme becerilerini kullanmalarına yönelik sorulan sorularda, ÖA1, “orantılı durum”, “paylaştırma ve döşeme”, “kovaryans”, “denklik”, “çarpımsal karşılaştırma”, “karşılıklı kenarlar arasında oran” ve “yatay alan bilgisi” olmak üzere soruların cevaplanmasında 7 çeşit bilgi kaynağı kullanmıştır. ÖA2, “orantılı durum”, “paylaştırma ve döşeme”, “büyütme”, “birim oran”, “kovaryans”, “çarpımsal karşılaştırma” ve “karşılıklı kenarlar arasında oran” olmak üzere soruların cevaplanmasında 7 çeşit bilgi kaynağı kullanmıştır.

ÖA 3, “orantılı durum”, “paylaştırma ve döşeme”, “kovaryans”, “çarpımsal karşılaştırma”, “karşılıklı kenarlar arasında oran” ve “yatay alan bilgisi” olmak üzere soruların cevaplanmasında 6 çeşit bilgi kaynağı kullanmıştır. ÖA 4, “orantılı durum”,

“paylaştırma ve döşeme”, “büyütme ve küçültme”, “sabit oran”, “kovaryans”, “denklik”, “çarpımsal karşılaştırma” ve “karşılıklı kenarlar arasında oran” olmak üzere soruların cevaplanmasında 8 çeşit bilgi kaynağı kullanmıştır.

ÖA 5, “orantılı durum”, “paylaştırma ve döşeme”, “birim oran”, “sabit oran”, “kovaryans”, “denklik”, “çarpımsal karşılaştırma”, “toplamsal düşünme”, “karşılıklı kenarlar arasında oran” ve “yatay alan bilgisi” olmak üzere soruların cevaplanmasında 10 çeşit bilgi kaynağı kullanmıştır. ÖA 6, “orantılı durum”, “paylaştırma ve döşeme”, “büyütme”, “birim oran”, “sabit oran”, “kovaryans”, “denklik”, “çarpımsal karşılaştırma”, “toplamsal düşünme” ve “karşılıklı kenarlar arasında oran” olmak üzere soruların cevaplanmasında 10 çeşit bilgi kaynağı kullanmıştır.

ÖA 7, “orantılı durum”, “paylaştırma ve döşeme”, “sabit oran”, “kovaryans”, “denklik”, “çarpımsal karşılaştırma”, “kendi içinde oran” ve “karşılıklı kenarlar arasında oran” olmak üzere soruların cevaplanmasında 8 çeşit bilgi kaynağı kullanmıştır. ÖA 8, “orantılı durum”, “paylaştırma ve döşeme”, kovaryans”, “çarpımsal karşılaştırma” ve “karşılıklı kenarlar arasında oran” olmak üzere soruların cevaplanmasında 5 çeşit bilgi kaynağı kullanmıştır.

Öğretmen adaylarının kullandıkları bilgi kaynaklarından görüldüğü üzere “orantılı durum”, “paylaştırma ve döşeme”, kovaryans”, “çarpımsal karşılaştırma” ve “karşılıklı kenarlar arasında oran” olarak 5 çeşit bilgi kaynağını 8 öğretmen adayı da kullanmıştır. Dolayısıyla bazı öğretmen adaylarının kullandıkları ve fark oluşturan bilgi kaynakları “büyütme/küçültme”, “sabit oran”, “birim oran”, “denklik”, “toplamsal düşünme”, “kendi içinde oran” ve “yatay alan bilgisi” olmuştur. Bu bilgi kaynaklarına bakıldığında “büyütme/küçültme” bilgi kaynağını sadece ÖA2, ÖA4 ve ÖA6; “birim oran” bilgi kaynağını sadece ÖA2, ÖA5 ve ÖA6; “sabit oran” bilgi kaynağını sadece ÖA4, ÖA5, ÖA6

ve ÖA7; “denklik” bilgi kaynağını sadece ÖA1, ÖA4, ÖA5, ÖA6 ve ÖA7; “toplamsal düşünme” bilgi kaynağını sadece ÖA5, ÖA6; “kendi içinde oran” bilgi kaynağını sadece ÖA7; “yatay alan bilgisi” bilgi kaynağını sadece ÖA1, ÖA3, ÖA5 kullanmıştır.

ÖA5 ve ÖA6, çarpımsal ilişki içeren bazı sorularda toplamsal düşünerek yanlış sonuca ulaşmıştır. Buradan anlaşılacağı üzere bu adaylar çarpımsal ilişki içeren sorular ile toplamsal ilişki içeren soruları birbirinden ayırt edememiştir.

Öğretmen adayları, doğru orantı ve ters orantı içeren sorularda farklı bilgi kaynaklarını kullanarak açıklamalar yapmıştır. Öğretmen adayları “Dikdörtgenin kenar uzunluklarının ikisi de 2 katına çıkmış” şeklinde açıklama yapsalar da “doğru orantı içerir” şeklinde bir açıklama yapmamışlardır. Benzer şekilde, “bir kenarı 2 katına çıkarken diğer kenarı yarısı” şeklindeki açıklamaları sık sık kullansalar da “ters orantı içerir” sonucuna ulaşamamışlardır. Sadece ÖA4’ün sorulara yaptığı açıklamalarda “ters orantı” ifadesini kullanması dikkat çekmektedir.

Dikdörtgenin alanını bulmaya yönelik sorularda öğretmen adaylarının uzunluk ve alanların birimlerine dikkat etmedikleri görülmüştür. Yaptıkları açıklamalarda ÖA4, ÖA7 ve ÖA8 hem uzunluk birimini hem de alan birimini kullanmıştır. ÖA1, ÖA5 ve ÖA6 ise uzunluk birimini kullanmalarına rağmen alan birimini kullanmamışlardır. ÖA2, uzunluk birimini kullanmazken alan birimini kullanmıştır. Son olarak ÖA3 ise hem uzunluk hem de alan birimi kullanmamıştır. Bununla birlikte, öğretmen adayları dikdörtgenin alanını bulmaya yönelik sorularda alan formülü kullanarak sonuca ulaşmışlardır. Materyal adaylara verilmesine rağmen ezbere cevap vermişlerdir.

6. TARTIŞMA VE SONUÇ

Araştırmanın bu bölümünde bulgular göz önüne alınarak ulaşılan sonuçlara yer verilmiştir. Verilen sonuçların alanyazın ile gösterdiği benzerlikler ve farklılıklara, daha sonra ise araştırmanın alanyazına bulunduğu katkıya ve araştırmaya yönelik önerilere yer verilmiştir.

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dikdörtgenin alanıyla ilgili anlayışlarını ortaya çıkarmak için beş soru sorulmuştur. Adayların öncelikle dikdörtgenlerin alanlarını bulmaları devamında ise materyal verilerek materyal ile alan ilişkisini açıklamaları hedeflenmiştir. Sekiz ilköğretim matematik öğretmen adayı da ilk olarak dikdörtgenin alanını “kısa kenar uzunluğu \times uzun kenar uzunluğu” formülü ile bulmuşlardır. Bu bulgu alanyazında, öğretmenlerin alan öğretiminde “uzunluk \times genişlik” formülünü kullanma eğiliminde oldukları ve öğrencilerin bu formülü ezberlemek zorunda kaldıkları sonuçları ile örtüşmektedir. Grant ve Kline (2003)’e göre öğrencilerin alan ölçme konusunda sorun yaşamalarının arkasında yatan sebep, öğrencilere alan ölçmenin ne olduğundan ziyade ölçmenin nasıl yapıldığının öğretilmiş olmasıdır. O halde problemlerin temelinde, matematiksel kavramların anlamlarının öğrencilere yeterince kavratılmayarak, öğrencileri akıl yürütmeye teşvik etmeyerek genellikle formüllerin ve kuralların ezberletilmesi bulunmaktadır (Akkuş vd., 2018; Chappell ve Thompson, 1999; Grant ve Kline, 2003; Kidman ve Cooper, 1997; Martin ve Strutchens, 2000; Moreira ve Contente, 1997; Şişman ve Aksu, 2009).

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dikdörtgenin alanına yönelik sorularda uzunluk ve alan birimlerine dikkat etmedikleri görülmüştür. Araştırmaya katılan sekiz öğretmen adayından sadece üçü uzunluk ve alan birimlerini doğru kullanmıştır. Geriye kalan beş adaydan biri ise birimlere hiç değinmemiştir. Uzunluk ve alan birimlerine dikkat

etmeyen ÖA3, “Kısa kenar uzunluğu tahmini olarak 6. Uzun kenarı 10. Alanı $6 \times 10 = 60$ ’tır” cevabını vermiştir. Kalan dört adaydan üçü uzunluk birimi kullanırken alan birimi kullanmamıştır. Örneğin ÖA5, “şeklin kenar uzunluklarına (uzun kenar ve kısa kenar) 8 cm diyelim alanını 64 bulurum” cevabını vermiştir. Burada ÖA5 uzunluk birimi olarak “cm” kullanırken alan için birim kullanmamıştır. ÖA2 ise “Kısa kenar uzunluğu tahmini olarak 7. Uzun kenarı 9. Alanı 63 cm^2 ’dir” cevabını vermiştir. Burada ise ÖA2, uzunluğun birimini belirtmezken dikdörtgenin alanını bularak “ cm^2 ” birimi ile belirtmiştir. Ölçme konusunda birimlerin doğru bir şekilde ifade edilmesi son derece önemli iken öğretmen adaylarının buna dikkat etmemesi önemli bir bulgudur. Alanyazında yapılan çalışmalar incelendiğinde buradaki sonucu destekleyen çalışmaların yer aldığı görülmektedir. Örneğin, Şimşek ve Boz (2015), öğretmen adaylarının uzunluk ölçümünü kavramsal olarak anlayamadıkları sonucuna ulaşmışlardır. Öğrenme faaliyetlerini düzenleyecek olan öğretmenin, alan ve meslek bilgisinin yeterli olması gerekmektedir. Bu nedenle, öğretmen adaylarının öğrencilerin hatalarını tespit edebilmesi için konu alan bilgisinin ve konuyu öğretme bilgisinin yeterli düzeyde olması önemlidir (Gökkurt vd., 2013; Shulman, 1986).

Öğretmen adaylarının konu alan bilgilerinin yetersiz olmasının öğrenci zorluklarının tespit edilememesinde etkili olduğunu gösteren çalışmalar (Esen ve Çakıroğlu, 2012; Gökkurt, 2014; Usta, 2018; Yeşildere ve Akkoç, 2010) mevcuttur. Öğrenciler üzerine yapılan çalışmalar incelendiğinde, öğrencilerin birimleri anlamada ve birbirine dönüştürme de zorluk yaşadıkları (Dağlı ve Peker, 2012; Koray vd., 2005; Olkun, vd., 2014; Usta, 2018; Şişman ve Aksu, 2009) görülmektedir. Örneğin, Şişman ve Aksu (2009), öğrencilerin verilen şeklin alanını doğru bulmalarına rağmen sonucu alan ölçü birimleri dışındaki birimler kullanarak ifade ettiklerini belirtmektedirler. Bu sonuçlar dikkate alındığında, öğretmen adaylarının birimlere dikkat ederek anlamlı ölçme yapmaları ileride öğrencilere daha yararlı olmalarına vesile olacaktır.

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dikdörtgenin alanını hesaplamayı gerektiren problemlerde orantısal akıl yürütme becerilerini kullanmaları incelendiğinde, çarpımsal ilişki içeren bazı sorularda toplamsal düşünerek yanlış sonuca ulaşmaları önemli bir bulgudur. Buradan anlaşılacağı üzere, bazı öğretmen adayları çarpımsal ilişki içeren sorularda toplamsal ilişki olduğunu düşünmüştür ve dolayısıyla çarpımsal ilişkiyi toplamsal ilişkiden ayırt edememiştir. Orantısal akıl yürütmenin en önemli göstergesi çarpımsal ilişkilerin fark edilmesi olup alan ölçümü konusu da çarpımsal ilişkileri anlamayı içermektedir (Çetin, 2009). Alanyazında yapılan çalışmalar bu bulguyu destekler niteliktedir. Çarpımsal ilişkinin öğrenciler için oldukça zor bir beceri olduğu, öğretmen ve öğretmen adaylarının da öğrenciler ile benzer zorluklar yaşadıkları alanyazın da belirtilmektedir (Arıcan, 2019). Öğrencilerin toplamsal akıl yürütme ile çarpımsal akıl yürütme arasındaki ilişkiyi kuramadıkları veya iki durumu ayırt edemediklerine dair çalışmalar mevcuttur (örn: Atabaş, 2014; Bart vd., 1994; Ben-Chaim vd., 2012; Çelik ve Özdemir, 2011; De Bock, 2008; Duatepe vd., 2005; Lim, 2009; Mersin, 2018; Misailidou ve Williams, 2003; Pakmak, 2014; Pelen, 2014; Van Dooren vd., 2009; Toluk-Uçar ve Bozkuş, 2016). Öğrencilere benzer şekilde, öğretmen adaylarının da orantısal problemlerin çözümünde, çarpımsal ilişkiler yerine toplamsal ilişkileri kullandıkları ve bazı değişkenler arasındaki ilişkilerin orantılı olup olmadığına doğru karar veremedikleri sonucuna ulaşılmıştır (Arıcan, 2019; Boyacı, 2019; Pişkin-Tunç, 2016).

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dikdörtgenin alanını hesaplamayı gerektiren problemlerde orantısal akıl yürütme becerilerini kullanmaları incelendiğinde, diğer bir bulgu da doğru orantı ve ters orantıyı fark edemedikleri olmuştur. Öğretmen adaylarına doğru orantı ve ters orantı içeren sorular sorulmuş ve farklı bilgi kaynaklarını kullanarak açıklamalar yapmışlardır. “Dikdörtgenin kenar uzunluklarının ikisi de 2 katına çıkmış”, “Bir kenarı 2 katına çıkarken diğer kenarı yarıya düşmüş.” gibi açıklamaları sık

sık yapsalar da “Doğru orantı içerir” veya “Ters orantı içerir” şeklinde açıklamalar yapamamışlardır. Sadece ÖA4, sorulara yaptığı açıklamalarda “ters orantı” ifadesini kullanmış fakat doğru orantıyı fark edememiştir. Sekiz öğretmen adayından sadece ÖA4’ün orantının var olduğunu ve bunun da “ters orantı” olduğunu fark etmesi dikkat çekmiştir. Alanyazın incelendiğinde Karlı ve Yıldız’ın (2022) yaptıkları çalışmanın sonuçlarına göre öğrenciler oran, orantı, doğru orantı ve ters orantı gibi terim ve kavramları anlamakta ve bu terim ve kavramları problem çözme sürecinde uygun şekilde kullanmakta zorlanmaktadırlar. Oran ve orantı öğretimi sürecinde öğrencinin hata yapmalarının orantısal ilişki gerektiren durumları sorgulamada ve gerekli matematiksel muhakemeleri yapmada zorlanmalarından kaynaklandığı düşünülmektedir. Alanyazında benzer bulgulara sahip çalışmalar mevcuttur (Altaylı, 2012; Debreli, 2011; Çetin İ, 2009; Gözkaya, 2015; Koçyiğit-Gürbüz, 2018; Kurdal, 2016; Öztürk, 2011). Doğruel (2019), öğretmenler ile yaptığı çalışmada, öğretmenlerin oran tanımını yaparken sorunlar yaşadıklarını, yanlışlar yaptıklarını, genelinin oran tanımını bilmedikleri ve alışılmışın dışında sorularla karşılaştıklarında güçlükler yaşadıklarını belirtmiştir. Doğruel (2019) bu duruma öğretmenlerin oran ve orantı konusuyla ilgili genel alan bilgilerinin yetersiz olmasının neden olduğunu vurgulamıştır.

Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dikdörtgenin alanını hesaplamayı gerektiren problemlerde orantısal akıl yürütme bilgi kaynaklarından hangilerini kullandıkları da incelenmiştir. Öğretmen adaylarının tamamı şu beş çeşit bilgi kaynağını kullanmıştır: “orantılı durum”, “paylaştırma ve döşeme”, kovaryans”, “çarpımsal karşılaştırma” ve “karşılıklı kenarlar arasında oran” Dolayısıyla, fark oluşturan bilgi kaynakları “büyütme/küçültme”, “sabit oran”, “birim oran”, “denklik”, “toplamsal düşünme”, “kendi içinde oran” ve “yatay alan bilgisi” olmuştur. Bu bilgi kaynaklarına bakıldığında “büyütme/küçültme” bilgi kaynağını sadece ÖA2, ÖA4 ve ÖA6; “birim oran”

bilgi kaynağını sadece ÖA2, ÖA5 ve ÖA6; “sabit oran” bilgi kaynağını sadece ÖA4, ÖA5, ÖA6 ve ÖA7; “denklik” bilgi kaynağını sadece ÖA1, ÖA4, ÖA5, ÖA6 ve ÖA7; “toplamsal düşünme” bilgi kaynağını sadece ÖA5, ÖA6; “kendi içinde oran” bilgi kaynağını sadece ÖA7 ve “yatay alan bilgisi” bilgi kaynağını sadece ÖA1, ÖA3 ve ÖA5 kullanmıştır.

ÖA5 ve ÖA6 on çeşit bilgi kaynağı kullanmıştır. Bu adaylar, çarpımsal düşünme gerektiren sorularda toplamsal düşünme kullanmış ve iki durumu birbirinden ayırt edememiştir. Buna rağmen, düzgün olmayan şeklin alanını doğru bir şekilde bulan sadece ÖA5 olmuştur. Sekiz çeşit bilgi kaynağı kullanan ÖA4 ve ÖA7, düzgün olmayan şeklin alanını doğru bir şekilde bulamamışlar fakat uzunluk ve alan birimlerini doğru bir şekilde kullanmışlardır. Ayrıca dikdörtgenin kendi kenar uzunlukları arasında oran bulan tek aday ÖA7 olurken ters orantının varlığından bahsederek ismini söyleyen tek aday ÖA4 olmuştur. Bunların aksine, beş çeşit bilgi kaynağı kullanarak en az bilgi kaynağını kullanan ÖA8 olmuştur. ÖA8’de dikkat çeken husus ise dikdörtgenin alanını bulma sorularında uzunluk ve alan birimlerine çok dikkat ederek bu birimleri doğru bir şekilde kullanması olmuştur. Diğer yandan, dikdörtgeni materyal ile kaplama sorusunda çeşitli materyaller üzerinden gereken materyal sayısını hesaplamada akıl yürütme yapamamış ve yanlış cevaplar vermiştir. Bununla birlikte düzgün olmayan şeklin alanı sorusunu da yanlış cevaplamıştır.

7. ÖNERİLER

Orantısal akıl yürütmenin en önemli göstergesi çarpımsal ilişkilerin fark edilmesi olup alan ölçümü konusu da çarpımsal ilişkileri anlamayı içermektedir. Dolayısıyla bu konunun öğrenilmesi bireylerin orantısal akıl yürütme becerileri ile ilişkilidir (Taylor ve Jones, 2009). Bu tez çalışması, ilköğretim matematik öğretmen adaylarının dikdörtgenin

alanını nasıl anladıklarını ve dikdörtgenin alanını hesaplamayı gerektiren problemlerde orantısal akıl yürütme becerilerini nasıl kullandıklarını ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır.

Sonuçlar ışığında öğretmen adaylarının ölçü birimleri kullanmalarının ve alan hesaplamalarının sonuçlarının uygun ölçme birimleriyle ifade etmelerinin önemi öğretmen eğitimcileri tarafından vurgulanmalıdır. Bir diğer sonuç ise öğretmen adaylarının düzgün şekillerin alanlarını formül kullanarak hesaplamalarına rağmen düzgün olmayan şekillerin alanını hesaplayamadıklarıdır. Öğretmen adaylarının formül kullanmaya odaklandıkları için düzgün olmayan şekillerde akıl yürütme yapamadıkları gözlenmiştir. Öğretmen adaylarının bu konularda çeşitli öğrenme eksiklikleri ya da kavram yanılgılarına sahip olup olmadıklarının belirlenmesi ve eğer varsa bu öğrenme eksikliklerinin fakülte'deki öğrenme sürecinde giderilmesi sağlanabilir. Dolayısıyla öğrenme sürecinde öğretmen adayları ve öğrencilerin akıl yürütebilecekleri, kavramların anlamlarını sorgulayabilecekleri sınıf ortamları oluşturulmalıdır. Konunun öğretiminde temel kavramlar oluştuktan sonra, kavramsal bilgilerden hareketle alan formüllerinin kazandırılmasının anlamlı öğrenme açısından daha yararlı olacağı düşünülmektedir.

Öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütmelerini kullanmaları üzerine bulunan sonuçlar ışığında, oran-orantı konusunun öğretiminde algoritmik işlemler yerine kavramsal anlamaya odaklanılmasının gerekli olduğu düşünülmektedir. Öncelikle öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerisinin gelişimi için, akıl yürütebilecekleri, muhakeme içeren ve doğrulama yapabilecekleri günlük yaşam problemlerinin kullanılması önerilmektedir.

Öğretmen adaylarının eğitimlerini tamamladıktan sonra öğrenci yetiştirecekleri düşünüldüğünde akıl yürütme becerilerini geliştirmeleri ile akıl yürüten, muhakeme yeteneği gelişmiş olan öğrenciler eğitmeyi amaçlamaktadır. Öğrencilerin ders ortamında

kullanılan muhakeme içeren sorulara verdikleri cevapların yanında düşünme süreçleri de öğretimde oldukça önemlidir. Özellikle ders esnasında öğrencilerden konu veya sorularla ilgili görüşlerini sesli olarak açıklamalarını istemek öğrencilerin nasıl bir düşünme süreci içerisinde olduğunun tespit edilmesi ve olası öğrenme hatalarının önüne geçilebilmesi açısından gerekli olduğu düşünülmektedir. Bu süreçte sorulacak ek sorularla öğrencinin niçin öyle düşündüğünü ve sonuca nasıl ulaştığını ortaya çıkaracak sorular sorulması ve verilen cevapların hep birlikte sorgulanmasının yararlı olacağı düşünülmektedir. Ayrıca, problem çözme süreçleri günlük hayat etkinlikleri ile zenginleştirilebilir.

KAYNAKLAR

- Adak, B., & Aliustaoğlu, F. (2020). An investigation of 7th grade students' misconceptions about proportion ratio. *Online Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 1(1), 55-74.
- Akkuş, R., Akkaş, E. N. & Yıldırım, B. (2018). Alan konusunu öğretirken öğrenme fırsatları oluşturmada öğretmenin rolü. *İlköğretim Online*, 17(2), 1135-1149. <https://doi.org/10.17051>
- Aksu, M. (1997). Student performance in dealing with fractions. *The Journal of Educational Research*, 90(6), 375-380
- Albayrak, M. (2010). *İlköğretimde matematik ve öğretimi –I*. Erzurum: Mega Yayınları.
- Altaylı, D. (2012). *Gerçekçi matematik eğitiminin oran orantı konusunun öğretimi ve orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesine etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- Arıcan, M. (2015). *Exploring preservice middle and high school mathematics teachers' understanding of directly and inversely proportional relationships* (Unpublished doctoral dissertation). University of Georgia, Athens.
- Arıcan, M. (2019). Preservice mathematics teachers' understanding of and abilities to differentiate proportional relationships from nonproportional relationships. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 17(7), 1423-1443.
- Atabaş, Ş. (2014). *An examination of fifth and sixth grade students' proportional reasoning* (Unpublished master's thesis). Boğaziçi University, Graduate School of Social Sciences, İstanbul.
- Altheide, D. L., & Schneider, B. (1996). Process of qualitative document analysis. *Qualitative media analysis*, 2, 39-74.
- Baki, A. (1998). Cebirle ilgili işlem yanlışlarının değerlendirilmesi. 3. *Ulusal Fen Bilimleri Eğitimi Sempozyumu*. Karadeniz Teknik Üniversitesi. Trabzon
- Balcı, A. (2006). *Sosyal bilimlerde araştırma yöntem, teknik ve ilkeler*. Ankara: Pegem Akademi.
- Ball, D. L., Hill, H. C., & Bass, H. (2005). Knowing mathematics for teaching: Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide? *American Educator*, 29, 14-22.
- Baltacı, A. (2018). Nitel araştırmalarda örnekleme yöntemleri ve örnek hacmi sorunsalı üzerine kavramsal bir inceleme. *Bitlis Eren Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 7(1), 231-274.
- Bart, W., Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1994). A diagnostic analysis of a proportional reasoning test item: An introduction to the properties of a semi-dense item. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 16(3), 1- 11.
- Battista, M. T. (2004) Applying cognition-based assessment to elementary school students' development of understanding of area and volume measurement. *Mathematical Thinking and Learning*, 6(2), 185-204.
- Baturo, A. & Nason, R. (1996). Student teachers' subject matter knowledge within the domain of area measurement. *Educational Studies in Mathematics*, 31(3), 235–268.
- Bayazit, İ., & Dönmez, S. M. K. (2017). Öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren durumlar bağlamında incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 8(1), 130-160.

- Baykul, Y. (1999). *İlköğretim birinci kademedeki matematik öğretimi*. İstanbul: MEB Yayınları.
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretim matematik öğretimi (6-8 sınıflar)*. Ankara: Pegem Yayıncılık.
- Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi 5-8. sınıflar için (2. Baskı)*. Ankara: Pegem Akademi Yayıncılık, 220-224.
- Baxter, G. P., & Junker, B. A. (2001). Case study in proportional reasoning. Paper presented at the annual meeting of the *National Council for Measurement in Education*. Seattle, Washington.
- Beckmann, S., & Izsák, A. (2015). Two perspectives on proportional relationships: Extending complementary origins of multiplication in terms of quantities. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 17-38.
- Behr, M. J., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (pp. 296–333). New York, NY: Simon & Schuster/Macmillan.
- Behr, M., Lesh, R., Post, T., & Silver E. (1983). Rational number concepts. In R. Lesh & M. Landau (Eds.), *Acquisition of Mathematics concepts and processes*, (pp. 91-125). New York: Academic Press.
- Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W., M., Benedetto, C. and Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*. 36, 247-273.
- Ben-Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, B. S. (2012). *Ratio and proportion: Research and teaching in mathematics teachers' education*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Beth, E. W., & Piaget, J. (1966). *Mathematical epistemology and psychology*. D. Reidel, Dordrecht.
- Boulton-Lewis, G. M., Wilss, L. A. & Mutch, S. L. (1996). An analysis of young children's strategies and use of devices for length measurement. *Journal of Mathematical Behavior*, 15,329-347.
- Boyacı, H. S. (2019). *The proportional reasoning ability of preservice mathematics teachers: a mixed method study* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. İstanbul: Boğaziçi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Brown, R. E., Weiland, T., & Orrill, C. H. (2020). Mathematics teachers' use of knowledge resources when identifying proportional reasoning situations. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 18(6), 1085-1104.
- Bütüner, Ö. S. & Uzun, S. (2011). Fen öğretiminde karşılaşılan matematik temelli sıkıntılar: Fen ve Teknoloji öğretmenlerinin tecrübelerinden yansımalar. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 4(2), 262-272.
- Büyüköztürk, Ş., Kılıç Çakmak, E., Akgün, Ö. E., Karadeniz, Ş., & Demirel, F. (2012). *Eğitimde bilimsel araştırma yöntemleri*. Pegem Akademi.
- Cai, J., & Sun, W. (2002). Developing students' proportional reasoning: A chinese perspective. In B. Litwiller & G. Bright (Eds.), *Making sense of fractions, ratios, and proportions* (pp. 195–205). National Council of Teachers of Mathematics.
- Chappell, M. F. & Thompson, D. R. (1999). Perimeter or area? Which measure is it? *Mathematics Teaching in the Middle School*, 5(1), 20-23. <https://doi.org/10.5951/MTMS.5.1.0020>
- Cavanagh, M. (2008). Area measurement in year 7. *Educational Studies in Mathematics*. 33, 55- 58.
- Clements, D. H., & Stephan, M. (2004). Measurement in pre-K to grade 2

- mathematics. In D.H. Clements, J. Sarama, A.-M. DiBiase (Eds.), *Engaging young children in mathematics: Standards for early childhood mathematics education* (pp. 299-317). Lawrence Erlbaum Associates.
- Corbetta, P. (2003). *Social research: Theory, methods and techniques*. Thousand Oaks: Sage.
- Cramer, K., & Post, T. (1993). Making connections: A case for proportionality. *Arithmetic Teacher*, 40(6), 342-346. <https://doi.org/10.5951/AT.40.6.0342>
- Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research Implications. In D. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom* (pp. 159-178). Macmillan Publishing Company.
- Creswell, J. W. (2014). *Qualitative, quantitative and mixed methods approaches*. Thousand Oaks: Sage.
- Çavuş Erdem, Z. (2018). *Matematiksel modelleme etkinliklerine dayalı öğrenim sürecinin alan ölçme konusu bağlamından incelenmesi* (Yayımlanmış doktora tezi). Adıyaman Üniversitesi, Adıyaman.
- Çekirdekçi, S., & Çekirdekçi, N. (2020). Sınıf öğretmenleri adaylarının paralelkenar ile dikdörtgenin çevre ve alanını bulmaya ilişkin düşüncelerinin incelenmesi. *Eğitim Kuram ve Uygulama Araştırmaları Dergisi*, 6(1), 53-66.
- Çelik, A., & Özdemir, E. Y. (2011). İlköğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile problem kurma becerileri arasındaki ilişki. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30(30), 1-11.
- Çetin, H. (2009). *İlköğretim İkinci kademe öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerileri ile denklem çözme başarıları arasındaki ilişki üzerine bir çalışma* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Selçuk Üniversitesi.
- Çetin, İ. (2009). *7. ve 9. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı konusundaki kavram yanlışları* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Selçuk Üniversitesi.
- Dağlı, H. (2010). *İlköğretim beşinci sınıf öğrencilerinin çevre, alan ve hacim konularına ilişkin kavram yanlışları* (Unpublished master's thesis). Afyon Kocatepe Üniversitesi.
- Dağlı, H. & Peker, M. (2012). İlköğretim 5.sınıf öğrencileri geometrik şekillerin çevre uzunluğunu hesaplamaya ilişkin ne biliyor? *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 5(3), 330-351.
- De Bock, D. (2008). Operations in the number systems: Towards a modelling perspective. In proceedings of *ICMI-11-Topic Study Group 10: Research and Development in the Teaching and Learning of Number Systems and Arithmetic* (pp. 125-130).
- Dede, Y., & Dursun, Ş. (2004). Öğrencilerin matematik başarısını etkileyen faktörler: Matematik öğretmenlerinin görüşleri bakımından. *Gazi Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24(2), 217-233.
- Debreli, E. (2011). *The effect of creative drama based instruction on seventh grade students' achievement in ratio and proportion concepts and attitudes toward mathematics* [Unpublished master's thesis]. Middle East Technical University.
- Denzin, N. K. & Lincoln, Y. S. (1998). *Strategies of qualitative inquiry*. Thousand Oaks, Sage.
- Doğruel, A. B. (2019). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimleri Enstitüsü, Afyonkarahisar.
- Douady, R., & Perrin, M. J. (1986). Concerning conceptions of area (pupils aged 9 to 11). In proceedings 10th Conference of the *International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 253-258).

- Duatepe, A., Akkuş-Çıkla O. & Kayhan M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 73-81.
- Eisner, E. W. (1991). What the arts taught me about education. *Art Education*, 44(5), 10-19.
- Emekli, A. (2001). *Ölçüler konusunun öğretiminde yanlışların teşhisi ve alınması gereken tedbirler* [Yayınlanmamış Master Tezi]. Selçuk Üniversitesi, Konya.
- Erlanson, D. A., Harris, E. L., Skipper, B. L., & Allen, S. D. (1993). *Doing naturalistic inquiry: A guide to methods*. Sage.
- Esen, Y. & Çakıroğlu, E. (2012). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının hacim ölçmede birim kullanmaya yönelik kavrayışları. *Matematik Eğitimi Dergisi*, 1(1), 21-30.
- Fauzan, A. (2002). *Applying realistic mathematics education (RME) in teaching geometry in Indonesian primary schools* [Unpublished doctoral dissertation]. Enschede: University of Twente.
- Freudenthal, H. (1983). *Didactical phenomenology of mathematical structures*. Dordrecht: Reidel Publishing Company.
- Fowler, D. (1987). *The mathematics of Plato's academy*. Oxford: Clarendon Press.
- Gall, M. D., Borg, W. R., & Gall, J. P. (1996). *Educational research: An introduction*. Longman Publishing.
- Geray, H. (2006). *Toplumsal araştırmalarda nicel ve nitel yöntemlere giriş iletişim alanından örneklerle*. Ankara: Siyasal.
- Gökkurt, B. (2014). *Ortaokul matematik öğretmenlerinin geometrik cisimler konusuna ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi* [Yayımlanmamış doktora tezi]. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y., & Soylu, C. (2013). Öğretmen adaylarının kesirlerle ilgili pedagojik alan bilgilerinin öğrenci hataları açısından incelenmesi. *International Online Journal of Educational Sciences*, 5(3), 719-735.
- Gözkaya, Ş. (2015). *Gerçekçi matematik eğitimi destekli öğretim yönteminin 7. sınıf oran-orantı konularının öğretiminde öğrenci başarısına ve öğrenmenin kalıcılığına etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Erciyes Üniversitesi.
- Grant, T. J., & Kline, K. (2003). Developing building blocks of measurement with young children. *Learning and Teaching Measurement*, 46-56.
- Gürefe, N. (2018). Ortaokul öğrencilerinin alan ölçüm problemlerinde kullandıkları stratejilerin belirlenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 33(2), 417-438. <https://doi.org/10.16986/HUJE.2017032703>
- Hacıömeroğlu, G. & Apaydın, S. (2009). Tangram etkinliği ile çevre ve alan hesabı. *İlköğretim Online* 8(2), 1-6.
- Hirstein, J. J., Lamb, C. E., & Osborne, A. (1978). Student misconceptions about area measure. *The Arithmetic Teacher*, 25(6), 10-16.
- Horzum, T. (2018). Matematik öğretmeni adaylarının dörtgenler hakkındaki anlamalarının kavram haritası aracılığıyla incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 9(1), 1-30.
- Huang, H. M. E., & Witz, K. G. (2013). Children's conceptions of area measurement and their strategies for solving area measurement problems. *Journal of Curriculum and Teaching*, 2(1), 10-26. <http://dx.doi.org/10.5430/jct.v2n1p10>
- Huberman, A. B., & Miles, M. B. (1994). Data management and analysis methods. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research*, (pp. 228–244). Thousand Oaks: Sage.

- Izsák, A. (2005). "You have to count the squares": applying knowledge in pieces to learning rectangular area. *The Journal of the Learning Sciences*, 14(3), 361–403.
- Kamii, C & Kysh, J. (2006). The difficulty of "length x width": Is a square the unit of measurement? *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 105-115.
- Karaduman, B. (2019). *Ortaokul 6., 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini ve matematik dersine yönelik tutumlarının bazı değişkenler açısından incelenmesi: Cinsiyet ve sınıf düzeyi perspektifi* (Unpublished master's thesis). Başkent Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Karlı, M. G. & Yıldız, E. (2022). Yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümüne yönelik geliştirdikleri hatalı stratejiler. *Journal of Qualitative Research in Education*, 29, 111-148.
- Kiral, B. (2020). Nitel bir veri analizi yöntemi olarak doküman analizi. *Siirt Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 8(15), 170-189.
- Kidman, G., & Cooper, T. J. (1997). Area integration rules for grades 4, 6, and 8 students. In *proceedings of the 21st International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 136-143). Lahti, Finland.
- Koçyiğit-Gürbüz, M. (2018). *Yedinci sınıf öğrencilerinin etkinlik temelli öğrenme yaklaşımı altında oran-orantı kavramlarını oluşturma süreçlerinin incelenmesi: APOS teorisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Eskişehir Osmangazi Üniversitesi.
- Koray, Ö., Özdemir, M., & Tatar, N. (2005). İlköğretim öğrencilerinin "birimler" hakkında sahip oldukları kavram yanılgıları: Kütle ve ağırlık örneği. *İlköğretim-Online*, 4(2), 24-31.
- Kordaki, M. & Potari, D. (1998). Children's approaches to area measurement through different contexts. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(3), 303–316.
- Kurdal, C. (2016). *Dinamik ve etkileşimli matematik öğrenme ortamlarında öğrencilerin kesirler ve oran orantı konusunda yaptığı hatalar ve çözüm önerileri* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Bayburt Üniversitesi.
- Küçük, A., Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8. sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanılgıları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112.
- Labuschagne, A. (2003). Qualitative research: Airy fairy or fundamental. *The qualitative report*, 8(1), 100-103.
- Lamon, S. J. (1989). *Ratio and proportion: Preinstructional cognitions* [Unpublished doctoral dissertation]. University of Wisconsin, Madison.
- Lesh, R. & Lehrer, R. (2003). Öğrenci ve öğretmenlerin gelişimine yönelik modeller ve modelleme bakış açıları. *Matematiksel Düşünme ve Öğrenme*, 5(2-3), 109-129.
- Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional Reasoning. In H. James ve B. Merly (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 93-119). Reston, Virginia: National Council of Teachers of Mathematics.
- Lim, K. H. (2009). Burning the candle at just one end: Using nonproportional examples helps students determine when proportional strategies apply. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 14, 492-500.
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1985). *Naturalistic inquiry*. Sage.
- Martin, W., & Strutchens, M. E. (2000). Geometry and measurement. In E. A. Silver (Ed.), *Results of the 1996 NAEP mathematics assessment* (pp. 193-234). Reston, VA: NCTM.
- Mason, J. (2011). Roots and branches. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 35–50). New York: Routledge.

- Milli Eğitim Bakanlığı (2018). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı*. Ankara.
- Merriam, S. B. (1990). *Case study research in education*. San Francisco: Jossey-Bass.
- Mersin, N. (2018). İki aşamalı teşhis testine göre ortaokul 5, 6 ve 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütmelerinin değerlendirilmesi. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 7(4), 319-348. <http://dx.doi.org/10.30703/cije.426627>
- Misailidou, C., & Williams, J. (2003). Diagnostic assessment of children's proportional reasoning. *Journal of Mathematical Behavior*, 22(3), 335-368. [https://doi.org/10.1016/S0732-3123\(03\)00025-7](https://doi.org/10.1016/S0732-3123(03)00025-7).
- Moreira, C. Q. & Contente, M. do R. (1997). The role of writing to foster pupil's learning about area. In E. Pehkonen (Ed.), *Proceedings of the 21st PME International Conference* (pp. 256-263).
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: Author.
- Norton, S. J. (2005). The construction of proportional reasoning. In Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 17-24).
- Olkun, S., & Aydoğdu, T. (2003). Üçüncü Uluslararası Matematik ve Fen Araştırması (TIMSS) nedir? Neyi sorgular? Örnek geometri soruları ve etkinlikler. *İlköğretim Online*, 2(1), 28-35.
- Olkun, S., Çelebi, Ö., Fidan, E., Engin, Ö., & Gökğün, C. (2014). Birim kare ve alan formülünün Türk öğrenciler için anlamı. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(29-1), 180-195.
- Öz, T. ve Işık, A. (2017). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel akıl yürütme becerisi üzerine görüşleri. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 228-249. <https://doi.org/10.17556/erziefd.292622>
- Öztürk, M. (2011). *Bilgisayar destekli öğretim yönteminin oran orantı konusunun öğretiminde akademik başarıya etkisi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Atatürk Üniversitesi.
- Pakmak, S. G. (2014). *6. sınıf öğrencilerinin niceliksel ve niteliksel orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümündeki anlayışlarının incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Pamukkale Üniversitesi.
- Pelen, M. S. (2014). *6. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin problemlerin sınıflanması ve sayısal yapılarına göre incelenmesi* [Yayımlanmamış yüksek lisans tezi]. Çukurova Üniversitesi.
- Pişkin-Tunç, M. (2016). *Pre-service middle school mathematics teachers' proportional reasoning before and after a practice based instructional module* [Unpublished doctoral dissertation]. Middle East Technical University.
- Post, T. R., Behr, M., & Lesh, R. (1988). Proportionality and the development of pre-algebra understandings. In A. Coxford, & A. Shulte (Eds.), *The idea of algebra, K-12* (pp. 78-90). Yearbook National Council of Teachers of Mathematics.
- Reynolds, A., & Wheatley, GH. (1996). İlköğretim öğrencilerinin bir alan ortamında birimlerin inşası ve koordinasyonu. *Journal for Research in Mathematics Education*, 27(5), 564-581.
- Shulman, L. S. (1986). Those who understand: Knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Sönmez, V., & G. Alacapınar, F. (2011). *Örneklendirilmiş bilimsel araştırma yöntemleri*. Ankara: Anı Yayıncılık.
- Stephan, M., & Clements, D. (2003). Linear and area measurement in prekindergarten to grade 2. In D. Clements & G. Bright (Eds.), *Learning and teaching measurement: 2003 Yearbook* (pp. 3-16). Reston, VA: National Council of Teachers of

Mathematics.

- Strauss, A. L. & Corbin, J. (1990). *Basics of qualitative research: Grounded theory procedures and techniques*. Newbury Park: Sage Publications.
- Şimşek, N. & Boz, N. (2015). Sınıf öğretmeni adaylarının uzunluk ölçme konusunda pedagojik alan bilgilerinin öğrenci kavrayışları bağlamında incelenmesi. *Cumhuriyet International Journal of Education*, 4(3), 10-30.
- Şişman, G. T. & Aksu, M. (2009). Yedinci sınıf öğrencilerin alan ve çevre konularındaki başarıları. *İlköğretim Online Dergisi*, 8(1), 243–253. <http://ilkogretim-online.org.tr/>
- Taylor, A., & Jones, G. (2009). Proportional reasoning ability and concepts of scale: Surface area to volume relationships in science. *International Journal of Science Education*, 31(9), 1231-1247.
- Thompson, P. W. (1994). The development of the concept of speed and its relationship to concepts of rate. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 179–234). Albany: SUNY Press.
- Thompson, P. W., Philipp, R., & Boyd, B. (1994). Computational and conceptual orientations in teaching mathematics. In A. Coxford (Ed.), *1994 yearbook of the NCTM* (pp. 79–92). NCTM.
- Thompson, T. D. & Preston, R. V. (2004). Measurement in the middle grades: Insights from NAEP and TIMSS. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 9(9), 515-519.
- Tomooğlu, Ö. (2017). *6. sınıf öğrencilerine alan ölçme konusunun öğretimine yönelik bir eylem araştırması* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eskişehir.
- Toluk-Uçar, Z. & Bozkuş, F. (2016). İlkokul ve ortaokul öğrencilerinin orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt etme becerileri. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)*, 17(3), 281-299.
- Tourniaire, F., & Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational Studies in Mathematics*, 16(2), 181-204.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 24, 234-243.
- Umay, A. ve Kaf, Y. (2005). Matematikte kusurlu akıl yürütme üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 28, 188-195.
- Usta, N. (2018). Öğretmen adaylarının ölçüler konusunda öğrenci hatalarını tespit etme becerileri ve hataların giderilmesine ilişkin önerileri. *Journal of Computer and Education Research*, 6(12), 247-284. <https://doi.org/10.18009/jcer.451075>
- Ünsal, A. (2009). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin başarı, tutum ve cinsiyet değişkenleri açısından incelenmesi: Bolu ili örneği* [Yüksek Lisans Tezi]. Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Tez, Z. (2008). *Matematiğin kültürel tarihi*. İstanbul: Doruk Yayıncılık.
- Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2014). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim*. Nobel Akademik Yayıncılık.
- Van Dooren, V., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2010). From addition to multiplication... and back: The development of students' additive and multiplicative reasoning skills. *Cognition and Instruction*, 28(3), 360-381.
- Van Dooren, W., De Bock, D., Gillard, E., & Verschaffel, L. (2009). Add? Or multiply? A study on the development of primary school students' proportional reasoning skills. In *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 5, pp. 281-288). PME; Thessaloniki,

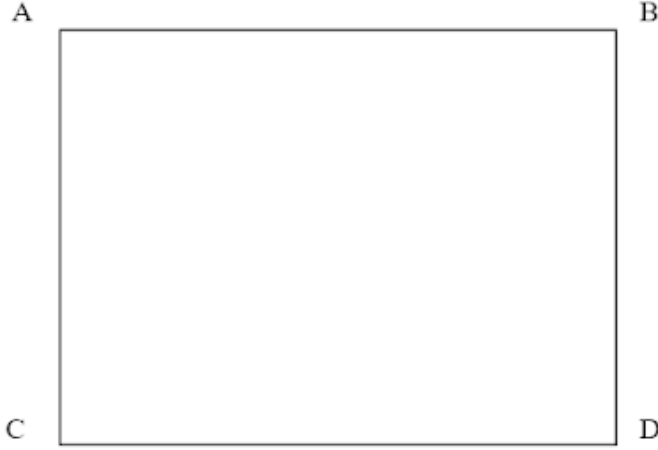
Greece.

- Vergnaud, G. (1988). Multiplicative structures. In R. Lesh, M. Landau (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 141-161). Academic Press, New York, NY.
- Weiland, T., Orrill, C. H., Nagar, G. G., Brown, R. E., & Burke, J. (2021). Framing a robust understanding of proportional reasoning for teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 24(2), 179-202.
- Woodward, E. & Byrd, F. (1983). Area: Included topic, neglected concept. *School Science and Mathematics*, 83, 343-347.
- Yeo, J. K. K. (2008). Teaching area and perimeter: Mathematics pedagogical content knowledge in action. Paper presented at the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia. Brisbane.
- Yeşildere, S. & Akkoç, H. (2010). Matematik öğretmen adaylarının sayı örüntülerine ilişkin pedagojik alan bilgilerinin konuya özel stratejiler bağlamında incelenmesi. *Ondokuz Mayıs Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29(1), 125-149.
- Yıldırım Yakar, Z., & Albayrak, M. (2019). Alan ölçmenin basamaklı öğretim yöntemiyle öğretiminin öğrenci başarısına etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(2), 565-585.
- Yıldırım, A., & Şimsek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Seçkin Yayınları.
- Zacharos, K. (2006). Alan ölçümüne yönelik yaygın eğitim uygulamaları ve öğrencilerin alanları ölçmedeki başarısızlıkları. *Matematiksel Davranış Dergisi*, 25(3), 224-239.

EKLER

Ek 1. Çalışma Kâğıdı

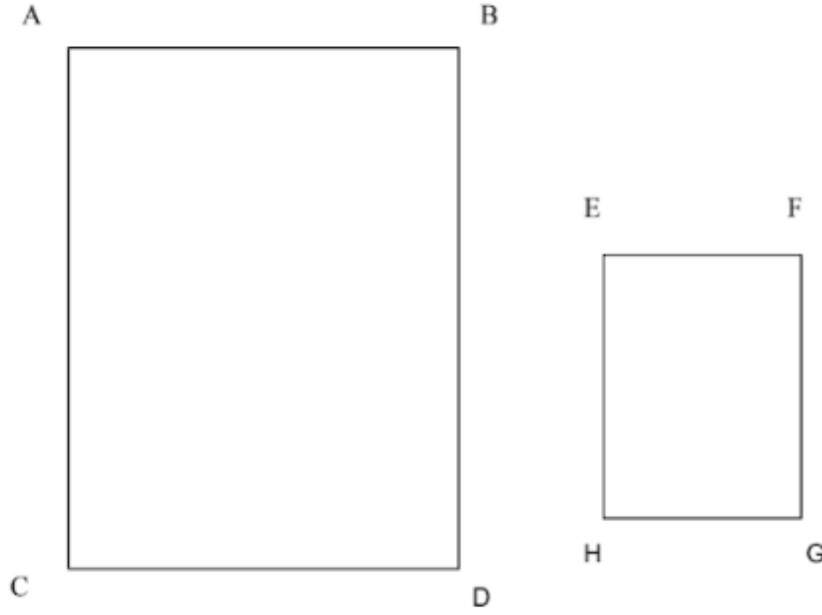
1. Soru



Şekil 1

- Verilen şeklin alanını tahmin eder misin? Neden böyle düşündüğünü açıklar mısın?
- Şekil 1'i kaplamak için bu materyalden kaç tane gerekli olduğunu tahmin eder misin? Tahminini şekil üzerinde açıklar mısın?
- Kenarları 2 br olan bir materyal verilseydi Şekil 1' i kaplamak için kaç tane gerekli olduğunu tahmin eder misin? Tahminini şekil üzerinde açıklar mısın?
- Kenarları 0,5 br olan bir materyal verilseydi Şekil 1' i kaplamak için kaç tane gerekli olduğunu tahmin eder misin? Tahminini şekil üzerinde açıklar mısın?

2. Soru



Şekil 2

Şekil 3

- Şekil 2 ve Şekil 3'te yer alan dikdörtgenler benzer ise Şekil 2'deki dikdörtgeni Şekil 3'teki dikdörtgenin kaç tanesi ile kaplayabiliriz tahmin edin. Tahmininin sebebini açıklayın?
- İki şeklin kenarları arasında nasıl bir ilişki vardır?
- İki şeklin kenarları arasındaki ilişki alanları nasıl etkilemiştir?

3. Soru



Şekil 4



Şekil 5

- Şekil 5'teki dikdörtgeni Şekil 4'teki dikdörtgenin kaç tanesi ile kaplayabiliriz tahmin edin. Tahmininin sebebini açıkla mısın?
- İki dikdörtgende eşit uzunlukta olmayan kenarlar ([AB] ile [EF]) dikdörtgenlerin alanını nasıl etkilemiştir? Bu aralarında nasıl bir ilişki olduğunu gösterir.

4. Soru



Şekil 7



Şekil 8

- Şekillerin alanlarını tahmin edin. Bu tahminini nasıl yaptığınızı şekiller üzerinde gösterebilir misiniz? Şekillerin alanları için ne söyleyebilirsiniz?
- Şekil 6 ve Şekil 8'in kenar uzunlukları farklı olmasına rağmen alanları nasıl eşit olabilir açıklar mısınız?

- c) Şekil 6 ve Şekil 7'nin kenar uzunlukları farklı olmasına rağmen alanları nasıl eşit olabilir açıklar mısınız?
- d) Şekil 7 ve Şekil 8'nin kenar uzunlukları farklı olmasına rağmen alanları nasıl eşit olabilir açıklar mısınız?
- e) Şekil 6, 7 ve 8'deki dikdörtgenlerin arasında nasıl bir ilişki vardır açıklar mısınız?

5. Soru



Şekil 9

Şekil 10

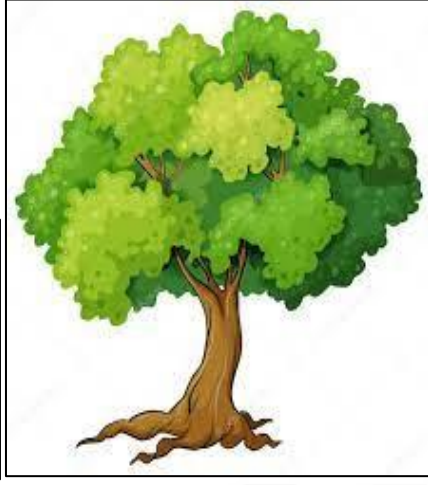
Farklı ölçülerde verilen defterlerin yüzeyleri rulo kaplar ile kaplanmıştır. Şekil 10'daki defterin yüzeyi bir rulo ile kaplanırken Şekil 9'daki defterin yüzeyi bir rulonun $\frac{1}{9}$ 'i kadar rulo kap ile kaplanmıştır.

Buna göre bu iki defterin boyutları hakkında ne söyleyebilirsiniz?

6. Soru



Şekil 11



Şekil 12

Birbirine benzer iki ağaç resmi verilmiştir. Şekil 11’de yer alan ağacın boyu 1m olup ağacı boyamak için 1 kutu boya kullanılmıştır. Şekil 12’de yer alan ağacın boyu 2 m olup ağacı boyamak için kaç kutu boya kullanılır?

ÖZGEÇMİŞ

Kişisel Bilgiler	
Adı Soyadı	Merve GÜNEŞ
Doğum Yeri	
Doğum Tarihi	
Uyruğu	<input checked="" type="checkbox"/> T.C. <input type="checkbox"/> Diğer:



Eğitim Bilgileri	
Lisans	
Üniversite	Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi
Fakülte	Eğitim Fakültesi
Bölümü	İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Mezuniyet Yılı	2020

Makale ve Bildiriler