T.C.

KIRŞEHİR AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ
EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ ORANTISAL AKIL YÜRÜTME YETERLİKLERİNİN LOG-LİNEER BİLİŞSEL TANI MODELİ İLE İNCELENMESİ

TALAT KAYA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

KIRŞEHİR

2023

T.C.

KIRŞEHİR AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ

FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ

MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ
EĞİTİMİ ANABİLİM DALI

MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ ORANTISAL AKIL YÜRÜTME YETERLİKLERİNİN LOG-LİNEER BİLİŞSEL TANI MODELİ İLE İNCELENMESİ

TALAT KAYA

YÜKSEK LİSANS TEZİ

DANIŞMAN

DOÇ. DR. MUHAMMET ARICAN

II. DANIŞMAN

DOÇ. DR. RAMAZAN AVCU

KIRŞEHİR

2023

KIRŞEHİR AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ FEN BİLİMLERİ ENSTİTÜSÜ
YÜKSEK LİSANS TEZ ÇALIŞMASI
ETİK BEYANI

Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesini okuduğumu ve anladığımı ve Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Tez Yazım Kurallarına uygun olarak hazırladığım bu tez çalışmasında;

- Tez içinde sunduğum verileri, bilgileri ve dokümanları akademik ve etik kurallar çerçevesinde elde ettiğimi,
- Tüm bilgi, belge, değerlendirme ve sonuçları bilimsel etik kurallarına uygun olarak sunduğumu,
- Tez çalışmasında yararlandığım eserlerin tümüne uygun atıfta bulunarak kaynak gösterdiğimi,
- Kullanılan verilerde ve ortaya çıkan sonuçlarda herhangi bir değişiklik yapmadığımı,
- Tez olarak sunduğum bu çalışmanın özgün olduğunu,

bildirir, aksi bir durumda bu konuda hakkımda yapılacak tüm yasal işlemleri ve aleyhime doğabilecek tüm hak kayıplarını kabullendiğimi beyan ederim. 07/09/2023

Talat KAYA

İÇİNDEKİLER DİZİNİ

Sayfa No

TEŞEKKÜR

Yüksek lisansa başlamamda ve yüksek lisans ders sürecinde kendisini tanıdığım günden bu yana gösterdiği sakin ve sabırlı hali ile her zaman bana örnek olmasının yanı sıra bir bilim insanının nasıl çalışması gerektiğini kendisinden öğrendiğim değerli danışmanlarım Doç. Dr. Muhammet ARICAN ve Doç. Dr. Ramazan AVCU'ya büyük bir içtenlikle teşekkür ederim.

Tezi yazma sürecimde bana her daim destek olan değerli eşim Sema Nur'a teşekkür ederim.

Tezimi, eşim başta olmak üzere özellikle çocuklarım Eymen Göktuğ ve Halit Yekta'ya ithaf ederim.

Eylül, 2023 Talat KAYA

ÖZET

YÜKSEK LİSANS TEZİ

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENİ ADAYLARININ ORANTISAL AKIL YÜRÜTME YETERLİKLERİNİN LOG-LİNEER BİLİŞSEL TANI MODELİ İLE İNCELENMESİ

TALAT KAYA

KIRŞEHİR AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ
FEN BİLİMLER ENSTİTÜSÜ
MATEMATİK VE FEN BİLİMLERİ EĞİTİMİ ANABİLİM DALI
MATEMATİK EĞİTİMİ BİLİM DALI

Danışman:	**Doç. Dr. Muhammet ARICAN**
	Yıl: 2023, Sayfa: 99
Jüri:	**Doç. Dr. Muhammet ARICAN**
	Doç. Dr. Ramazan AVCU
	Doç. Dr. Serdal BALTACI
	Doç. Dr. Okan KUZU
	Dr. Öğr. Üyesi Yasemin KIYMAZ
İkinci Danışman	**Doç. Dr. Ramazan AVCU**

Bu çalışmanın amacı ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerinin log-lineer bilişsel tanı modeli ile incelenmesidir. Çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının cinsiyetlerine, sınıf düzeylerine, öğrenim gördükleri üniversitelere, bu üniversitelerin bulundukları bölgelere ve üniversiteye giriş puanlarına (düşük, orta ve yüksek puan) göre orantısal akıl yürütme yeterliklerinde farklılaşma olup olmadığı incelenmiştir. Çalışmada betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Bu çalışmada kullanılan orantısal akıl yürütme testi alanyazındaki çalışmalar göz önünde bulundurularak geliştirilmiştir. Orantısal akıl yürütme testinde şu üç yeterliğe yönelik oran ve orantı problemleri yer almaktadır: oranı anlama, orantıyı anlama ve orantısız ilişkileri anlama. Analiz sonuçlarına göre çalışmaya katılan 747 öğretmen adayından 148'inin orantısal akıl yürütmeyle ilgili hiçbir yeterlikte uzmanlaşmadığı görülmüştür. Diğer taraftan, 599 öğretmen adayının oranı anlama yeterliğinde, 240 öğretmen adayının oranı anlama ve orantıyı anlama yeterliklerinde, 110 öğretmen adayının ise orantısal akıl yürütmeyle ilgili yeterliklerin üçünde de uzmanlaştığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının oranı anlama yeterliğinde iyi düzeyde, orantıyı anlama ve orantısız ilişkileri anlama yeterliklerinde ise düşük düzeyde uzmanlaştıkları görülmüştür. Ayrıca, öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerinin cinsiyete göre farklılaşmadığı fakat sınıf düzeyine, öğrenim gördükleri üniversitelere, bu üniversitelerin bulundukları bölgelere ve üniversiteye giriş puanlarına göre farklılaştığı görülmüştür. Üniversitelerin bulundukları bölgelere göre yapılan analiz sonuçlarına göre orantısal akıl yürütmeyle ilgili üç yeterlik için de Doğu Anadolu Bölgesi aleyhine anlamlı bir farklılaşma görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Bilişsel Tanı Modelleri, Oran, Orantı, Orantısal Akıl Yürütme

ABSTRACT

MSc THESIS

EXAMINING PRE-SERVICE ELEMENTARY MATHEMATICS TEACHERS' PROPORTIONAL REASONING COMPETENCIES THROUGH LOG-LINEAR COGNITIVE DIAGNOSTIC MODEL

TALAT KAYA

KIRŞEHİR AHİ EVRAN UNIVERSITY
INSTITUTE OF NATURAL AND APPLIED SCIENCES
DEPARTMENT OF MATHEMATICS AND SCIENCE EDUCATION
MATHEMATİCS EDUCATION PROGRAM

Supervisor: **Assoc. Prof. Dr. Muhammet ARICAN**
Year: 2023, Pages: 99

Juries: **Assoc. Prof. Dr. Muhammet ARICAN**
Assos. Prof. Dr. Ramazan AVCU
Assoc. Prof. Dr. Serdal BALTACI
Assoc. Prof. Dr. Okan KUZU
Assist. Prof. Dr. Yasemin KIYMAZ

Co-Supervisor **Assoc. Prof. Dr. Ramazan AVCU**

This study aims to examine prospective middle school mathematics teachers' proportional reasoning competencies with the help of log-linear cognitive diagnosis models. More specifically, it was investigated whether there is a statistically significant difference in prospective teachers' proportional reasoning competencies with respect to gender, grade level, universities enrolled in, the regions of these universities, and university entrance examination scores. A descriptive survey model was used in the research. The proportional reasoning test used in this study was developed considering past research in the literature. The proportional reasoning test includes ratio and proportion problems for the following three competencies: understanding ratios, understanding proportions, and understanding nonproportional relationships. The data analysis showed that among 747 prospective teachers, 148 did not master any competency related to proportional reasoning. On the other hand, it was seen that 599 prospective teachers were competent in understanding ratios, 240 prospective teachers were competent in understanding ratios and in understanding proportions, and 110 prospective teachers were competent in all three competencies related to proportional reasoning. It was found that the prospective teachers had a good level of competence in understanding ratios and a lower level of competence in understanding ratios and nonproportional relationships. In addition, it was revealed that prospective teachers' proportional reasoning competencies did not differ according to gender. However, it differed according to year levels, the universities enrolled in, the regions of these universities, and university entrance examination scores. According to the analysis results based on the regions where the universities are located, a significant difference was found in the disfavor of the Eastern Anatolia Region for all three competencies related to proportional reasoning.

Key Words: Cognitive Diagnostic Models, Proportion, Proportional Reasoning, Ratio

TABLOLAR DİZİNİ

ŞEKİLLER DİZİNİ

Sayfa No

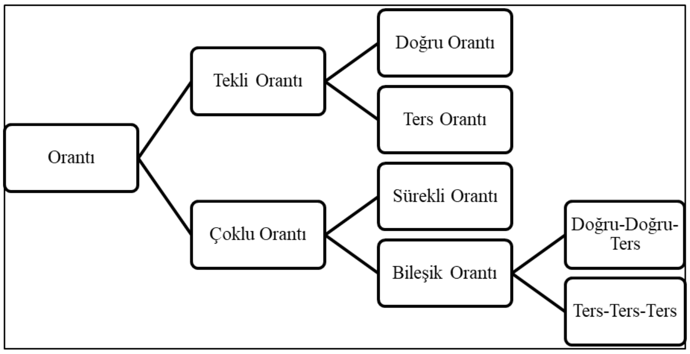
SİMGELER VE KISALTMALAR DİZİNİ

Kısaltmalar	Açıklama
CCSSM	: Common Core State Standarts for Mathematics
LCDM	: Log-Linear Cognitive Diagnostic Model (Log-Lineer bilişsel tanılama modeli)
MEB	: Millî Eğitim Bakanlığı
NCTM	: National Council of Teachers of Mathematics (Matematik Öğretmenleri Ulusal Konseyi)
PISA	: Programme for International Student Assessment (Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı)
TA1	: Temel Anlayış 1
TA2	: Temel Anlayış 2
TA3	: Temel Anlayış 3
TA4	: Temel Anlayış 4
TA5	: Temel Anlayış 5
TA6	: Temel Anlayış 6
TA7	: Temel Anlayış 7
TA8	: Temel Anlayış 8
TA9	: Temel Anlayış 9
TA10	: Temel Anlayış 10
TIMSS	: Trends in International Mathematics and Science Study (Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması)
Y1	: Yeterlik 1
Y2	: Yeterlik 2
Y3	: Yeterlik 3
YÖK	: Yüksek Öğretim Kurumu

1.GİRİŞ

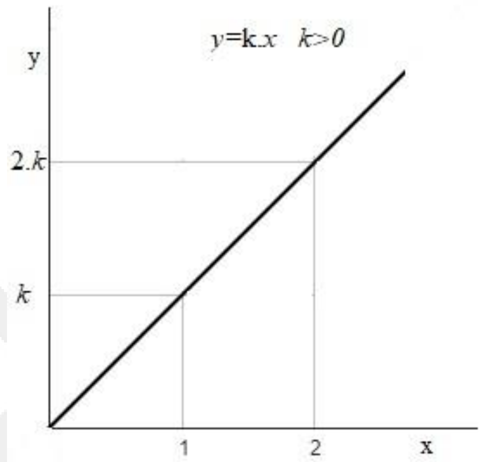
Oran ve orantı kavramları, matematiğin öğretiminde ve öğrenilmesinde önemli bir yere sahiptir (Kilpatrick ve ark., 2001; National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Buna rağmen ortaokul matematiğinde bu kavramların öğretilmesi ve öğrenilmesi en zor olan kavramlar arasında yer almaktadır (Arıcan, 2019a; Izsák ve Jacobson, 2017; Lamon, 2007). Ülkemizde oran kavramı 6. ve 7. sınıflarda, orantı kavramı ise yalnızca 7. sınıfta öğretilmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Oran kavramı, "aynı veya farklı birimlere sahip iki niceliğin çarpımsal karşılaştırılması" olarak tanımlanmaktadır (Lobato ve ark., 2010, s. 18). Örneğin, 3 su bardağı şeker ile 4 su bardağı su 3:4 oranında karıştırılarak birimsiz bir oran elde edilebilir. Burada, 3:4 oranı, şeker miktarının su miktarının dörtte üçü olduğunu belirtir. Ayrıca, karşılaştırılan nicelikler $\frac{30\,m}{10\,sn} = 3\,m\,/\,sn$ örneğinde olduğu gibi birimli bir oran (rate) oluşturabilirler. Burada, birimli oran hız kavramına karşılık gelmektedir.

Orantı kavramı "iki oranın eşitliği" (Fisher, 1988, s. 157), "iki oran arasındaki eşitlik ilişkisi" (Lobato ve ark., 2010, s. 33) ve "iki oranın eş değer olduğunu belirten bir denklem olarak" (Common Core Standards Writing Team, 2011, s. 3) tanımlanmaktadır. Bir orantı, iki eşdeğer orandan oluşur ve bu iki oranın her biri iki nicelik arasındaki ilişkiyi temsil eder (Arıcan, 2015). Bir orantıda, niceliklere karşılık gelen değerlerin yerlerini değiştirsek bile, iki niceliğin oranı sabit kalır (Arıcan, 2015). Orantı çeşitleriyle ilgili matematik eğitimcileri arasında kabul görmüş bir sınıflandırma olmamasına rağmen, Arıcan (2015) orantıyı iki ana kategoriye ayırmıştır. Arıcan (2015)'ın yapmış olduğu sınıflandırma Şekil 1.1.'de verilmiştir.



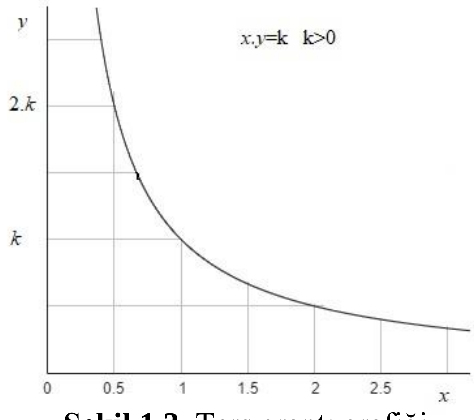
Şekil 1.1. Orantı çeşitleri (Arıcan, 2015, s. 18)

Nicelikler arasında doğru orantılı ilişki ve ters orantılı ilişki olmak üzere iki çeşit orantısal ilişkiden bahsetmek mümkündür (Arıcan, 2015). x ve y iki nicelik olmak üzere, bu niceliklerin aldığı değerlerin oranı sabit bir k reel sayısına eşit ise bu nicelikler doğru orantılıdır (Arıcan, 2015). Doğru orantı $y = k \cdot x$ denklemi ile modellenir (Lamon, 2020). Bu nicelikler arasındaki ilişkiye ait doğru orantı grafiği ise aşağıda Şekil 1.2'de verilmiştir.



Şekil 1.2. Doğru orantı grafiği

x ve y iki nicelik olmak üzere bu niceliklerin değerlerinin çarpımı sabit bir k reel sayısına eşit ise bu iki nicelik ters orantılıdır (Arıcan, 2015). Ters orantı $x \cdot y = k$ denklemi ile modellenir (Lamon, 2020). Bu nicelikler arasındaki ilişkiye ait ters orantı grafiği ise aşağıda Şekil 1.3'de verilmiştir.



Şekil 1.3. Ters orantı grafiği

Orantısal akıl yürütme, "birbirine bağlı olan ve birlikte değişen iki nicelik arasında sabit bir ilişkinin olduğu durumlarda aşağı ve yukarı yönlü akıl yürütme" olarak tanımlanmaktadır (Lamon, 2020, s. 3). Orantısal akıl yürütme, çarpımsal akıl yürütmenin özel bir biçimidir (Lesh ve ark., 1988). Orantısal akıl yürütme, öğrencilerin matematiksel becerilerinin gelişiminde önemli bir rol oynamakla beraber temel matematik ve ileri matematik için önemli bir beceri olup öğrencilerin matematiksel yeterlikleri için önemli bir kriterdir (Kilpatrick ve ark., 2001).

Matematikte birçok konunun anlaşılabilmesi için orantısal akıl yürütme becerisine sahip olmak gerekir ve dolayısıyla birçok önemli matematiksel kavramın temelini orantısal akıl yürütme oluşturur (Van De Walle ve ark., 2020). Orantısal akıl yürütme, orantılılığa dayalı bağlamları ve uygulamaları anlamak için bir ön şarttır (Lamon, 2020). Kısaca, orantısal akıl yürütme, ileri düzey matematik için bir temel oluşturur ve temel kavramlar için ise bir gerekliliktir (Lesh ve ark., 1988). Orantısal akıl yürütme; eğim, benzerlik, rasyonel sayılar ve trigonometri gibi matematik kavram ve konularıyla doğrudan ilişkilidir (Weiland ve ark., 2021). Orantısal akıl yürütme; kimyasal karışımlar, hız ve öz kütle gibi bazı fen konularıyla da doğrudan ilişkilidir (Cramer ve Post, 1993). Günlük hayatın birçok alanında orantısal akıl yürütme kullanılmaktadır (Duatepe ve ark., 2005). Örneğin; alışverişe gittiğimizde alacağımız ürünlerin fiyatlarını karşılaştırırken, verilen bir tarifin kaç kişilik olacağına göre değişmeyen oranlarda ürünlerin karıştırılması gibi benzer pek çok günlük hayat durumunda karşımıza çıkabilmektedir.

Orantısal akıl yürütme yeteneği, öğrencilerde 5–8. sınıflarda gelişmeye başlar ve bu yeteneğin gelişiminin sağlanması her türlü zaman ve çabayı hak etmektedir (NCTM, 1989). Orantısal akıl yürütme becerisi, Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırması (TIMSS) ve Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) gibi uluslararası çalışmalarda da öğrencilerin matematik başarısı için bir ölçüt olarak ele alınmaktadır (Arıcan, 2019b).

Öğrencilerin matematiksel gelişiminde orantısal akıl yürütmenin önemli derecede bir rolü olmasına rağmen, bazı araştırmacılar (örneğin, Ayan ve Işıksal-Bostan, 2018; De Bock ve ark., 1998; Misailadou ve Williams, 2003) bu becerinin gelişimi ile ilgili öğrencilerin zorluk yaşadıklarını söylemişlerdir. Öğrenciler, bilinmeyen değer problemlerini çözerken genellikle içler dışlar çarpımı ve karşılıklı çarpım gibi mekanik çözüm stratejilerine başvurmaktadırlar (Arıcan, 2018, 2019a). Bu stratejiler, öğrencilerin doğru cevapları elde etmelerine yardımcı olsa da öğrenciler genellikle bu stratejileri nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkileri anlamadan uygulamaktadırlar (Stemn, 2008). Dolayısıyla, kuralların ezberlenmesi ve bu kurallara göre hesaplamaya önem verilmesi, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmelerinde zorluk yaşamalarına neden olabilmektedir (Arıcan, 2019b).

Alanyazında, öğrencilerin oran, orantı ve orantısal akıl yürütme kavramlarını anlamakta zorlandıklarını belirten çalışmaların (örneğin, Arıcan, 2019a; Fisher, 1988; Izsak ve Jacobson, 2017; Johnson, 2017; Lim, 2009; Modestou ve Gagatsis, 2007) yanı sıra öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin bu kavramlarla ilgili benzer zorluklar yaşadığını belirten çalışmalar da yer almaktadır (örneğin, Ben-Chaim ve ark., 2007; Hull, 2000). Bu çalışmalarda, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin doğru ve ters orantılı ilişkileri ve orantısız ilişkileri birbirinden ayırt etmekte çoğunlukla zorlandıkları ifade edilmiştir (Arıcan, 2019a; Atabas ve Oner, 2016; Hilton ve ark., 2016; Izsak ve Jacobson, 2017; Modestou ve Gagatsis, 2007; Van Dooren ve ark., 2003, 2007). Ayrıca, öğretmen adaylarının ve öğretmenlerin orantısız ilişkileri orantısal olarak belirleyip orantısal çözüm stratejileri kullandıkları da görülmüştür (örneğin, Atabas ve Oner, 2017; Izsak ve Jacobson, 2017; Van Dooren ve ark., 2007). Bunlara ek olarak, Degrande ve arkadaşları (2017) ve Van Dooren ve arkadaşları (2005) ise orantısal ilişkileri orantısız olarak belirleme durumunu da öğrencilerde gözlemlemişlerdir.

Alanyazında, öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütmeyle ilgili yaşadıkları zorlukları incelemek için nitel (örneğin, Arıcan, 2020; Arıcan ve Özçakır, 2021; Bayazit ve Dönmez, 2017; Cabero-Fayos ve ark., 2020, Doğruel ve Karakuş, 2022; Ölmez, 2016, 2022; Şen, 2022) ve nicel araştırmaların (Örn., Copur-Gencturk ve ark., 2022, 2023) yer aldığı görülmektedir. Bu çalışmalarda öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütmeyle ilgili yaşadıkları zorluklara dair yararlı bilgiler sunulmuş olsa da (Pişkin-Tunç, 2016), adayların güçlü ve zayıf yönlerine dair tanısal bilgilere rastlanamamıştır. Dolayısıyla mevcut çalışmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerinin genel bilişsel tanılama modellerinden birisi olan log-linear bilişsel tanı modeli (İngilizce: log-linear cognitive diagnostic models [LCDM]) yardımı ile incelenmesi ve katılımcıların bilişsel açıdan güçlü ve zayıf yönlerinin açığa çıkarılması amaçlanmıştır.

1.1. Araştırmanın Amacı

Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerinin (oranı anlama, orantıyı anlama ve orantısız ilişkileri anlama yeterlikleri) bilişsel tanı modellerinden LCDM ile incelenmesi ve öğretmen adaylarının bilişsel açıdan güçlü ve zayıf yönlerini açığa çıkarılması amaçlanmıştır. Ayrıca, çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerinde cinsiyete, sınıf düzeyine, kayıtlı olunan üniversiteye, üniversitelerin bulundukları bölgelere ve üniversitelerin 2022 yılı taban puanlarının düzeylerine (düşük, orta ve yüksek puan) göre anlamlı bir farklılaşma olup olmadığının ortaya koyulması amaçlanmıştır. Dolayısıyla, bu çalışmada aşağıdaki araştırma sorusuna ve alt sorularına cevaplar aranmıştır:

1. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları ne düzeydedir?
    a) İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları cinsiyetlerine göre anlamlı farklılık göstermekte midir?
    b) İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları sınıf düzeylerine göre anlamlı farklılık göstermekte midir?
    c) İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları kayıtlı oldukları üniversiteye göre anlamlı farklılık göstermekte midir?
    d) İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları üniversitelerin bulundukları bölgelere göre anlamlı farklılık göstermekte midir?
    e) İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları öğrenim gördükleri üniversitelerin 2022 yılı taban puanlarının düzeylerine göre anlamlı farklılık göstermekte midir?

1.2. Araştırmanın Önemi

Öğrencilerin günlük yaşam durumlarında karşılaştıkları problemleri çözebilmeleri ve ortaöğretim ve üniversite düzeyindeki ileri matematik konularını anlamayabilmeleri için orantısal akıl yürütme becerisi önkoşul niteliğinde bir beceridir (Spinillo ve Bryant, 1999; Van Dooren ve ark., 2010a; 2010b). Orantısal akıl yürütme, oran ve orantı konularının öğrenilmesi ve öğretilmesi için gerekli ve önemli olan bir beceri olup rasyonel sayılar, kesirler, yüzde problemleri, eşlik ve benzerlik, ölçme, trigonometri, fonksiyonlar ve veri analizi gibi birçok matematiksel kavram için bir temel oluşturur (Lamon, 2012; Van De Walle ve ark., 2020). Orantısal akıl yürütme, ileri düzey matematik için bir temel oluşturur ve temel kavramlar için ise bir gereklilik (Lesh ve ark., 1988). Orantısal akıl yürütme, öğrencilerin aritmetik, eşitlik ve oran gibi matematiksel kavramlardan fonksiyon ve cebir gibi birlikte değişimi düşünerek (kovaryasyonel) akıl yürütmeyi gerektiren kavramlara ulaşmalarını sağlar (Lamon, 2020).

Orantısal akıl yürütme becerisi, öğrencilerin matematiği öğrenmelerinde hayati bir öneme sahiptir (Arıcan, 2019b). Dolayısıyla, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirebilmek için öğretmenlerin de orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olmaları gerekmektedir. Bu yeterliklerin neler olduğunu belirleyebilmek için Lobato ve arkadaşlarına (2010) ait olan “Developing Essential Understanding of Ratios, Proportions and Proportional Reasoning for Teaching Mathematics in Grades 6-8” isimli kitaptan faydalanılmıştır. Bu kitabı seçmemizin nedeni bu kitapta 6–8. sınıflarda matematik öğretimi için matematik öğretmenlerinin oran, orantı ve orantısal akıl yürütme ile ilgili hangi temel anlayışlara sahip olması gerektiğinin üzerinde durulmuş olmasıdır.

Alanyazındaki çalışmalar incelendiğinde orantısal akıl yürütme becerisiyle ilgili birçok çalışma olmasına rağmen öğrencilerin, öğretmen adaylarının veya öğretmenlerin orantısal akıl yürütme yeterliklerinin bilişsel tanı modelleri ile incelenmesini içeren çok fazla çalışmaya ulaşılamamıştır (örneğin, Arıcan, 2019b, Martínez-Juste ve ark., 2023). Bilişsel tanı modelleri, matematiği bir dizi beceriye (genellikle “attribute” olarak adlandırılır) ayırır ve sınava giren öğrencileri, verilen maddelere verdikleri yanıtlara göre bu becerilerde usta olan veya olmayan şeklinde iki sınıfa ayırır (Martínez-Juste ve ark., 2023). Bu sayede öğrencilerin güçlü ve zayıf yönleri belirlenebilir ve bireysel geri dönütler verilebilir (Bradshaw ve ark., 2014). Öğretmenler bu bilgileri kullanarak öğretim planlarında iyileştirmeler yapabilir. Bu sebepler göz önüne alındığında mevcut çalışmanın alanyazındaki bu eksikliği gidereceği ve alanyazına önemli katkılar sunacağı düşünülmektedir.

1.3. Araştırmanın Sınırlılıkları

1) Bu çalışma, altı devlet üniversitesinin ilköğretim matematik öğretmenliği programına kayıtlı öğretmen adayları ile sınırlıdır.
2) İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterlikleri, bu araştırmada geliştirilen orantısal akıl yürütme testinden aldıkları puanlar ile sınırlıdır.

1.4. Araştırmanın Varsayımları

Bu çalışmada,

1) Araştırmacının çalışma süreci boyunca tarafsız davrandığı

2) Katılımcı öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme testinde yer alan soruları herhangi bir etki altında kalmadan istekli olarak cevapladıkları varsayılmıştır.

2. ÖNCEKİ ÇALIŞMALAR

Bu bölümde, kavramsal çerçeve, orantısal akıl yürütme ve bilişsel tanı modelleri ile ilgili temel kavramlar ve yapılan çalışmalar sunulmuştur.

2.1. Kuramsal Çerçeve

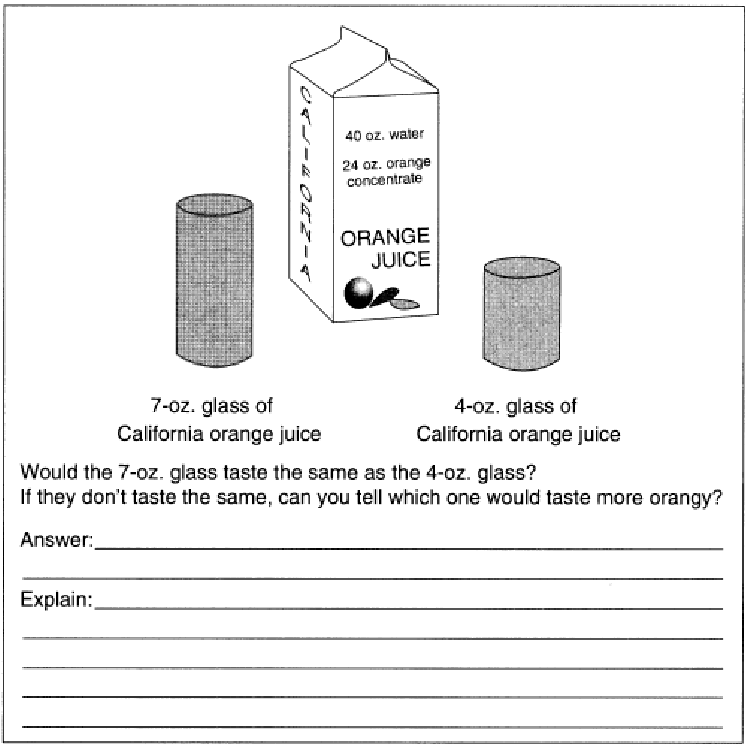
Bu çalışmanın kuramsal çerçevesi Lobato ve arkadaşları (2010)'nın "Developing Essential Understanding of Ratios, Proportions and Proportional Reasoning for Teaching Mathematics in Grades 6-8" isimli kitabınaki orantısal akıl yürütme ile ilgili üç ana bileşen ve 10 temel anlayış üzerine inşa edilmiştir. Bu üç ana bileşen ve 10 temel anlayış aşağıda detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

2.1.1. Ana bileşen 1: Oranı anlama

Oranı anlama ana bileşeni şu beş temel anlayışı içermektedir: iki niceliğin koordine edilmesi (Temel Anlayış 1), iki niceliğin çarpımsal olarak karşılaştırılması veya çarpımsal ilişkiyi koruyacak şekilde birleştirilmesi (Temel Anlayış 2), bir gerçek dünya özelliğini diğer özelliklerden ayırt edebilme ve bu özelliğe ait nicelikleri değiştirmenin bu özellik üzerindeki etkisini anlama (Temel Anlayış 3), oran ve kesir kavramları arasındaki ilişkinin farkında olma (Temel Anlayış 4) ve oranı, bölüm şeklinde yeniden yorumlama (Temel Anlayış 5).

2.1.1.1. Temel anlayış 1: İki niceliğin koordine edilmesi

Çocukların oranlarla akıl yürütmeden önce tek bir nicelikle akıl yürütmesine tek değişkenli akıl yürütme denir (Lobato ve ark., 2010). Harel ve arkadaşları (1994) altıncı sınıf öğrencilerine Şekil 2.1'de verilen portakal suyu problemini yöneltmişlerdir.



Şekil 2.1. Portakal suyu problemi (Harel ve ark., 1994, s. 331)

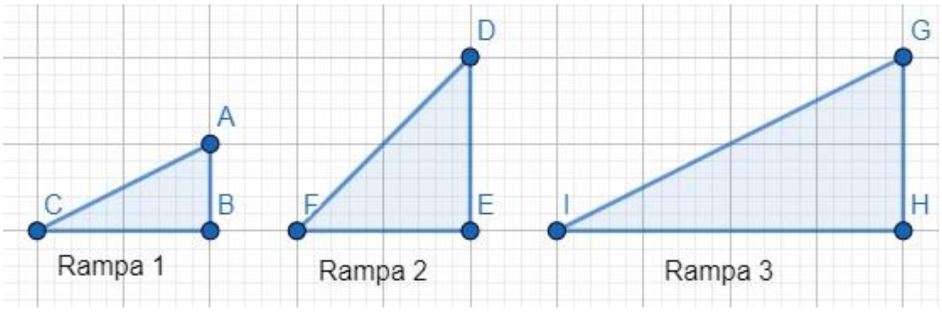
Öğrencilere "Büyük ve küçük bardağın karton kutudaki portakal suyuyla doldurulması durumunda hangi bardaktan daha fazla portakal tadı alınır?" sorusu yöneltildiğinde öğrencilerin yarısının büyük ve küçük bardaktaki portakal suyunun tatlarının farklı olacağını ifade ettikleri görülmüştür. Ayrıca, yanlış cevap veren öğrencilerin yarıya yakını büyük bardakta daha fazla portakal konsantresi olacağı için bu bardağın daha tatlı olacağını; yanlış cevap veren diğer öğrencilerin ise küçük bardakta daha az su olacağı için küçük bardaktaki portakal suyunun daha tatlı olacağını belirttikleri görülmüştür. Kısaca belirtmek gerekirse, büyük bardaktaki portakal suyunun daha tatlı olduğunu belirten öğrencilerin yalnızca portakal konsantresine küçük bardaktaki portakal suyunun daha tatlı olduğunu belirten öğrencilerin ise yalnızca suya odakları görülmüştür. Soruyu doğru cevaplayan öğrenciler ise her iki niceliğe yani hem portakal konsantresi miktarına hem de su miktarına odaklanmışlardır.

2.1.1.2. Temel anlayış 2: İki niceliğin çarpımsal olarak karşılaştırılması veya çarpımsal ilişkiyi koruyacak şekilde birleştirilmesi

Oran oluşturmanın bir yolu iki niceliğin çarpımsal olarak karşılaştırılmasıdır (Lobato ve ark., 2010). Bir çarpımsal karşılaştırma oluşturmak için genellikle iki nicelikten "biri diğerinden kaç kat büyüktür?" veya "biri diğerinden kaç kat küçüktür?" gibi sorular sorulur (Lobato ve ark., 2010). Oran oluşturmanın diğer bir yolu ise yeni bir birim oluşturmak için iki niceliğin çarpımsal ilişkiyi koruyacak şekilde birleştirilmesidir (Lobato ve ark., 2010). Örneğin, bir kişinin 100 metreyi 10 saniyede koşması ile 200 metreyi 20 saniye koşması veya 10 metreyi 1 saniyede koşması aynı birime karşılık gelir. 10 metreyi 1 saniyede koşmak yeni bir birim olan hız birimini oluşturur. Öğrencilerin oranı bileşik birim (composed unit) şeklinde oluşturmaları orantı kavramına yönelik derinlemesine bir anlayış gösterdiklerini söyleyebilmek için yeterli değildir (Lobato ve ark., 2010). Bileşik birim oluşturma kavramı, orantısal akıl yürütmenin geliştirilmesinde diğer temel anlayışlarla ve özellikle Temel Anlayış 7 ile kullanılabilen temel bir kavramdır (Lobato ve ark., 2010).

2.1.1.3. Temel anlayış 3: Bir gerçek dünya özelliğini diğer özelliklerden ayırt etme ve bu özelliğe ait nicelikleri değiştirmenin bu özellik üzerindeki etkisini anlama

Temel Anlayış 1 ve Temel Anlayış 2'deki oran örneklerinin çoğunda oran gerçek dünya durumlarındaki bazı özellikleri ölçmektedir (Lobato ve ark., 2010). Örneğin, portakal konsantresinin suya oranı portakal suyunun tadının ve bir rampanın yüksekliğinin taban uzunluğuna oranı rampanın dikliğinin ölçüsüdür (Lobato ve ark., 2010). Simon ve Blume (1994) bazı gerçek dünya özelliklerini ölçen bir oran için "ölçü olarak oran" (ratio-as-measure) terimini kullanmışlardır. Ölçü olarak oran oluşturma, şu iki sayısal olmayan süreci içermektedir: (i) bir özelliği diğerinden ayırt etme ve (ii) bir özelliğe ait nicelikleri değiştirmenin bu özellik üzerindeki etkisini anlama (Lobato ve ark., 2010). Temel Anlayış 3, Şekil 2.2'deki rampalar yardımıyla örneklendirilmiştir.



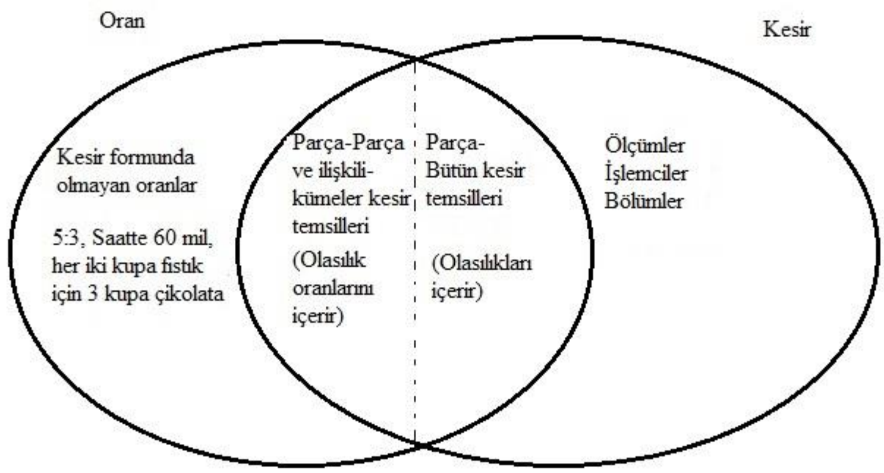
Şekil 2.2. Farklı Rampa Modelleri

Şekil 2.2'deki üç farklı rampa modeli "diklik" özelliğini "yapılan iş miktarı" özelliğinden ayırt etmeyi gerektirmektedir. Rampa 1 ile Rampa 3'ün diklikleri aynıdır ve Rampa 2'nin dikliğinden daha düşüktür. Diğer taraftan, Rampa 2 ile Rampa 3'e tırmanmak için gereken iş miktarı aynıdır ve Rampa 1'e tırmanmak için gereken iş miktarından fazladır.

Rampa 2 ile Rampa 3 karşılaştırıldığında yüksekliklerinin aynı olduğu fakat taban uzunluklarının farklı olduğu görülmektedir. Rampa 2'nin yüksekliği sabit tutulup taban uzunluğu artırılırsa Rampa 3 elde edilecek ve dolayısıyla Rampa 2 dikliği azalacaktır. Tam tersine, Rampa 3'ün yüksekliği sabit tutulup taban uzunluğu azaltılırsa Rampa 2 elde edilecek ve dolayısıyla Rampa 3'ün dikliği artacaktır. Böylece, "taban uzunluğu" niceliğini artırıp azaltmanın "diklik" özelliği üzerindeki etkisi görülecektir.

2.1.1.4. Temel anlayış 4: Oran ve kesir kavramları arasındaki ilişkinin farkında olma

Oran ve kesir kavramları aynı anlama gelmese de oranlar genellikle kesir şeklinde ifade edilir (Lobato ve ark., 2010). "Oran, *a*/*b* şeklinde kesir biçiminde yazılabildiği için birçok öğrenci *oran* kavramı ile *kesir* kavramının aynı kavramlar olduğunu zannetmektedir" (Lobato ve ark., 2010, s. 26). Oran ve kesir kavramları farklı anlamlara sahiptirler. Oranlar, genellikle "parça-parça" karşılaştırmalarını yapmak için kullanılırken kesirler kullanılamaz. Örneğin, 2 bardak su ile 3 bardak limon suyu karıştırılarak limonata yapılırsa limon suyunun miktarının su miktarına oranı (3/2) parça-parça karşılaştırması iken limon suyunun miktarının limonata miktarına oranı (3/5) parça-bütün karşılaştırmasıdır. Şekil 2.3'te görüldüğü üzere, oranlar ve kesirler, kesişen iki küme olarak düşünülebilir (Clark ve ark., 2003). Kesir olmayan orana altın oran örnek olarak verilebilir (Lobato ve ark., 2010). Altın oran ($\frac{\sqrt{5}+1}{2}$) bir irrasyonel sayıdır. Kesirler ise rasyoneldir. Oran ve kesir kümelerinin kesişiminde parça-bütün karşılaştırmaları olarak oluşturulan oranlar vardır. Örneğin, limon suyu miktarının limonata miktarına oranı gibi (3/5). Bu ifade aynı zamanda kesir olarak da düşünülebilir. Limonatanın beşte üçü limon suyudur. Kesirler sayı doğrusunda birer nokta olarak da düşünülebilir. Kesir bir şeklin boyutunu küçültebilen veya büyütebilen bir operatör olarak da düşünülebilir. Örneğin, bir resmi 1/4 oranında küçültmek veya büyütmek gibi.



Şekil 2.3. Kesirler ve Oranlar Kümesinin Kesişimi (Clark ve ark., 2003, s. 307)

2.1.1.5. Temel anlayış 5: Oranı, bölüm şeklinde yeniden yorumlama

Oran, kesir olarak yorumlanabildiği gibi bölüm olarak da yeniden yorumlanabilir (Lobato ve ark., 2010). Örneğin, 5 günde 10 çikolata yiyen bir çocuk, 10 günde 20 çikolata ve 20 günde 40 çikolata yiyecektir. Ya da bu çocuk, 4 günde 8 çikolata, 3 günde 6 çikolata ve 1 günde 2 çikolata yiyecektir. Oranı bölüm olarak yeniden yorumlama, iki oran arasındaki eşitlik ifadesini yani orantıyı anlamlandırmada yararlı olabilmektedir (Lobato ve ark., 2010).

2.1.2. Ana bileşen 2: Orantıyı anlama

Orantıyı anlama ana bileşeni şu dört temel anlayışı içermektedir: orantının iki oran arasındaki eşitlik ilişkisi olduğunu bilme (Temel Anlayış 6), orantısal akıl yürütmenin karmaşık bir yapıya sahip olduğunu ve çeşitli anlayışlara sahip olmayı gerektirdiğini bilme (Temel Anlayış 7), genelleştirilmiş oranın (rate) birbirine denk sonsuz sayıdaki oranın kümesi olduğunu bilme (Temel Anlayış 8) ve farklı akıl yürütme biçimlerini orantı problemlerinin çözümünde kullanılabilecek algoritmalara genelleştirebilme (Temel Anlayış 9).

2.1.2.1. Temel anlayış 6: Orantının iki oran arasındaki eşitlik ilişkisi olduğunu bilme

"Bir orantıda iki niceliğin oranı, niceliklere karşılık gelen değerler değişse de sabit kalır" (Lobato ve ark., 2010, s. 33). Temel Anlayış 6, Temel Anlayış 1 ile ilişkilidir (Lobato ve ark., 2010). Öğrenciler Temel Anlayış 1'de verilen portakal suyu örneğinde olduğu gibi tek bir niceliğe odaklanabilirler. Öğrenciler, portakal suyundaki değişen miktarlardaki portakal suyu ve su arasındaki oranın sabit kaldığını kavramakta zorluk çekmektedirler (Lobato ve ark., 2010). Temel Anlayış 6, Temel Anlayış 4 ve Temel Anlayış 5 ile de ilişkilidir (Lobato ve ark., 2010). Bir oranı kesir olarak adlandırmak öğrencilerin oranı, kesir olarak yeniden yorumlayabileceklerini garanti etmez (Lobato ve ark., 2010). Bu yüzden, öğrencilerin kesirlerin farklı anlamlarıyla ilgili (Temel Anlayış 4'e bakınız) bilgi sahibi olmaları da gerekmektedir (Lobato ve ark., 2010). Bir orantının iki oran arasındaki eşitlik ilişkisini anlamak için ilk olarak öğrencilerin eşittir işaretinin anlamını kavramaları gerekir (Lobato ve ark., 2010). Eşittir işareti orantıda iki niceliğin oranının aynı olduğunu gösterir (Lobato ve ark., 2010). İki oranın eşitliğini (orantıyı) kullanarak birbirine denk sonsuz sayıda oran oluşturma orantısal akıl yürütmeye özgü bir yetenektir (Lobato ve ark., 2010, s. 35).

2.1.2.2. Temel anlayış 7: Orantısal akıl yürütmenin karmaşık bir yapıya sahip olduğunu ve çeşitli anlayışlara sahip olmayı gerektirdiğini bilme

Orantısal akıl yürütme, karmaşık bir yapıya sahiptir ve aşağıdaki anlayışlara sahip olmayı gerektirir (Lobato ve ark., 2010, s. 36):

- Bir bileşke birim yinelenerek veya parçalara ayrılarak denk oranlar oluşturulabilir. Orantısal akıl yürütmenin başlangıç seviyelerindeki öğrenciler, bileşke birimleri yineleyerek ve/veya parçalarına ayırarak denk oranlar ailesi oluşturabilirler. Örneğin, yüksekliği 12 cm ve yatay uzunluğu 6 cm olan dik bir rampa yinelenerek yüksekliği 24 cm ve yatay uzunluğu 12 cm olan yeni bir rampa oluşturulabilir. Ya da yüksekliği 12 cm ve yatay uzunluğu 6 cm olan dik rampa parçalanarak yüksekliği 6 cm ve yatay uzunluğu 3 cm olan bir başka rampa oluşturulabilir.

- Bir orandaki nicelik belirli bir çarpan ile çarpılır veya bölünürse orantılı ilişkinin korunabilmesi için diğer nicelik de aynı çarpanla çarpılmalı veya bölünmelidir. Örneğin, yüksekliği 5 cm ve yatay uzunluğu 8 cm olan bir rampanın yüksekliği 5 ile çarpılırsa orantısal ilişkinin korunabilmesi için yatay uzunluğunun da 5 ile çarpılması gerekmektedir. Ya da bu rampanın yüksekliği 3'e bölünürse yatay uzunluğunun da 3'e bölünmesi gerekmektedir.

- İki oran türü olan bileşik birimler (composed units) ve çarpımsal karşılaştırmalar (multiplicative comparisons) birbirleriyle ilişkilidir ve bu ilişkiyi görebilmelerinin en kolay yolu birim oranlardan herhangi birine bakmaktır (Lobato ve ark., 2010, s. 41). Örneğin, yüksekliği 5 cm ve yatay uzunluğu 10 cm olan bir rampa için "5 cm yükseklik ve 10 cm yatay uzunluk" bileşik birimi kullanılarak şu bileşik birimler elde edilebilir: "10 cm yükseklik ve 20 cm yatay uzunluk", "15 cm yükseklik ve 30 cm yatay uzunluk", "2 1/2 cm yükseklik ve 5 cm yatay uzunluk", "2 cm yükseklik ve 4 cm yükseklik", "1 cm yükseklik ve 2 cm yatay uzunluk" ve "1/2 cm yükseklik ve 1 cm yatay uzunluk". Öğrencilerden yüksekliğin veya yatay uzunluğun 1 cm olduğu bileşik birimleri ("1 cm yükseklik ve 2 cm yatay uzunluk" ve "1/2 cm yükseklik ve 1 cm yatay uzunluk") incelemeleri istenir ve onlara "Yükseklik, yatay uzunluğun kaçta kaçıdır?" ve "Yatay uzunluk yüksekliğin kaçta kaçıdır?" soruları yöneltilir. Böylece, öğrenciler başlangıçta oluşturdukları bileşik birimleri detaylandırarak rampanın yüksekliği ile yatay uzunluğu arasındaki çarpımsal karşılaştırmalara ulaşabilirler. Bileşik birimlerle çarpımsal karşılaştırmalar arasındaki ilişkiyi keşfeden öğrenciler şu denklemi yazabilirler: "Yükseklik = ½ × Yatay uzunluk" veya "Yatay uzunluk = Yükseklik × 2"

2.1.2.3. Temel anlayış 8: Genelleştirilmiş oranın (rate) birbirine denk sonsuz sayıdaki oranın kümesi olduğunu bilme

Bir orandan sonsuz sayıda birbirine denk oran kümesi oluşturmaktır (Lobato ve ark., 2010). Öğrenciler denk oranları oluşturulurken çarpanlardan faydalanırlar. Aşağıda verilen tabloda "zaman" ile "damla sayısı" arasındaki ilişki gösterilmektedir. Öğrenciler bu şekildeki bir ilişkiye karşılık sonsuz sayıda birbirine denk oranlar oluşturabilirler.

Saat	Damla Sayısı
07.15	8
09.15	24
10.45	36
12.45	52
14.15	64
16.45	84

2.1.2.4. Temel anlayış 9: Farklı akıl yürütme biçimlerini orantı problemlerinin çözümünde kullanılabilecek algoritmalara genelleştirebilme

Algoritmaların kullanılması ve anlaşılması matematiğin önemli bir parçasıdır (Lobato ve ark., 2010, s. 44). Öğrenciler, orantı problemlerinin çözümünde çoğunlukla içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanıyor olsalar da bu algoritmayı nadiren anlamlandırabilmektedirler (Lobato ve ark., 2010). Orantı problemlerinin çözümünde kullanılabilecek başka çözüm stratejileri de yer almaktadır. Bu stratejiler öğrencilerin anlamlı öğrenmelerine ve niceliklerin herhangi bir değeri için genellemelere ulaşmaya imkân tanıyabilir (Lobato ve ark., 2010). Örnek olarak birim oran yöntemi verilebilir. Bu yöntemi kullanırken Temel Anlayış 5 kullanılabilir. Bu yöntem ikinci bir niceliğe karşılık gelen nicelik miktarı olan bir birim oranın oluşturulmasıdır. Örneğin, “bir paket balık krakerden içindeki 7 tanesi 40 kaloridir. Buna göre 30 tane balık kraker kaç kaloridir?” sorusundan yola çıkabiliriz.

$$\frac{40\ kalori}{7\ Kraker} = \frac{x}{30\ Kraker}$$

Bu soruda kalorilerin krakerlere oranı 40:7’dir. Temel anlayış 5 uygulanarak bir krakerdeki kalori miktarı hesaplanabilir. 40:7 oranı yaklaşık olarak 5.71 olup bu sayı bir krakerdeki yaklaşık kalori miktarıdır. 30 kraker 1 krakerden 30 kat fazla olduğuna göre 30 kraker yaklaşık olarak 5.71x30= 171 kaloridir.

2.1.3. Ana bileşen 3: Orantısız ilişkileri anlama

Orantısız ilişkileri anlama ana bileşeni yalnızca “bir problem bağlamındaki yüzeysel ipuçlarının nicelikler arasında orantılı bir ilişki olup olmadığını belirlemeye yeterli kanıt sağlamadığının farkında olma” temel anlayışını içermektedir.

2.1.3.1 Temel anlayış 10: Bir problem bağlamındaki yüzeysel ipuçlarının nicelikler arasında orantılı bir ilişki olup olmadığını belirlemeye yeterli kanıt sağlamadığının farkında olma

Orantılı bir ilişkide iki nicelik birlikte aynı oranda artar veya azalır (Lobato ve ark., 2010). Orantılı olmayan ilişkilerde ise iki nicelikten her ikisi de artıp azalabilir veya biri azalırken diğeri artabilir fakat artış veya azalışlar aynı oranda olmaz (Lobato ve ark., 2010). Örneğin "Bir kişi bir dakikada 50 metre yürümektedir. Bu kişi aynı hızla yürümeye devam ederse iki dakikada kaç metre yürür?" probleminde "zaman" ile "mesafe" nicelikleri arasında orantılı bir ilişki söz konusudur. Diğer taraftan, "5 kişi bir evi 10 saatte boyamaktadır. Aynı kapasitedeki 10 kişi bu evi kaç saatte boyar?" probleminde "kişi sayısı" ile "zaman" arasında orantılı bir ilişki yoktur. Benzer şekilde, "Ahmet ile Mehmet dairesel bir pist etrafında aynı hızla koşmaktadırlar. Koşuya Ahmet önce başlamıştır. Ahmet 5 tur koştuğunda Mehmet 2 tur koşmuştur. Buna göre Mehmet 10 tur koştuğunda Ahmet kaç tur koşmuştur?" probleminde "Ahmet'in tur sayısı" ile "Mehmet'in tur sayısı" arasında orantılı bir ilişki bulunmamaktadır.

2.2. Oran, Orantı ve Orantısal Akıl Yürütme ile İlgili Tanımlar

Orantısal akıl yürütmenin temel kavramlarından biri olan oran kavramı üzerine çok sayıda araştırma (örneğin, Lamon, 2012; Lobato ve ark., 2010; Thompson, 1994) yapılmış olmasına rağmen alanyazında bu kavramın tanımıyla ilgili bir görüş birliği yoktur. Hart (1998) oranı "iki varlık arasındaki sayısal ilişkinin bir ifadesi" (s. 198), Ohlsson (1988) bir niceliğin başka bir niceliğe göre ne kadar olduğunu gösteren ilişki, Lobato ve arkadaşları (2010) ise "iki niceliğin çarpımsal karşılaştırılması veya iki niceliğin birleşik bir birimde birleştirilmesi" (s. 12) olarak tanımlamaktadır. Örneğin, iki çocuğun ağırlıkları arasında bir oran oluşturacak olursak burada ağırlıklar arasındaki çarpımsal ilişki bir çocuğun diğerine kıyasla ne kadar şişman ya da zayıf olduğunu gösterir. Ayrıca, "aynı veya farklı birimlere sahip iki niceliğin çarpımsal karşılaştırılması" (Lobato ve ark., 2010, s. 18) başka bir oran oluşturabilir. 12 gram kütleye sahip bir cismin hacmi 2 cm^3 olsun. Burada 12 gram/2 cm^3 ifadesi "yoğunluk" adı verilen yeni bir oran birimini oluşturur. Bir miktar limonata yapmak için 3 bardak limon konsantresi ile 5 bardak su karıştırıldığında her bir miktar limonata konsantresi için su miktarının hesaplanması oranın denk oranlardan oluştuğunu gösterir. Oran (ratio) ve genelleştirilmiş oran (rate) ilişkili terimlerdir. Thompson (1994)'a göre genelleştirilmiş oran, orandan türetilir:

> Genelleştirilmiş oran benim için doğrusal bir fonksiyondur. Bir aracın 50 mil/saat hızla gittiğini söylemek aracın hareketini nicel hale getirir fakat katedilen mesafe veya geçen süre hakkında bir şey söylemez. Bununla birlikte seyahat hızını, seyahat edilen süre miktarına göre tasarlamak seyahat edilen mesafe için belirli bir değer üretir. (s. 192)

Ayrıca, Ohlsson (1988) genelleştirilmiş oranı (rate) zaman içindeki değişimin sayısal temsili olarak belirtmiştir. Sonuç olarak oran (ratio) belirli durumlarda kullanılırken genelleştirilmiş oran (rate) nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiyi temsil eder.

Orantısal akıl yürütmenin temel kavramlarından bir diğeri olan orantı, "iki oran arasındaki eşitlik ilişkisi" olarak tanımlamaktadır (Lobato ve ark., 2010, s. 33). Ekawati ve arkadaşları (2015 s. 515) ise birinci çiftin oranının ikinci çiftin oranına eşit olduğu $a/b=c/d$ şeklinde yazılan dört sayı veya nicelik arasındaki ilişki olarak tanımlamaktadır. Nicelikler arasındaki orantısal ilişkiler, doğru orantılı ilişkiler ve ters orantılı ilişkiler olmak üzere iki çeşittir (Arıcan, 2015). x ve y iki nicelik olmak üzere, bu niceliklerin aldığı değerlerin oranı sabit bir k sayısına eşit ise bu nicelikler doğru orantılıdır (Arıcan, 2015). x ve y iki nicelik olmak üzere, bu niceliklerin aldığı değerlerin oranı sabit bir k sayısına eşit ise bu nicelikler ters orantılıdır (Arıcan, 2015). Orantı, doğru orantı durumunda $f(x) = \mathrm{k}\cdot x$ ve ters orantı durumunda $f(x) = \mathrm{k}/x$ gibi basit fonksiyonlarla ifade edilebilir (Martínez-Juste ve ark., 2023).

Orantısal akıl yürütme, "birbirine bağlı olan ve birlikte değişen iki nicelik arasında sabit bir ilişkinin olduğu durumlarda aşağı ve yukarı yönlü akıl yürütme olarak" olarak tanımlanmaktadır (Lamon, 2020, s. 3). Vergnaud (1983) ise orantısal akıl yürütmeyi iki oran arasındaki ilişkiye odaklanan her türlü akıl yürütme olarak tanımlamaktadır. Orantısal akıl yürütme hem nicel hem de nitel düşünme yöntemlerini içerir ve nicelikler arasındaki ilişkinin kavranmasını gerektirir (Lesh ve ark., 1988). Orantısal akıl yürütmenin gelişmesi uzun zaman alır (Lamon, 2020). Bu süreç okul öncesinde başlayıp ilkokul ve ortaokul ile devam eder (Langrall ve Swafford, 2000). Öğrencilerin orantısal akıl yürütmede yeterlik gösterebilmeleri için doğru ve ters orantı problemlerindeki çarpımsal ilişkileri tanımlayabilmeleri ve bu ilişkileri orantısız ilişkilerden ayırt edebilmeleri gerekir (Orrill ve ark., 2017). Öğrencilerin orantısal akıl yürütmelerini desteklemek için orantısal akıl yürütmenin karmaşıklığı ve çok yönlü kavramları ile ilgili bilgi sahibi olmak gerekir (Brown ve ark., 2019; Toluk-Uçar ve Bozkuş, 2018). Orantısal akıl yürütme becerisi hem öğretmenler hem de öğrenciler için gereklidir çünkü bu beceri matematiksel düşünmeyi geliştirmek için önemlidir ve aynı zamanda ileri düzeydeki matematiğin temel taşı olarak kabul edilir (Ekawati ve ark., 2015; Lamon, 2020; Lobato ve ark. 2010).

Alanyazında orantısal akıl yürütme problem tipleri üç çeşittir. Bunlar bilinmeyen değer, niteliksel akıl yürütme ve sayısal karşılaştırma problemleridir (Pişkin-Tunç, 2016). Bilinmeyen değer problemi a:b=c:d orantısındaki dört sayıdan üçünün verilip birinin verilmediği problemdir (Pişkin-Tunç, 2016). Sayısal karşılaştırma problemi iki oranın karşılaştırmasını içerir ve amaç büyük, küçük veya eşit olup olmadığının karşılaştırılmasıdır (Pişkin-Tunç, 2016). Niteliksel akıl yürütme problemi ise bir sayısal değer içermez. Karşılaştırma yapılması beklenen problem tipidir (Cramer ve Post, 1993). Orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde kullanılan stratejiler şunlardır: içler-dışlar çarpımı, denk kesir, değişim çarpanı, birim oran ve denklik sınıfı stratejileri (Bart ve ark., 1994; Cramer ve Post, 1993; Cramer ve ark., 1993). Bunlara ek olarak Ben-Chaim ve arkadaşları (1998) orantı problemlerinin çözümünde yedinci sınıf öğrencilerinin artırma stratejisini (building up) de kullandıklarını rapor etmiştir.

Birim oran stratejisi: Bir birime karşılık gelen miktar bulunduktan sonra istenilen miktar kadar çarpma işlemi yapılarak sonuca ulaşılan stratejidir (Cramer ve Post, 1993).

4 kalem 12 TL'ye satıldığına göre 8 kalem kaç TL'ye satılır? probleminde öncelikle bir kalemin fiyatını bulunur.

12 TL/4 Kalem= 3 TL/Kalem (Bir kalemin fiyatı)

8 Kalem × 3TL/Kalem = 24 TL olarak bulunur.

Denk kesirler stratejisi: Bu stratejinin bir diğer ismi de orantı formülü stratejisidir (Cramer ve Post, 1993). Temelini orantı formülünden alan (Fisher, 1988) bu stratejide verilen bir kesri çarparak veya bölerek, denk kesirler oluşturularak sonuca ulaşılır (Cramer ve Post, 1993).

$\frac{4\ Kalem}{12\ TL} = \frac{8\ Kalem}{?TL}$ Burada belirtilen iki kesir denk kesirlerdir. Kalem sayısı 2 katına çıktığı için kalemlerin fiyatı da iki katına çıkacaktır. Dolaysıyla 12 TL × 2 = 24 TL olarak bulunacaktır.

Birim oran stratejisi ile çözüm yapan öğrencilerin birim oran tam sayı ise çözümleri rahat yapabildikleri tam sayı olmadığında ise doğru sonuca ulaşmada zorluklar yaşadıkları görülmüştür (Gürler Karakoca, 2019).

Değişim çarpanı stratejisi: Diğer adı oran tablosu stratejisi (Cramer ve Post, 1993) olan bu strateji nicelikler arasında karşılaştırma yaparken niceliklerin aynı sayı ile çarpılıp veya bölünmesi ile problemlerin çözülmesinde kullanılır (Cramer ve Post, 1993).

8 Kalem / 4 Kalem = 2 (Değişim Çarpanı)   12 TL × 2 = 24 TL

İçler-dışlar çarpımı stratejisi: Okullarda çok sık kullanılan, ezbere dayalı, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini olumsuz etkileyen bir çözüm stratejisidir (Lamon, 2007). a:b=c:d ifadesinde a ve d dışlar b ve c ise içler olarak isimlendirilir. $a·d$=b·c şeklinde eşitlik kurularak bilinmeyen değer bulunabilir. Bu stratejiyi öğrenen öğrencilerin ters orantılı ilişkilerde de genellikle aynı yöntemi kullanarak soruları yanlış çözmeleri oldukça olasıdır. Cramer ve Post (1993) içler-dışlar çarpım stratejisini öğrenmeyen çocukların genellikle birim oran ve değişim çarpanı stratejisini kullandıklarını belirtmişlerdir.

4 kalem   12 TL

8 kalem x TL

4 kalem × x TL = 8 kalem × 12 TL

4 × x kalem × TL = 96 kalem × TL

$$x\ TL = \frac{96\ kalem \times TL}{4\ kalem} = 24\ TL$$

Denklik sınıfı stratejisi: Bu stratejide öğrenci verilen bir oran çiftini istenen oran buluncaya kadar belirlenen kesre denk kesirler oluşturur (Avcu ve Doğan, 2014).

$$\frac{4\ kalem}{12\ TL} = \frac{8\ kalem}{24\ TL}$$

Artırma stratejisi: Diğer adı inşa etme stratejisi (Gürler Karakoca, 2019) olan bu stratejide problem çözülürken öncelikle birim oran bulunur ve istenilen oran bulununcaya kadar birim oran kendisi ile toplanır (Ben Chaim ve ark., 1998).

4 kalem 12 TL ise 7 kalem kaç TL'dir? sorusunun çözümü için;

4 kalem 12 TL

1 kalem 3 TL

3 kalem 9 TL

4 kalem + 3 kalem = 7 kalem buradan da 12 TL + 9 TL = 21 TL olarak bulunabilir.

Ben Chaim ve arkadaşları (1998) bu stratejilere ek olarak öğrencilerin hatalı stratejiler de kullandıklarını ve bu stratejilerin şunlar olduğunu belirtmiştir: veri ihmali, duygusal cevap verme ve toplamsal ilişki.

Duygusal cevap verme: Öğrencinin aklı ile değil de duygularını kullanarak verdiği cevaplardır (Ben Chaim ve ark., 1998)). Örnek olarak, yarım bardak suya Ahmet 5 yemek kaşığı portakal konsantresi, Mehmet ise 7 yemek kaşığı portakal konsantresi koymuştur. Buna göre hangisinin bardağındaki portakal suyu daha tatlıdır? sorusuna verilen "Ahmet'in bardağındaki portakal suyu daha tatlıdır çünkü Ahmet portakalı daha çok seviyor" cevabı duygusal bir cevaptır.

Veri ihmali: Birbiri ile ilişkili olan iki veri grubundan biri göz önünde bulundurularak verilen cevaplardır (Ben Chaim ve ark., 1998). Örnek olarak, Sema 2 kg çilek ile 3 kg şeker ve Nur ise 4 kg çilek ve 4 kg şeker kullanarak reçel yapıyorlar. Hangisinin yaptığı reçel daha tatlıdır? sorusuna "Nur'un yaptığı reçel daha tatlıdır çünkü 4 kg şeker kullanmıştır" şeklinde cevap verilmesi çilek miktarının ihmal edildiğini ve sadece şeker miktarına göre yorum yapıldığını gösterir.

Toplamsal ilişki: Öğrencilerin çarpımsal ilişki içeren orantı problemlerini toplamsal ilişki varmış gibi çözmesidir (Duatepe ve ark., 2005). "Bir kişi 2 L portakal konsantresi kullanarak 5 L portakal suyu yapmıştır. Bu kişi, 8 L portakal konsantresi kullanarak kaç L portakal suyu yapar?" probleminin aşağıdaki gibi çözülmesi toplamsal ilişkinin kullanımına örnektir.

8 L portakal konsantresi – 2 L portakal konsantresi = 6 L portakal konsantresi

6 L portakal konsantresi + 5 L portakal suyu = 11 L portakal suyu

2.3. Orantısal Akıl Yürütme ile İlgili Çalışmalar

Alanyazın incelendiğinde orantısal akıl yürütme ile ilgili çalışmaların çoğunlukla şu hususlara odaklandıkları görülmüştür: öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme ile ilgili yaşadıkları güçlükler (örneğin, Arıcan, 2015; Arıcan, 2019a; Boyacı, 2019; Cabero-Fayos ve ark., 2020; Ölmez, 2016; Weiland ve ark., 2019), öğretmenlerin veya öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütmeyle ilgili alan ve pedagojik alan bilgilerindeki eksiklikler (örneğin, Badawi ve ark., 2023; Bahar, 2019; Çopur-Gençtürk ve ark., 2022; Doğruel ve Karakuş, 2022; Jacobson ve ark., 2018; Şen, 2022), öğretmen ve öğretmen adaylarının orantı problemlerinin çözümünde kullandıkları stratejiler (örneğin, Akkuş-Çıkla ve Duatepe, 2002; Arıcan, 2018; Arıcan ve ark., 2023), öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme sürecinde kullandıkları temsiller (örneğin, Arıcan ve Kıymaz, 2022; Arıcan, 2020; Avcu, 2017) ve öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmeye yönelik eğitimler (örneğin, Ben Chaim ve ark., 2007; Berk ve ark., 2009; Hilton ve Hilton, 2019; Nacar, 2022; Pişkin-Tunç, 2016). Bunlara ek olarak, sınırlı sayıda çalışmada öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme sürecinde kullandıkları bilgi kaynaklarına (örneğin, Brown ve ark., 2020; Glassmeyer ve ark., 2021; Güneş, 2022; Weiland ve ark., 2021) ve öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerilerini ölçmeye yönelik araçların geliştirilmesine (örneğin, Arıcan ve Kıymaz, 2022; Arıcan, 2021) odaklanılmıştır. Bu çalışmalar aşağıda özetlenmiştir.

2.3.1. Öğretmenlerin ve Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme ile İlgili Yaşadıkları Güçlükler

Arıcan (2015) tekli ve çoklu orantı problemlerini çözerken öğretmen adaylarının yaşadıkları zorlukları incelemiştir. Öğretmen adayları doğru orantılı ve ters orantılı ilişkileri doğru olarak çıkarsa da yapmış oldukları çıkarımlar iki nicelik birlikte artması ve değişim oranının sabitliğine bakarak karar vermemeleriydi. Bu sebeple Arıcan (2015) öğretmen adaylarının sabit bir fark veya miktardan oluşan orantısız ilişkileri orantılı olarak algıladıklarını belirtmiştir.

Arıcan (2019a) dört öğretmen adayının uygulamalı ve gerçek hayattaki bilinmeyen değer problemleriyle doğru ve ters orantılı ilişkiler hakkındaki anlayışlarını incelemiştir. Arıcan (2019a) öğretmen adaylarının doğru orantılı ilişkileri ters orantılı ilişkilere göre daha kolay tanımladıklarını ve uygulamalı problemlerde ters orantılı ilişkileri fark edebildiklerini fakat bilinmeyen değer problemlerinde bu ilişkileri fark etmekte zorlandıklarını ifade etmiştir.

Boyacı (2019) ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının doğru ve ters orantı problemlerindeki çarpımsal ilişkiyi fark etmede, oran ve orantı kavramlarıyla ilgili dili doğru kullanmada, orantısal ilişkilerdeki yapıları fark etmede ve kavramada zorluklar yaşadıklarını ortaya koymuştur. Boyacı (2019) ayrıca yüksek puan alan adayların kavramsal açıklamaları daha iyi yaptıklarını fakat tüm öğretmen adaylarının hatalı dil kullandıklarını ve içler dışlar çarpımını her durumda kullanma eğiliminde olduklarını belirtmiştir. Son olarak, bu çalışmada içler dışlar çarpımını yüksek puan alan adayların ters orantı problemlerinde yanlış kullandıkları ve diğer adayların bu stratejiyi ters orantılı ve orantısal olmayan durumlarda kullandıkları görülmüştür.

Ölmez (2016) toplamsal ve çarpımsal ilişkilerin oran ve orantısal ilişkiler konusunda öğretmen adaylarının anlayışlarını destekleyip desteklemediğini araştırmıştır. Ölmez (2016) çarpımsal ilişki kurabilen öğretmen adaylarının orantısal ilişki kurmakta zorlanmadıklarını, toplamsal ilişkilere odaklanan öğretmen adaylarının çarpımsal ilişki kursalar dahi orantısal ilişkiler oluşturmakta zorlandıklarını tespit etmiştir.

Weiland ve arkadaşları (2019) öğretmenlerin orantısal akıl yürütme becerilerini etkileyen faktörleri belirlemeye çalışmış ve öğretmenlerin orantılı durumları doğru bir şekilde tanımlamada kısmen yeterli olduklarını görmüş ve aynı öğretmenler gerçekte orantısal olmayan durumları belirlemede büyük zorluklar çekmişler ve orantısal olarak belirlemişlerdir.

Cabero-Fayos ve arkadaşları (2020) öğretmen adaylarının orantılı ve ters orantılı problemleri anlamada yaşadıkları zorlukları açığa çıkarmaya odaklanmıştır. Cabero-Fayos ve arkadaşları (2020) öğretmen adaylarının ifadelerde kullandıkları temsillerin öğrencilerin anlamalarına ve problem çözmelerine yardımcı olduğunu fakat belli problem çözme stratejilerinin onların orantısal akıl yürütmesini zorlaştırdığını görmüştür. Cabero-

Fayos ve arkadaşları (2020) bu zorlukların problemlerin çözümünü orantısal formüller (içler dışlar çarpımı gibi) yoluyla çözmede artışa neden olduğunu vurgulamıştır.

2.3.2. Öğretmenlerin veya Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütmeyle İlgili Alan ve Pedagojik Alan Bilgilerindeki Eksiklikler

Şen (2022) ortaokul matematik öğretmenlerinin alan ve öğretme bilgilerini araştırmıştır. Şen (2022) çalışmasında öğretmenlerin oran ve orantı öğretimine ilişkin günlük hayatla ilişkili örnekler verebildikleri, diğer disiplinlerle ilişkisinin farkında oldukları fakat öğrencilerin hazır bulunuşluklarını ortaya çıkarmada yetersiz kaldıkları ve ilişkilendirmeye dair uygulamaları gerçekleştiremedikleri sonucuna ulaşmıştır. Şen (2022) ayrıca matematik öğretmenlerinin çoklu temsillerden en çok sözel temsili kullandıklarını, sözel problemlerle ilgili kullanılabilecek problem çözme stratejilerinin ise kısıtlı olduğunu belirtmiştir.

Doğruel ve Karakuş (2022) ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusundaki genel ve özel alan bilgilerini araştırmıştır. Çalışmada öğretmenlerin oran ve orantı konusuna yönelik genel alan bilgilerinin yeterli olduğu fakat özel alan bilgilerinde eksikliklerin olduğu görülmüştür. Çalışmada ayrıca öğretmenlerin oran kavramının tanımını yapmakta ve yaptıkları işlemlerin nedenlerini açıklamakta zorlandıkları görülmüştür.

Çopur-Gençtürk ve arkadaşları (2022) matematik öğretmenlerinin orantısal akıl yürütme becerilerini ve ilgili kavramlara yönelik genel alan bilgilerini araştırmıştır. Çopur-Gençtürk ve arkadaşları (2022) öğretmenlerin orantısal akıl yürütmeleri ile genel alan bilgilerinin paralel olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Bahar (2019) ilköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmeni adaylarının yöntemsel bilgi gerektiren sorularda başarılı oldukları, orantılı durumları orantısız durumlardan ayıran ve şekilsel sorularda akıl yürütemediklerini rapor etmiştir. Bahar (2019) öğretmen adaylarının öğrencilerin kavram yanılgılarını tespit edemediği ve bu kavram yanılgılarını engelleyecek geri dönütleri veremediği sonucuna ulaşmıştır. Ayrıca, çalışmada öğretmen adaylarının oran ve orantı problemlerinin çözümü ile ilgili çok az strateji bilgisine sahip oldukları görülmüştür.

Jacobson ve arkadaşları (2018) öğretmenlerin çoğunun kavramsal zorluklarla karşılaşsa da genellikle öğrencilerin çözümünün matematiksel olarak geçerli olup olmadığı konusunda sayısal akıl yürütmeyi kullanabildiklerini, öğrencilerin düşüncesini anlamlandırmak için hem niceliksel hem de sayısal akıl yürütmeyi çeşitli şekillerde kullandıklarını fakat öğrencilerin akıl yürütmesini doğru bir şekilde değerlendiren öğretmenlerin matematik bilgisini öğrencilerinden farklı bir şekilde kullandığını belirtmişlerdir.

Badawi ve arkadaşları (2023) bir matematik öğretmeninin oran ve orantı konusunda ders planı hazırlarken ve öğrenme etkinliklerini yürütürken kullandığı genel alan bilgisini ve pedagojik alan bilgisini incelemiştir. Öğretmenin genel pedagojik bilgisinin ve öğretimi yürütürken matematik alan bilgisinin ders planı hazırlarken olduğundan daha iyi oluğunu, belirtmiştir. Bu durumun hazırladığı ders planları ile gerçekleştirdiği öğrenme etkinlikleri arasındaki uyumsuzluğu gösterdiğini söylemiştir.

2.3.3. Öğretmen ve Öğretmen Adaylarının Orantı Problemlerinin Çözümünde Kullandıkları Stratejiler

Arıcan (2018) öğretmen adaylarına kesirler, oran ve orantı ile ilgili bir kurs vermiştir. Arıcan (2018) bu kurs kapsamında öğretmen adaylarının orantılı ve orantısız ilişkilere ilişkin anlayışlarını, bu ilişkileri ayırt etme becerilerini, orantılı ve orantısız durumları ve çözüm stratejilerini yorumlama ve temsil etme becerilerini incelenmiştir. Çalışmada öğretmen adaylarının ilişkileri belirlerken eş zamanlı artış veya azalışlara ve değişim hızının sabit olmasına dikkat ettikleri görülmüştür. Ayrıca, öğretmen adaylarının orantılı ilişkileri orantısız ilişkilerden ayırmakta kurstan sonra da zorlandıkları belirtilmiştir. Son olarak, öğretmen adaylarının orantılı ve orantısız ilişkileri temsil etmede ve yorumlamada zorluk çektikleri ifade edilmiştir.

Arıcan ve arkadaşları (2023) matematik öğretmeni adaylarının doğru ve ters orantıyla ilgili bilinmeyen değer problemlerini çözerken kullandıkları stratejileri incelemişlerdir. Çalışmada öğretmen adaylarının birden fazla çözüm istendiğinde daha fazla strateji ile problemleri çözdükleri, doğru orantı probleminde ters orantıya göre daha fazla çözüm stratejisi kullandıkları, her iki problem türünde de en fazla içler dışlar çarpımı stratejisini ve karşılıklı çarpım stratejisini kullandıkları görülmüştür. Son olarak bu çalışmada daha az ortak stratejiye sahip olan matematik öğretmeni adaylarının daha çok ortak stratejiye sahip olanlara göre daha geniş bir strateji çeşitliliğine sahip oldukları ortaya çıkmıştır.

Akkuş-Çıkla ve Duatepe (2002) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının oran ve orantı problemlerinde kullandıkları çözüm stratejilerini incelemiştir. Araştırma sonucunda öğretmen adaylarının problemleri çözebilmek için gerekli olan işlemsel bilgilerinin yeterli olduğu fakat kavramsal bilgilerinin yetersiz olduğu görülmüştür.

2.3.4. Öğretmenlerin ve Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Sürecinde Kullandıkları Temsiller

Avcu (2017) üç ilköğretim matematik öğretmen adayının orantılılık bağlamında dış temsiller arasındaki ilişkilendirmelerini araştırmıştır. Araştırmanın sonucunda öğretmen adaylarının ilişkilendirmeleri farklı matematiksel konular veya kavramlar arasında ve matematik ile günlük yaşam arasında bir bağlantı olarak gördükleri ve öğrencilerin matematiği anlamalarını geliştirmeleri için bir araç olarak gördükleri ortaya çıkmıştır. Ayrıca, çalışmada öğretmen adaylarının grafiksel temsillerle ilgili sınırlı düzeyde bilgi sahibi oldukları görülmüştür.

Arıcan ve Kıymaz (2022) resmi ders kitabında bulunan tanımları, formülleri, doğru ve ters orantılı ilişkilerin grafiklerini incelemektedir. Bu üç temsil türleri arasındaki ilişkileri ve öğretmen adaylarının temsillerinin iki ilişkiye göre nasıl farklılaştığını da incelemişlerdir. Araştırmanın bulguları öğretmen adaylarının doğru ve ters orantılı ilişkileri temsil ederken eş zamanlı artış ve azalışlara dikkat ettiklerini göstermiştir. Diğer taraftan, dört öğretmen adayı doğru orantıyı tanımlarken orantı sabitini belirtmiş fakat hiçbir öğretmen adayı ters orantıyı tanımlarken orantı sabitinden bahsetmemiştir Ayıca, öğretmen adaylarının doğru orantının formülü yazmada ters orantı formülünü yazmaya göre daha iyi oldukları ve bu farkın grafik çizmede çok daha fazla olduğu görülmüştür. Son olarak, öğretmen adaylarınn doğru ve ters orantıyı iyi tanımladıkları fakat doğru ve ters orantının grafiğini çizemedikleri ve bunların formüllerini yazmada zorluk çektikleri görülmüştür.

Arıcan (2020) öğretmen adaylarının orantısal olan ve olmayan ilişkileri belirleyebilmelerini, temsil edebilmelerini ve orantısal olan ve olmayan problemlerle ilgili çözüm yöntemlerini incelemiştir. Arıcan'ın (2020) bulguları öğretmen adaylarının orantısal olan ve olmayan ilişkileri belirleyebilmelerinin, temsil edebilmelerinin ve orantısal olan ve olmayan problemlerle ilgili çözüm yöntemlerinin problemlerin içeriğinden etkilendiğini göstermiştir.

2.3.5. Öğretmenlerin ve Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Becerilerini Geliştirmeye Yönelik Eğitimler

Pişkin-Tunç (2016) üç öğretmen adayının uygulamaya dayalı bir öğretim modülüne katılmaları sonrasında orantısal akıl yürütmelerinin gelişip gelişmediğini incelemiştir. Çalışmanın bulguları, beş hafta boyunca süren çalışma sonucunda öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütmelerinin geliştiğini göstermiştir. Eğitim öncesi katılımcılar, oran ve orantı problemlerini çözerken genelde az sayıda strateji kullanmışlar ve içler dışlar çarpımı gibi cebirsel çözüm stratejilerini tercih etmişlerdir. Ayrıca, öğretmen adaylarının orantısal durumlarda matematiksel ilişkileri anlamakta, orantısal olan durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt etmekte zorlandıkları görülmüştür. Öğretim modülüne katılmaları sonrasında öğretmen adaylarının problemleri çözerken farklı stratejiler kullandıkları ve bu stratejileri anlamlandırdıkları görülmüştür.

Hilton ve Hilton (2019) öğretmenlerin orantısal akıl yürütme becerilerini geliştirmek için onlara yapılandırılmış bir dizi eğitim uygulamışlardır. Eğitim sonucunda öğretmenlerin orantısal akıl yürütme için gerekli olan alan ve pedagojik alan bilgilerinin geliştiğini görülmüştür.

Ben Chaim ve arkadaşları (2007) orantısal akıl yürütme görevlerinin matematiksel içerik, pedagojik bilgi ve ilkokul ve ortaokul matematik öğretmen adaylarının tutumları üzerindeki etkilerini araştırmışlardır. Bu amaçla araştırmacılar İsrail öğretmen kolejlerindeki matematik öğretmenliği eğitimi programlarının bir parçası olarak özel bir öğretim modeli geliştirilip ve uygulamıştır. Öğretmen adaylarının araştırma ve orantısal akıl yürütme görevlerine maruz bırakıldığı bu modelin uygulanması sonucunda öğretmen adaylarının matematik ve pedagojik bilgisinde önemli bir gelişme sağladığı sonucuna varıldığı belirtilmiştir. Ayrıca genel olarak matematiği öğrenmeye ve öğretmeye, özelde ise oran ve orantıya yönelik tutum ve inançlarında iyileşme olmuştur.

Nacar (2022) STEM eğitim modülü yardımıyla öğretmen adaylarının orantısal problemleri çözme stratejilerini ve orantı konusundaki pedagojik alan bilgilerini geliştirmeyi ve orantı konusundaki kavram yanılgılarını gidermeyi amaçlamıştır. Çalışma sonucunda STEM eğitim modülünün öğretmen adaylarının bahsi geçen hususlarda gelişimine olumlu yönde katkı sağladığı görülmüştür.

Berk ve arkadaşları (2009) öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme alanındaki esnekliklerini geliştirmek için bir dizi eğitim vermiştir. Çalışmanın bulguları, öğretmen adaylarının eğitimden önce esnekliklerinin sınırlı olduğunu fakat orantı problemlerini çözmekte oldukça iyi olduğunu göstermiştir. Eğitim sonucunda öğretmen adaylarının esnekliğinin her bir bileşende istatiksel olarak anlamlı bir şekilde geliştiği görülmüştür.

2.3.6. Öğretmenlerin ve Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Sürecinde Kullandıkları Bilgi Kaynakları

Weiland ve arkadaşları (2021) öğretim için orantısal akıl yürütmeye ilişkin bir teorik çerçeve sunmayı ve bu çerçevenin bilgi kaynaklarını ana hatlarıyla tanımlamayı amaçlamıştır. Weiland ve arkadaşları (2021) oluşturduğu çerçeve ve bu çerçeveyle ilgili bilgi kaynakları Tablo 2.1'de gösterilmiştir.

Tablo 2.1. Öğretmenlerin orantısal akıl yürütmelerinin anlaşılması için teorik çerçeve ve bilgi kaynakları (Weiland ve ark., 2021, s. 195).

Teorik Çerçeve	Bilgi Kaynağı
Uygunluk	Orantılı Durum
Akıl Yürütme	Paylaştırma ve Döşeme Göreceli Düşünme Büyütme/Küçültme Birim Oran
Yapı	Sabit Oran Kovaryans Birim Oran Denklik Kural
Miktarların Karşılaştırılması	Miktarların Karşılaştırılması
Soyutlanabilir Miktar	Kümeler Ölçü Olarak Oran Çarpıtma
Çarpımsal	Çarpımsal Karşılaştırma Göreceli Düşünme
Değişken Parçalar	Değişken Parçalar
Kesir-Oran İlişkisi	Oran≠Kesir Oran (Parça:Parça/ Parça:Bütün) Çarpımsal Karşılaştırma
Çoklu Temsil	Paylaştırma ve Döşeme Sembolik Temsiller ile Alışkanlık Kural
Bağlantılar	Yatay Alan Bilgisi Çarpıtma

Güneş (2022) sekiz ilköğretim matematik öğretmeni adayının orantısal akıl yürütme sürecinde kullandıkları bilgi kaynaklarına odaklanmıştır. Güneş (2022) öğretmen adaylarının kullandıkları bilgi kaynaklarını açığa çıkarmak için Weiland ve arkadaşları (2021) tarafından geliştirilen teorik çerçeveyi (bakınız Tablo 2.1) kullanmıştır. Güneş (2022) öğretmen adaylarının dikdörtgenin alanını bulurken formül kullandıklarını, düzgün olmayan şekillerin alanını bulurken zorlandıkları belirtmiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarının şu bilgi kaynaklarını kullandığı görülmüştür: orantılı durum, paylaştırma ve döşeme, kovaryans, çarpımsal karşılaştırma ve karşılıklı kenarlar arasında oran. Son olarak, öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme içeren problemlerde zorlandıkları, çarpımsal karşılaştırma içeren problemlerde toplamsal düşündükleri ve doğru orantıyı ters orantıdan ayırt edemedikleri görülmüştür.

Glassmeyer ve arkadaşları (2021) matematik öğretmenlerinin orantısal akıl yürütme sürecinde kullandıkları bilgi kaynaklarına odaklanmış ve öğretmenlerinin neredeyse tamamının şu dört bilgi kaynağını oldukça fazla kullandıklarını tespit etmiştir: orantılı durum, birim oran, parça-parça ve parça-bütün olarak oran ve ölçü için oran.

Brown ve arkadaşları (2020) öğretmenlerin denk oranlar bilgi kaynağını verimli bir şekilde kullanamadıkları fakat bir orandaki nicelikler arasındaki çarpımsal ilişkiyi kullanabildikleri bulgusuna ulaşmıştır.

2.3.7. Öğretmenlerin ve Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Becerilerini Ölçmeye Yönelik Araçların Geliştirilmesi

Arıcan (2021) matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerini inceleyebilmek için bir görüşme protokolü geliştirmiş ve bu protokolü öğretmen adaylarına uygulamıştır. Arıcan (2021) öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerini orantılı ve orantısız durumlar hakkında akıl yürütürken yararlandıkları bilgi kaynaklarını inceleyerek belirlemiştir. Çalışmanın bulguları, öğretmen adayları çoğunlukla niteliksel ilişkiler, içler dışlar çarpımı ve karşılıklı çarpım üzerinde durduklarını göstermiştir. Ayrıca, öğretmen adaylarının bu üç bilgi kaynağına çok fazla dikkat etmelerinin orantılı ilişkileri orantısız ilişkilerden ayırt etme becerilerini engellediği sonucuna ulaşılmıştır. Son olarak, çalışmada öğretmen adaylarının bilgi kaynaklarıyla ilgili üretkenliklerinin onların geçmiş öğrenme deneyimlerinden ve problemlerde sunulan ilişkilerden kolayca etkilendiği görülmüştür.

Ekawati ve arkadaşları (2015) öğretmenlerin oran ve orantı konusundaki bilgilerini ölçmek için bir araç geliştirmiştir. Çalışmanın bulguları, ölçme aracının orantılı ve orantısız durumların anlamı, sayı yapıları ve şekilsel temsil bileşenleriyle ilgili güvenirlik analizi sonuçlarının kabul edilebilir düzeyde olduğunu göstermiştir. Ayrıca, çalışmada öğretmenlerin şekilsel temsillerde zorluk yaşadıkları fakat orantısal akıl yürütmeyi temsil eden sayı yapılarında iyi bir performans gösterdikleri görülmüştür.

2.4. Bilişsel Tanı Modelleri

Nicel araştırmalarda öğrencilerin matematiksel bilgi veya becerilerini ölçmek için genellikle geleneksel ölçme ve değerlendirme teknikleri kullanılır (Ranjbaran ve Alavi, 2017). Fakat bu ölçme ve değerlendirme teknikleri katılımcıların çok boyutlu özelliklerini belirlemede fazla kullanışlı değildirler (Bradshaw ve ark., 2014). Bu husus, son yıllarda araştırmacıların öğrencilerin matematik performansları hakkında tanısal değerlendirmeler yapmalarını zorunlu hale getirmiştir (örneğin, Arıcan ve Kuzu, 2020; Choi ve ark., 2015; Doğan ve Tatsuoka, 2008; Jurich ve Bradshaw, 2014; Kuzu, 2020; Kuzu, 2021; Kuzu ve Arıcan, 2020; Sen ve Arıcan, 2015; Terzi ve Sen, 2019; Toker ve Green, 2012; Yakar ve ark., 2021).

Tanısal sınıflandırma modelleri olarak da adlandırılan bilişsel tanı modelleri, "katılımcıların ölçülmek istenilen yeterliğe hangi olasılıkla sahip olduklarını hesaplayarak bu yeterlikler hakkında eğitimcilere bilişsel geri bildirim sağlamakta ve katılımcıların bilişsel olarak güçlü ve zayıf yanlarıyla ilgili daha detaylı bilgi sunmaktadır" (Kuzu, 2021, ss. 253–254). Bilişsel tanı modelleri, yeterliklerin daha detaylı bir şekilde belirlenmesi, bireylerin anlama ve öğrenme durumları hakkında daha detaylı bilgi sağlanması amacıyla kullanılır ve öğretimin nitelendirilmesi gibi ileriki basamaklarla da ilişkilidir (de la Torre ve Karelitz, 2009). Bilişsel tanı modellerinin en önemli ayırt edici özelliği, öğrencilerin niteliklerinin çok boyutlu temsilini sağlamalarıdır (Bolt, 2007).

Üç çeşit bilişsel tanı modeli vardır: (i) telafi edici modeller, (ii) telafi edici olmayan modeller ve (iii) genel modeller (Ravand ve Robitzsch, 2015). Telafi edici modellerde, bir maddeyi doğru cevaplamak için gereken niteliklerden birinde veya birkaçındaki uzmanlaşma, diğer niteliklerdeki uzmanlaşmamayı telafi edebilir (Ravand ve Robitzsch, 2015). Bu modellere Deterministic input, noisy-or-gate model (DINO;

Templin ve Henson, 2006) ve compensatory reparameterized unifed model (C-RUM; Hartz, 2002) örnek olarak verilebilir.

Telafi edici olmayan modellerde öğrencilerin soruyu doğru cevaplaması için gerekli olan niteliklerin hepsinde uzmanlaşmış olunması gerekmektedir (Ravand ve Robitzsch, 2015). Bunlara Deterministic input, noisy-and-gate model (DINA; Junker ve Sijtsma, 2001) ve noncompensatory reparameterized unified model (NC-RUM; Hartz, 2002) örnek olarak verilebilir. DINA model DINO modele çok benzeyen bir modeldir. Aralarındaki fark DINA modeldeki bağlayıcı "and" DINO modelde ayırıcı "or" olmaktadır. DINA modelde özellikler birbiri ile bağlı iken DINO modelde ise ayırıcıdır. Yani DINO modelde maddeye doğru cevap vermek için gerekli niteliklerden en az birinde uzmanlaşmış olunması yeterli iken DINA'da ise bu söz konusu değildir. DINA model öğrencileri iki sınıfa ("yokluk" sınıfı ve "tam" sınıfı) ayırır. DINA modeli, bir maddenin doğru cevaplanması için gerekli niteliklerden birine bile sahip olmayan öğrencileri "yokluk" sınıfına, tamamına sahip olanları ise "tam" sınıfına atar.

Genel modeller ise hem telafi edici hem de telafi edici olmayan ilişkilere olanak tanırlar (Ravand ve Robitzsch, 2015). Bu modellere, general diagnostic model (GDM; von Davier, 2005), generalized deterministic input, noisy-and-gate model (G-DINA; de la Torre, 2011) ve log-linear cognitive diagnostic model (LCDM; Henson ve ark., 2009) örnek olarak verilebilir. "G-DINA modelde her bir niteliğin doğru cevaplanma olasılığına katkısı farklıdır ve öğrencinin bu niteliklerden herhangi birine ya da birkaçına sahip olması durumunda maddeyi doğru cevaplandırma olasılığı niteliğin ağırlığına göre değişmektedir" (Başokçu, 2014, s. 15). LCDM genel modeller arasında yer alır ve bireylerin sorulara verdikleri cevapları örtük sınıflara yerleştirip yeterliklerin belirlenmesi için araştırmacılara yardım eder (Bradshaw ve ark., 2014). LCDM, her bir cevaptaki yeterlik etkisini madde parametrelerinin büyüklüğüne ve yönüne göre hem telafi edici hem de telafi edici olmayan şekilde modelleyebildiği için araştırmacılara esneklik sağlar (Bradshaw ve ark., 2014).

2.4.1. Bilişsel Tanı Modelleriyle Yapılan Çalışmalar

Bilişsel tanılama modeli kullanılarak öğrencilerle (Arıcan, 2019b; Chin ve ark., 2022; Martínez-Juste ve ark., 2023; Sen ve Arıcan, 2015) ve öğretmen adaylarıyla (Arıcan ve Kuzu, 2020; Kuzu ve Arıcan, 2020; Kuzu,2021) yapılan çalışmalar mevcuttur.

Bu çalışmalarda DINO (Sen ve Arıcan; 2015), LCDM (Arıcan, 2019b; Arıcan ve Kuzu, 2020; Kuzu ve Arıcan, 2020; Kuzu,2021; Martínez-Juste ve ark., 2023) ve Rasch modeli (Chin ve ark., 2022) kullanılmıştır.

Chin ve arkadaşları (2022) ilkokul dördüncü sınıf öğrencilerinin paralel ve dik doğrular konusundaki yeterliklerini belirlemek için bir bilişsel tanı testi geliştirmiştir. Araştırmacılar, testin kişi ayırma indeksini 1.58 (> 1.50 olduğu için kabul edilebilir düzeyde), kişi ayırma güvenilirliğini .74 (>.70 olduğu için kabul edilebilir düzeyde) ve KR-20 güvenirliğini .78 (>.70 olduğu için kabul edilebilir düzeyde) olarak hesaplamışlardır. Çalışmanın bulguları öğrencilerin paralel doğrular konusundaki tüm niteliklere %90 ve üzeri olasılıkla sahip olduklarını ve dik doğrular konsunda ise üç nitelikte %90 ve üzeri olasılıkla sahip olduklarını göstermiştir. Chin ve arkadaşları (2022) öğrencilerin dikey çizgilerin özelliklerini tanımlama ve dikey çizgi çizme konusunda paralel doğrulara kıyasla daha çok zorlandıklarına dikkat çekmişlerdir.

Sen ve Arıcan (2015) 2011 yılında yapılan TIMSS calışmasına katılan Türk ve Güney Koreli öğrencilerin matematik puanlarına göre tanısal karşılaştırmasını yapmışlardır. Araştırmacılar, verileri bilişsel tanılama modellerinden DINA model kullanarak analiz etmişlerdir. Çalışmanın bulguları bazı niteliklerde Türk öğrencilerin uzmanlaşma olasılığının daha yüksek olduğunu fakat Koreli öğrencilerin genel olarak niteliklerde daha fazla uzmanlaştıkları göstermiştir. Ayrıca, Koreli öğrencilerin %44.3'ünün tüm niteliklerde uzmanlaşırken Türk öğrencilerin yalnızca %12.8'inin tüm niteliklerde uzmanlaştığı görülmüştür. Son olarak, çalışmada Koreli öğrencilerin %0.16'sının ve Türk öğrencilerin %1'inin hiçbir nitelikte uzmanlaşmadığı ortaya çıkmıştır.

Kuzu (2021) matematik ve fen bilgisi öğretmeni adaylarının integral kavramıyla ilgili yeterliklerini belirlemek için log-linear bilişsel tanılama modelini kullanmıştır. Çalışmada her bir yeterliğin .99, .98, .99. ve .95 güvenirlikle ölçüldüğü görülmüştür. Çalışmanın bulguları matematik öğretmeni adaylarının integral kavramını açıklayabildiğini ve integral alma yöntemlerini bildiğini, fen bilgisi öğretmeni adaylarının ise belirsiz integral hesaplamalarını ve belirli integralleri kullanarak uygulamaları daha iyi yapabildiği göstermiştir. Ayrıca, çalışmada cinsiyetler arasında anlamlı bir fark olmadığı görülmüştür.

Kuzu ve Arıcan (2020) ilköğretim matematik öğretmen adaylarının istatistik ve olasılık konusundaki yeterliklerini çeşitli değişkenlere göre incelemiştir. Kuzu ve Arıcan (2020) çalışmanın verilerini LCDM kullanarak analiz etmiştir. Çalışmanın bulguları, öğretmen adaylarının istatistik ve olasılık konusundaki yeterliklerinin cinsiyete göre anlamlı olarak farklılaşmadığını fakat üniversiteler arası ve sınıf düzeylerine göre bazı farklılaşmalar olduğunu ortaya çıkarmıştır.

Arıcan ve Kuzu (2020) öğretmen adaylarının istatistik ve olasılıkla ilgili yeterliklerini ölçmek için 5 açık uçlu ve 15 çoktan seçmeli olmak üzere toplam 20 sorudan oluşan bir ölçme aracı geliştirmiştir. Araştırmacılar, verilerini log-lineer bilişsel tanılama modelini kullanarak analiz etmişlerdir. Çalışmanın bulguları öğretmen adaylarının çoğunun verileri temsil edip yorumlayabildiğini fakat çıkarımlarda bulunma, uygun istatiksel yöntemleri seçme ve kullanma ve olasılığın temel kavramlarını anlama ve uygulama konusunda zorluklar yaşadığını göstermiştir. Ayrıca, çalışmada öğretmen adaylarının açık uçlu problemleri yanıtlamakta zorlandıkları görülmüştür.

Arıcan (2019b) yedinci sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme yeterliklerini log lineer bilişsel tanılama modeli ile inceleyebilmek için orantısal akıl yürütme testi geliştirmiştir. Arıcan (2019b) orantısal akıl yürütme testini cevaplamak için gerekli olan becerileri belirlemek için ortaokul matematik müfredatı (MEB, 2018), Common Core State Standards for Mathematics (CCSSM, 2011) ve Principles and Standards for School Mathematics (NCTM, 2000) isimli dokümanları incelemiştir. Araştırmacı, beceri listesini belirledikten sonra üç matematik eğitimcisi ve bir matematik öğretmeninden beceriler hakkında geri bildirim vermesi istemiş ve geri bildirim sonucunda şu dört temel beceri belirlenmiştir: oran kavramını anlama ve verilen oranda bir miktarın değerini belirleme (Beceri 1), doğru orantılı ilişkileri tanıma ve bu tür ilişkileri içeren günlük yaşam problemlerini çözme (Beceri 2), ters orantılı ilşkileri tanıma ve bu tür ilişkileri içeren günlük yaşam problemlerini çözme (Beceri 3) ve orantısız ilişkileri tanıma ve bu tür ilişkileri içeren günlük yaşam problemlerini çözme (Beceri 4).

Arıcan (2019b) öğrencilerin %59,5'inin Beceri 1'e, %61,9'unun Beceri 2'ye, % 47,9'unun Beceri 3'e ve %52,2'sinin Beceri 4'e sahip olduğu bulgusuna ulaşmıştr. Ayrıca, araştırmacı öğrencilerin %39,1'inin bütün becerilere sahip olduğunu, %25'inin ise hiçbir beceriye sahip olmadığını ve hiçbir beceriye sahip olmayanların %36,6'sının problemleri tahmin yöntemi kullanarak doğru cevapladıklarını ortaya koymuştur.

Arıcan'ın (2019b) diğer önemli bulguları ise öğrencilerin becerilere sahip olma olasılıklarında çok fazla farklılığın olmaması, öğrencilerin Beceri 1 ve Beceri 2'de daha başarılı olmaları, Beceri 3 ve Beceri 4'de ise daha başarısız olmalarıdır. Araştırmacı, öğrencilerin Beceri 2'ye %38 oranında, diğer becerilerde ise daha fazla oranda öğrencinin başarısız olduğundan dolayı bu dört beceride öğrencilerin zorluklar yaşadığını düşünmektedir. Çalışmada, öğrencilerin en fazla Beceri 4'te zorlandıklarını görülmüştür. Son olarak, Arıcan (2019b) öğrencilerin bazı problemleri yüksek oranda doğru cevaplarken bazılarını doğru cevaplamada zorluklar çekmelerini öğrencilerin bu problem tipleri ile ilgili eksik deneyimlerine bağlamıştır. Bu sebeple, araştırmacı öğretmenlerin öğrencilerine alışılmışın dışında düşünmelerini sağlayacak problemler sunmaları tavsiyesinde bulunmuştur.

Martínez-Juste ve arkadaşları (2023) Türk ve İspanyol öğrencilerin orantısal akıl yürütmeyle ilgili olan dört temel bilişsel beceride uzmanlaşıp uzmanlaşmadıkları belirlemek için LCDM kullanmıştır. Çalışmada Arıcan (2019b) tarafından geliştirilen orantısal akıl yürütme testi kullanılmıştır. Çalışmanın bulguları, Türk ve İspanyol öğrencilerin iki beceriye sahip olma konusunda farklılıkların olduğu göstermiştir. Bunlardan ilki oran kavramını anlamak ve belirli bir oranda niceliğin değerini belirlemek olan beceride Türk öğrenciler İspanyol öğrencilere göre daha iyi performans göstermişlerdir. Martínez-Juste ve arkadaşları (2017) bu bulguyu İspanyol ders kitaplarında orantının kavramsal yönlerine fazla dikkat çekilmemesine bağlamıştır. Bu beceri ile alakalı olan 1., 2. ve 4. problemler bilinmeyen değer problemleridir. Bu üç problemde ispanyol öğrencilerin Türk öğrencilere göre daha kötü bir sonuç elde ettikleri görülmüştür. Orantısal bölme olarak isimlendirilen bu problemlerin öğrenciler için zor olacağına dikkat çeken araştırmalar bulunmaktadır (örneğin, Alatorre ve Figueras, 2004; Wright, 2014). Bu zorluk bu çalışmada İspanyol öğrenciler tarafından destek bulmaktadır. Araştırmacılar bunun sebebini ise İspanyol ders kitaplarında bu tür problemlerin kesin olarak bulunmaması (Ji Yeong ve ark., 2020) ile açıklıyorlar. Diğer farkın olduğu beceri ise orantısız ilişkileri anlama ve bu tür ilişkilerin olduğu günlük hayat problemlerini çözme becerisinde İspanyol öğrenciler Türk öğrencilere göre daha başarılı olduklarıdır. Bu beceri ile alakalı olan 5. ve 14. problemlerdir. Bu problemler kayıp değer problemi olmasına rağmen güncel yaşam problemi olduğu belirtilmiştir. Bu durumu Atabaş ve Öner (2016) Türk öğrencilerin yaşadıkları zorluklar çoğunlukla güncel yaşam problemlerindeki deneyim eksikliğine bağlamaktadır. Nitelik profillerine bakıldığında ise Türk öğrencilerinin büyük bir çoğunluğunun üç nitelik profiline dağıldığı ve yedi profile hiç dağılmadığı, İspanyol öğrencilerin ise on üç nitelik profiline dağıldığı ve üç nitelik profiline dağılmadığı görülmektedir. Buna göre yeterliklere sahip olmada Türk öğrencilerin çoğunlukla ya çok iyi performans gösterdikleri ya da çok düşük performans gösterdikleri, İspanyol öğrencilerin ise daha dağınık bir şekilde başarı ya da başarısızlık gösterdikleri görülmüştür.

Alanyazın incelendiğinde öğrenci, öğretmen ve öğretmen adaylarının katılımcı olduğu orantısal akıl yürütme becerisiyle ilgili birçok çalışma (Arıcan ve Kıymaz, 2022; Çopur-Gençtürk ve ark., 2022; Hilton ve Hilton, 2019; Karaboğaz ve Ergene, 2023; Şen, 2022) bulunmaktadır. Buna rağmen, alanyazında öğretmen adaylarının yeterliklerinin bilişsel tanı modelleriyle incelendiği sınırlı sayıda çalışmaya ulaşılabilmiştir (örneğin, Aktaş, 2021; Arıcan ve Kuzu, 2020; Kuzu ve Arıcan, 2020; Kuzu,2021; Uçar, 2023). Daha da önemlisi, öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin bilişsel tanı modelleri ile incelendiği sınırlı sayıda çalışmaya rastlanılmış olsa da (örneğin, Arıcan, 2019b; Martínez-Juste ve arkadaşları, 2023) öğretmen ve öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerilerinin bilişsel tanı modelleri ile incelendiği herhangi bir çalışmaya rastlanılamamıştır.

Bu çalışmada ilköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerinin bilişsel tanı modelleriyle incelenmesinin sebebi, bilişsel tanı modellerinin bireysel geri dönüt verme imkânı tanımasıdır (Bradshaw ve ark., 2014). Öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri ile ilgili yapılan çalışmalarda çoğunlukla geleneksel testler kullanılmıştır ve bu çalışmalar genellikle tek bir puana dayalıdırlar ve tanısal bilgilerden yoksundurlar (örneğin, Arıcan, 2018; Weiland 2019). Ayrıca, alanyazın incelendiğinde öğrencilerin orantısal akıl yürütmeyle ilgili yaşadığı zorlukların (Arıcan, 2019b) öğretmen adaylarının yaşadığı zorluklara (Arıcan, 2018) paralel olduğu görülmüştür. Mevcut çalışma sayesinde öğretmen adaylarına bireysel geri dönüt verme imkânı olacak ve yaşanan bu zorluklara göre tedbir alınabilecektir. Bu sebeple mevcut çalışmanın alanyazındaki bu boşluğu dolduracağı düşünülmektedir.

3. MATERYAL VE METOT

Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterlikleri bilişsel tanı modellerinden LCDM ile incelenmiştir. Bu bölümde araştırmanın modeli, örneklem seçimi, veri toplama aracı ve verilerin analizi ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

3.1. Araştırmanın Modeli

Bu nicel çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları bilişsel tanı modellerinden LCDM ile araştırılmıştır. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerini belirleyebilmek için betimsel tarama modeli kullanılmıştır. Betimsel tarama modeli, bireyin mevcut veya geçmişteki durumunu, ilgilerini, yetkinliklerini ve düşüncelerini o an olduğu gibi betimlemeyi amaçlar (Ekiz, 2003; Karasar, 2005; Karakaya, 2021). Özel olarak, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerini belirleyebilmek için betimsel tarama modellerinden biri olan kesitsel tarama modeli kullanılmıştır. Kesitsel tarama modelinde çalışmanın verileri önceden belirlenmiş olan bir evrenden seçilen örneklem yardımıyla toplanır (Fraenkel ve ark. 2023).

3.2. Örneklem

Çalışmanın örneklemini 2022–2023 eğitim öğretim yılında Türkiye'deki altı farklı devlet üniversitesinin eğitim fakültelerinde öğrenim görmekte olan 747 ilköğretim matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Çalışma için Ahi Evran Üniversitesi Sosyal ve Beşerî Bilimler Bilimsel Araştırma ve Yayın Etik Kurulundan (22.11.2022 tarihli ve 2022/09/25 karar nolu yazısı) ve ilgili üniversitelerden gerekli izinler alınmıştır. Araştırmaya katılan öğretmen adaylarının 385'i (%51.54) kadın, 184'ü (%24.63) erkektir ve 178'i (%23.83) cinsiyet belirtmemiştir. Araştırmanın yapıldığı üniversiteler uygun örnekleme yoluyla seçilmiştir. Uygun örnekleme çalışma için uygun olan bir grup bireydir (Fraenkel ve ark., 2023). Katılımcıların öğrenim gördüğü üniversiteler İç Anadolu (Üniversite 1, Üniversite 5), Akdeniz (Üniversite 2, Üniversite 4), Doğu Anadolu (Üniversite 3) ve Marmara Bölgesi'nde (Üniversite 6) yer almaktadır. Bölgelere göre örneklem sayılarına bakıldığında İç Anadolu Bölgesi'nden 311 (Bölge 1), Akdeniz Bölgesi'nden 235 (Bölge 2), Marmara Bölgesi'nden 31 (Bölge 3) ve Doğu Anadolu Bölgesi'nden 170 (Bölge 4) öğretmen adayı çalışmaya katılmıştır. Çalışmanın gerçekleştirildiği 2022 yılında 76 devlet üniversitesinde ilköğretim matematik öğretmenliği programı vardır. Bu üniversiteler, 2022 yılı üniversiteye giriş taban puanları temel alınarak puanı büyük olandan küçük olana doğru sıralanmıştır. Çeyrekler açıklığından faydalanılarak seçilen üniversitelerden ilk 19'da üç (yüksek), 20–57 arasında iki (orta) ve son 19 üniversiteden ise bir (düşük) tane olduğu görülmüştür. Üniversite taban puanlarına göre örneklem sayıları yüksek düzeyde 266, orta düzeyde 311 ve düşük düzeyde 170 öğretmen adayı bulunmaktadır. Katılımcıların öğrenim gördükleri üniversitelere, sınıf düzeylerine ve cinsiyetlerine göre dağılımları Tablo 3.1'de sunulmuştur.

Tablo 3.1. Katılımcıların Öğrenim Gördükleri Üniversitelere, Sınıf Düzeylerine ve Cinsiyetlerine Göre Dağılımları

	Üniversite 1			**Üniversite 2**			**Üniversite 3**			**Üniversite 4**			**Üniversite 5**			**Üniversite 6**		
	K	**E**	**B**	**K**	**E**	**B**	**K**	**E**	**B**	**K**	**E**	**B**	**K**	**E**	**B**	**K**	**E**	**B**
1. sınıf	32	14	0	27	8	0	16	26	0	5	3	0	24	9	0	0	0	0
2. sınıf	34	14	1	19	10	0	0	1	45	29	12	0	29	12	0	3	1	20
3. sınıf	22	12	0	1	4	33	0	1	41	14	4	4	35	12	0	0	0	0
4. sınıf	34	15	0	16	6	19	20	12	8	15	5	1	9	3	0	1	0	6
Toplam	122	55	1	63	28	52	36	40	94	63	24	5	97	36	0	4	1	26

Not. K: Kadın, E: Erkek, B: Cinsiyetini Belirtmeyen

3.3. Veri Toplama Aracı

Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıklarının belirlenebilmesi için tez öğrencisi ve danışmanları tarafından geliştirilen Orantısal Akıl Yürütme Testi kullanılmıştır. Veri toplama aracının geliştirilebilmesi için ilk adım olarak orantısal akıl yürütme yeterliklerinin bileşenleri ve alt bileşenleri belirlenmeye çalışılmıştır. Lobato ve arkadaşları (2010) matematik öğretmenlerinin oran, orantı ve orantısal akıl yürütme kavramlarını 6–8. sınıf öğrencilerine öğretirken son derece etkili olabilmeleri için bu kavramlara yönelik derinlemesine bir anlayışa sahip olmaları ve bu kavramları esnek bir şekilde kullanabilmeleri gerektiğini vurgulamıştır. Lobato ve arkadaşları (2010) öğretmenlerin bu gereksinimlerini karşılayabilmek için içerisinde büyük fikirlerin (big ideas) ve temel anlayışların (essential understandings) yer aldığı "Developing Essential Understandings of Ratios, Proportions and Proportional Reasoning for Teaching Mathematics: Grade 6–8" isimli bir kitap yayımlamışlardır. Lobato ve arkadaşları (2010) büyük fikirleri "matematiksel bir konunun merkezinde yer alan ve çok sayıda küçük matematiksel fikri tutarlı bütünler halinde birbirine bağlayan kapsayıcı kavramların matematiksel ifadeleri" (s. viii) şeklinde ve temel anlayışları ise "her büyük fikirle ilişkilendirilen daha küçük ve daha somut fikirler" (s. viii) şeklinde tanımlamışladır.

Mevcut çalışmada orantısal akıl yürütme yeterliğinin alt bileşenleri olarak Lobato ve arkadaşları (2010) tarafından ortaya atılan 10 temel anlayışın (Temel Anlayış 1, Temel Anlayış 2, Temel Anlayış 3, Temel Anlayış 4, Temel Anlayış 5, Temel Anlayış 6, Temel Anlayış 7, Temel Anlayış 8, Temel Anlayış 9 ve Temel Anlayış 10; Tablo 3.2'ye bakınız) kullanılmasına karar verilmiştir. Ayrıca, tez öğrencisinin ve danışmanlarının ortak görüşleri doğrultusunda Temel Anlayış 1, Temel Anlayış 2, Temel Anlayış 3, Temel Anlayış 4 ve Temel Anlayış 5 "Oranı Anlama" temel yeterliği (Yeterlik 1) olarak ele alınmıştır. Diğer taraftan Temel Anlayış 6, Temel Anlayış 7, Temel Anlayış 8 ve Temel Anlayış 9 "Orantıyı Anlama" temel yeterliği (Yeterlik 2) olarak ve Temel Anlayış 10 "Orantısız İlişkileri Anlama" temel yeterliği (Yeterlik 3) olarak ele alınmıştır. Bu çalışmada kullanılan Orantısal Akıl Yürütme Testi'nin temel yeterlikleri ve bunlara bağlı alt yeterlikleri Tablo 3.2'te verilmiştir.

Tablo 3.2. Orantısal Akıl Yürütme Testi'nde kullanılan alt yeterlikler ve temel yeterlikler (Lobato ve ark., 2010, ss. 12–13)

Temel Yeterlikler	Alt Yeterlikler
"Oranı Anlama" yeterliği	Temel Anlayış 1: İki niceliği koordine etme Temel Anlayış 2: İki niceliği çarpımsal olarak karşılaştırma Temel Anlayış 3: Bir gerçek dünya özelliğini diğer özelliklerden ayırma ve bu özelliğe ait nicelikleri değiştirmenin bu özellik üzerindeki etkisini anlama Temel Anlayış 4: Oran ve kesir arasındaki ilişkilerin farkında olma Temel Anlayış 5: Oranları bölme şeklinde yeniden ve anlamlı olarak yorumlama
"Orantıyı Anlama" yeterliği	Temel Anlayış 6: Orantının iki oran arasındaki eşitlik ilişkisi olduğunu bilme Temel Anlayış 7: Orantısal akıl yürütme ile ilgili şu anlayışlara sahip olma • Eşdeğer oranları, oluşturulmuş bir oranı tekrar ederek veya bölümlere ayırarak oluşturmak • Bir orandaki nicelik belirli bir çarpan ile çarpılır veya bölünürse orantılı ilişkiyi korumak için diğer nicelik de aynı çarpanla çarpılmalı veya bölünmelidir

Temel Yeterlikler	Alt Yeterlikler
	• İki oran türü olan birleştirilmiş birimler ve çarpımsal karşılaştırmaların birbiriyle ilişkili olduğunu anlama Temel Anlayış 8: Genelleştirilmiş oranı birbirine denk olan sonsuz sayıdaki oranın oluşturduğu bir küme olarak anlama Temel Anlayış 9: Farklı akıl yürütme biçimlerini orantı problemlerinin çözümünde kullanılabilecek algoritmalara genelleştirme
"Orantısız İlişkileri Anlama" yeterliği	Temel Anlayış 10: Bir problem bağlamındaki yüzeysel ipuçlarının nicelikler arasında orantılı bir ilişki olup olmadığının belirlemeye yeterli kanıt sağlamadıklarının farkında olma.

Çalışmada, öncelikle 31 çoktan seçmeli ve 14 açık uçlu problemden oluşan 45 maddelik bir Orantısal Akıl Yürütme Testi hazırlanmıştır. Çalışmada kullanılan problemlerin belirlenmesinde önceki araştırmalarda (Örn., Arıcan, 2019b; Avcu, 2010; De Bock ve ark., 2007; Lobato ve ark., 2010) kullanılan orantısal akıl yürütme problemleri dikkate alınmıştır. Kırk beş problemin Lobato ve arkadaşları (2010) tarafından verilen 10 temel anlayıştan hangisini veya hangilerini ölçtüğünü belirleyebilmek için üç matematik eğitimcisi ve bir matematik öğretmeni tarafından Tablo 3'te verilen Q-matris üzerinde bağımsız kodlamalar yapılmıştır. Kodlayıcılar üç defa bir araya gelerek Orantısal Akıl Yürütme Testi'ndeki problemlerin hangi temel anlayışları ve yeterlikleri ölçtüğüne yönelik uzlaşmaya varmışlar ve Tablo 3.3'te yer alan ilk Q-matrisi oluşturmuşlardır. Q-matriste eğer test maddesi verilen temel yeterliği ölçüyorsa "1" ölçmüyorsa "0" olarak kodlanmıştır.

Tablo 3.3. İlk Q Matris

Yeterlikler	Maddeler														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Y1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Y2	0	1	1	0	0	0	1	0	1	1	1	0	1	1	1
Y3	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	1	1
	Maddeler														
	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
Y1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Y2	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	0
Y3	1	0	1	1	1	1	0	1	1	0	0	0	0	1	0
	Maddeler														
	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45
Y1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Y2	0	0	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Y3	0	0	0	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0	0	1

Not. Y1: "Oranı Anlama" yeterliği, Y2: "Orantıyı Anlama" yeterliği, Y3: "Orantısız İlişkileri Anlama" yeterliği

Q-matris oluşturulduktan sonra test maddelerinin güçlüklerini ve madde yeterlik ayırt edicilik indekslerini belirlemek için madde analizi yapılmıştır. Madde güçlük indeksleri 0 ile 1 arasında değişmekle birlikte sıfıra yakın değerler soruların zor olduğunu, bire yakın değerler ise soruların kolay olduğunu göstermektedir (Hasançebi ve ark., 2020). Bu çalışmada madde güçlük indekslerinin .03 ile .95 arasında değiştiği ve .46 ortalamaya sahip olduğu görülmüştür. Testin ortalama madde güçlük indeksinin .50 civarında olması tavsiye edilmektedir (Hasançebi ve ark. 2020). Çalışmada elde edilen madde güçlük indeksleri Tablo 3.4'te verilmiştir.

Tablo 3.4. Madde Güçlük İndeksleri

Maddeler	İndeks	Maddeler	İndeks	Maddeler	İndeks
Madde 1	.92	Madde 16	.29	Madde 31	.38
Madde 2	.90	Madde 17	.63	Madde 32	.95
Madde 3	.91	Madde 18	.06	Madde 33	.52
Madde 4	.21	Madde 19	.90	Madde 34	.93
Madde 5	.05	Madde 20	.04	Madde 35	.13
Madde 6	.04	Madde 21	.80	Madde 36	.50
Madde 7	.82	Madde 22	.37	Madde 37	.06
Madde 8	.83	Madde 23	.12	Madde 38	.68
Madde 9	.47	Madde 24	.72	Madde 39	.72
Madde 10	.94	Madde 25	.59	Madde 40	.52
Madde 11	.58	Madde 26	.21	Madde 41	.03
Madde 12	.36	Madde 27	.25	Madde 42	.03
Madde 13	.75	Madde 28	.23	Madde 43	.21
Madde 14	.10	Madde 29	.63	Madde 44	.30
Madde 15	.45	Madde 30	.46	Madde 45	.12

Madde yeterlik ayırt edicilik indeksleri bir maddenin gerekli özellik veya niteliklerde uzmanlaşan ve uzmanlaşmayanlar arasında iyi bir ayrım yapıp yapmadığını belirlemekte kullanılır (Henson ve ark., 2009). de la Torre (2008) madde yeterlik ayırt edicilik indeksinde .31 değerinin düşük olduğunu belirtmiştir. Buna rağmen .31'den küçük indekse sahip olan maddelerin kesinlikle testten çıkarılıp çıkarılmayacağına dair alanyazında bir bilgiye rastlanılamamıştır. Tablo 3.4'teki Q-matris ve öğretmen adaylarının test maddelerine verdiği cevapları içeren Excel dosyası DCM Item Analysis programı ile analiz edilerek her bir test maddesinin madde yeterlik ayırt edicilik indeksleri hesaplanmıştır. Hesaplanan indeks değerlerinden en küçük olan (sıfıra en yakın olan) değere ait yeterlik ilgili madde tarafından ölçülmüyor kabul edilip Tablo 3.3'te Q-matris değeri 1'den 0'a dönüştürülmüştür. Bu şekilde, analiz tekrar ettirilip yine en küçük indeks değerine göre Q-matriste düzenlemeler yapılmıştır. Bir test maddesinin ölçtüğü yeterlik kalmadığı durumlarda o madde testten çıkartılmıştır. Bazı maddelerin yeterlik ayırt edicilik indeksleri .31’den düşük olsa bile bu maddeler madde güçlük indeksi ile beraber değerlendirilip testten çıkarılmamıştır. Testte bulunan maddelerin yeterlik ayırt edicilik indeksleri ve silinen maddeler Tablo 3.5’te verilmiştir. Örneğin ilk madde numarası 37 olan sorunun madde yeterlik ayırt edicilik indeks değeri düşük olmasına rağmen açık uçlu ters orantı maddesi olarak tek kalmasından dolayı testten çıkartılmamıştır.

Tablo 3.5. Madde Yeterlik Ayırt Edicilik İndeksleri

Maddelerin İlk Numarası	Maddelerin Yeterlik Ayırt Edicilik İndeksi			Maddelerin Son Numarası
	Y1	Y2	Y3	
1	.117			Silindi
2	.273	.263		1
3	.213	.227	.197	2
4	.172			3
5	-.011			Silindi
6	.046			Silindi
7	.388	.481		4
8	.353			5
9	.637	.699	.798	6
10	.230	.235		7
11	.692	.753	.819	8
12	.114			Silindi
13	.542	.557		9
14			.115	Silindi
15	.533	.555	.541	10
16	.495	.549	.525	11
17	.548	.557		12
18			.145	Silindi
19	.317	.337	.269	13
20			.101	Silindi
21	.390	.435	.377	14
22	.447	.427		15
23	.190	.195	.198	16
24	.532	.577	.531	17
25	.602	.622		18
26	.183			19
27	.487			20
28	.402			21
29	.610	.665	.671	22
30	.410			23
31	.555			24
32	.086			Silindi
33		.122		Silindi
34	.127			Silindi
35	.173			25
36	.680	.701	.850	26
37	.183	.210	.191	27
38	.412	.478		28
39	.500	.502	.487	29
40	.623	.615		30
41			.111	Silindi

Maddelerin İlk Numarası	Maddelerin Yeterlik Ayırt Edicilik İndeksi			Maddelerin Son Numarası
	Y1	Y2	Y3	
42			.131	Silindi
43	.503	.480		31
44	.588	.626		32
45	.187	.204		33

Not. Y1: "Oranı Anlama" yeterliği, Y2: "Orantıyı Anlama" yeterliği, Y3: "Orantısız İlişkileri Anlama" yeterliği

Tablo 3.5'e göre yedi tane çoktan seçmeli madde ve beş tane açık uçlu madde silinmiştir. Yeni madde numaralarına göre oluşan Q-matrisin son hali Tablo 3.6'da verilmiştir. Devam eden analizler Tablo 3.6'da verilen Q-matris ve öğretmen adaylarının 24 çoktan seçmeli ve dokuz açık uçlu problemden oluşan 33 maddelik Orantısal Akıl Yürütme Testi'ne verdikleri cevaplar kullanılarak yapılmıştır.

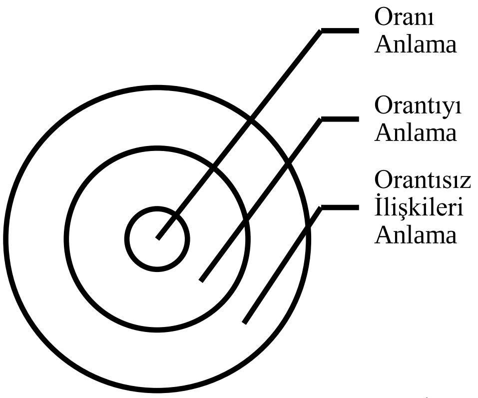
Tablo 3.6. Yeni Q Matris

	Maddeler																
Yeterlikler	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
Y1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Y2	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Y3	0	1	0	0	0	1	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1

	Maddeler															
Yeterlikler	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
Y1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
Y2	1	0	0	0	1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1	1
Y3	0	0	0	0	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	0

Not. Y1: "Oranı Anlama" yeterliği, Y2: "Orantıyı Anlama" yeterliği, Y3: "Orantısız İlişkileri Anlama" yeterliği

Tablo 3.3 ve Tablo 3.6'daki ilk ve son Q-matris yeterlikler arasında hiyerarşik bir ilişki olduğu varsayımıyla oluşturulmuştur. İlgili alanyazın ve araştırmacıların deneyimleri oranı anlama, orantıyı anlama ve orantısız ilişkileri anlama temel yeterlikleri arasında hiyerarşik bir ilişki olduğunu gözler önüne sermiştir. Orantıyı anlama yeterliğinde uzmanlaşmış olmak oranı anlama yeterliğinde uzmanlaşmayı gerektirir. Benzer şekilde, orantısız ilişkileri anlama yeterliğinde uzmanlaşmış olmak oranı anlama ve orantıyı anlama yeterliklerinde uzmanlaşmış olmayı gerektirir. Bu hiyerarşik ilişki Şekil 3.1'de gösterilmiştir.



Şekil 3.1 Yeterlikler Arasındaki Hiyerarşik İlişki

Q-matris oluşturulurken ikinci yeterliği ölçüp birinci yeterliği ölçmeyen maddeler birinci yeterlikte Q-matriste ölçülüyor olarak girilmiştir. Benzer şekilde, üçüncü yeterliği ölçüp birinci ve ikinci yeterliği ölçmeyen maddeler Q-matriste hem birinci hem de ikinci yeterliği ölçülüyor olarak girilmiştir. Diğer bir ifadeyle, Q-matriste Y2 "1" olarak girilmiş ise Y1 de "1" olarak girilmiştir. Aynı şekilde, Y3 "1" olarak girilmiş ise hem Y1'e hem de Y2'ye "1" değeri verilmiştir.

3.3.1 Örnek Sorular

Tablo 3.2'deki temel yeterliklere ve alt yeterliklere ait örnek sorular aşağıda verilmiş olup çözümleri detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

1) (EK-2 23. Soru)

Yüzde kavramı ile ilgili aşağıdakilerden hangisi veya hangileri doğrudur?

I) Yüzde ifadesi (%) her zaman bir karşılaştırma içerdiği için oran olarak kabul edilebilir.

II) Yüzde ifadesi (%) hem parça-parça hem de parça-bütün oluşturan durumların karşılaştırılmasında kullanılabilir.

III) Yüzde, birimsiz oran olarak tanımlanabilir.

A) Yalnız I

B) Yalnız II

C) I ve III

D) II ve III

E) I, II ve III

Çözüm: Temel Anlayış 4'ü içeren bir sorudur. Öğrencilerin bu soruyu çözebilmeleri için oranın yüzde ile ifade edilebileceğini ve oran ile kesir arasındaki farkları bilmesi gerekmektedir.
I. Yüzde ifadesi her zaman bir karşılaştırma içerir. Örneğin, bir portakal suyundaki suyun portakal suyu içindeki yüzdesi hem oran hem de yüzde belirtir. Dolaysıyla bir karşılaştırmadır.
II. Yüzde ifadesi parça-parça olarak bir sınıftaki kız ve erkek öğrencilerin oranı ve parça-bütün olarak kız öğrencilerin sınıf mevcuduna veya erkek öğrencilerin sınıf mevcuduna oranı birer yüzde belirtir.
III. Yüzde ifadesi birimsiz bir oran olabilir. Örneğin 100 mililitre portakal suyundaki suyun miktarı 20 mililitre, portakal konsantresinin miktarı ise 80 mililitre olsun. Burada su miktarının portakal konsantresi miktarına oranı $\frac{20\ mililitre}{80\ mililitre} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100}$ = %25 olacaktır.
Çözümlerden yola çıkarak cevabın E şıkkı yani I, II ve III olduğu görülecektir.

2) (EK-2, 17. Soru)

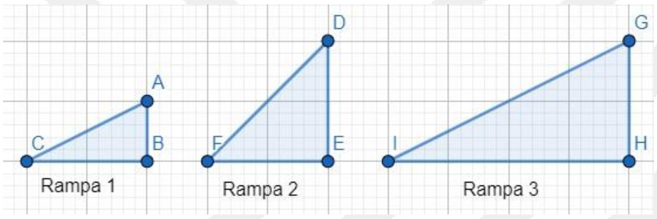
Mert, bir tahtaya bir doğru boyunca eşit aralıklarla çivi çakmıştır. Sami de başka bir tahtaya bir doğru boyunca eşit aralıklarla çivi çakmıştır. Mert, Sami'den daha fazla çivi çakmıştır ve Mert'in tahtası Sami'nin tahtasından daha kısadır. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Mert'in tahtasındaki çiviler arası mesafe daha kısadır.
B) Sami'nin tahtasındaki çiviler arası mesafe daha kısadır.
C) İki tahtadaki çivilerin arasındaki mesafe aynıdır.
D) Çivi sayısı ve tahta uzunluğuna bağlı olarak Sami'nin çivileri arası mesafe, Mert'inkinden daha uzun veya eşit olabilir.
E) Sorunun çözümü için gerekli olan bilgilerde eksiklik vardır.

Çözüm: Temel Anlayış 1, Temel Anlayış 2 ve Temel Anlayış 10'u içeren bir sorudur. Öncelikle öğrencinin iki niceliği kontrol etmesi gerekir. Bu nicelikler çivi sayısı ve tahta uzunluğudur. Burada öğrenci tek bir niceliğe odaklanırsa soruyu yanlış çözecektir. Bir diğer dikkate alınması gereken temel anlayış iki niceliği çarpımsal olarak karşılaştırılmasıdır. Mert 10 çivi, Sami ise 5 çivi çakmış olsun. Mert'in tahtasının uzunluğu 10 santimetre, Sami'nin tahtasının uzunluğunu ise 15 santimetre olsun. Burada

Mert'in tahtasındaki çiviler arası mesafe $\frac{10\ cm}{10} = 1\ cm$, Sami'ninki ise $\frac{15\ cm}{5} = 3\ cm$ olacaktır. Mert'in çaktığı çiviler arası mesafe Sami'nin çaktığı çiviler arası mesafenin $\frac{1cm}{3cm} = \frac{1}{3}$ katı ya da Sami'nin çaktığı çiviler arası mesafe Mert'in çaktığı çiviler arası mesafenin $\frac{3\ cm}{1cm} = 3$ katı olacaktır. Dikkat edilmesi gereken son temel anlayış nicelikler arasında orantılı bir ilişkinin olup olmadığıdır. Burada kısa tahtaya daha çok çivi çakılıp uzun tahtaya daha az çivi çakılacağı için çiviler arası mesafenin iki tahtada birbirine eşit olmayacağını ve dolayısıyla çivi sayısı ve tahta uzunluğu arasında orantılı bir ilişkinin olmadığını anlamak gerekmektedir. Açıklamalar göz önüne alındığında doğru cevap A şıkkı olacaktır yani "Mert'in tahtasındaki çiviler arası mesafe daha kısadır".

3) (EK-2, 15. Soru)



Yukarıdaki şekilde üç farklı engelli rampası verilmiştir. Buna göre aşağıdakilerden hangisi veya hangileri doğrudur?

I) Rampa 1 ve Rampa 2'nin eğimleri aynıdır.

II) Rampa 1'e tırmanmak için yapılan iş miktarı ile Rampa 3'e tırmanmak için yapılan iş miktarı aynıdır.

III) Rampa 1 ile Rampa 3'ün diklikleri aynıdır.

A) I ve II

B) II ve III

C) I, II ve III

D) Yalnız II

E) Yalnız III

Çözüm: Temel Anlayış 2, Temel Anlayış 3, Temel Anlayış 7 ve Temel Anlayış 8'i içeren bir sorudur. Temel Anlayış 2 alt yeterliğine sahip bir öğrenci bu soruda öğrencilerin bu rampaların dikliklerini (eğimlerini) karşılaştırması gerekir. Soruda verilenlere göre $m_1 = \frac{1}{2}, m_2 = \frac{2}{2} = 1, m_3 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$'dir. Buradan hareketle $m_1 = m_3 \neq m_2$ olacaktır. Bu sonuca göre birinci öncül yanlış iken üçüncü öncül doğru olacaktır. Temel Anlayış 3 alt yeterliğine sahip olan bir öğrenci ise bu soruda diklik ile yapılan işi birbirinden ayırması gerekir. Yapılan iş yerçekimi potansiyel enerjisindeki değişimdir. Yükseklik arttıkça yapılan iş miktarı da artacaktır. Buradan hareketle Rampa 1'e tırmanmak için yapılan iş miktarı Rampa 2 ve Rampa 3'e göre daha azdır. Rampa 2 ve Rampa 3'ün yükseklikleri aynı olduğu için bu rampalara çıkarken yapılan iş miktarları aynı olacaktır. Dolaysıyla ikinci öncül de yanlış olacaktır. Temel Anlayış 7 alt yeterliğine sahip olan bir öğrenci ise bu soruda diklikleri (eğimleri) tekrar ederek eşdeğer oranlar oluşturup karşılaştırmalar yapabilir. Bu öğrenci $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}$ şeklinde eşdeğer oranlar oluşturarak Rampa 1 ile Rampa 3'ün dikliklerinin birbirine eşit olduğu ve Rampa 2'nin dikliğinin ise bu dikliklerden farklı olduğunu bulabilir. Oranları aynı çarpan ile çarpıp veya bölerek ($\frac{1}{2}=\frac{1.2}{2.2}=\frac{2}{4}$) Rampa 1 ve Rampa 3'ün dikliklerinin birbirine eşit olduğu ve Rampa 2'nin dikliğinin ise bu dikliklerden farklı olduğu bulabilir. Birim orana bakarak karşılaştırma yapabilir. Rampa 1'de yükseklik taban uzunluğunun $\frac{1}{2}$ katı veya taban uzunluğu yüksekliğin $\frac{2}{1}=2$ katıdır. Rampa 2'de yükseklik taban uzunluğunun $\frac{2}{2}=1$ katı olduğu için taban uzunluğu da yüksekliğin bir katıdır. Rampa 3'te yükseklik taban uzunluğunun $\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$ katı, taban uzunluğu ise yüksekliğin $\frac{4}{2}=2$ katıdır. Buradan hareketle Rampa 1 ve Rampa 3'ün dikliklerinin aynı olduğunu Rampa 2'nin dikliğinin ise Rampa 1 ve Rampa 2'den farklı olduğunu görebilir. Temel Anlayış 8 alt yeterliğine sahip olan bir öğrenci ise oranlardan birbirine eşit sonsuz sayıda bir denklik kümesi oluşturabilir. Bu sayede diklikler arasında bir karşılaştırma yaparak sorunun cevabına ulaşabilir. Cevap E şıkkı yani Yalnız III olacaktır.

4) (EK-2, 4. Soru)

Bir restoranda 3 döner ile 5 tost aynı fiyata satılmaktadır. Aynı restoranda 7 tost ile 3 lahmacun da aynı fiyata satılmaktadır. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) 6 tost ile 10 lahmacunun fiyatı aynıdır.

B) 7 döner ile 5 lahmacunun fiyatı aynıdır.

C) 5 tost ile 3 lahmacununun fiyatı aynıdır.

D) 3 döner ile 4 lahmacunun fiyatı aynıdır.

E) 6 döner ile 15 tostun fiyatı aynıdır.

Çözüm: Temel Anlayış 2, Temel Anlayış 5, Temel Anlayış 6, Temel Anlayış 7, Temel Anlayış 8, Temel Anlayış 9'u içeren bir sorudur. Temel Anlayış 2 alt yeterliğine sahip bir öğrenci bu soruda kendisine öncelikle kendi kendine "Tostun fiyatı dönerin fiyatının kaç katıdır? veya "Tostun fiyatı lahmacunun fiyatının kaç katıdır?" gibi sorular sorarak karşılaştırma yapması gerekir. Buradan hareketle $1 \text{ tost} = \frac{3}{5} \text{ döner} = \frac{3}{7} \text{ lahmacun}$ olacaktır. Temel Anlayış 7 alt yeterliğine sahip olan bir kişi ise bu eşitlikten yola çıkarak eşitliğin her iki tarafını aynı çarpanla çarparak veya bölerek sonuca ulaşabilir.

$$35.\frac{3}{5} \text{ döner} = 35.\frac{3}{7} \text{ lahmacun}$$

$$21 \text{ döner} = 15 \text{ lahmacun}$$

$$\frac{21 \text{ döner}}{3} = \frac{15 \text{ lahmacun}}{3}$$

$$7 \text{ döner} = 5 \text{ lahmacun}$$

Temel Anlayış 5 alt yeterliğine sahip olan bir kişi ise; her iki fiyat karşılaştırmasında tost ortak olduğu için tost sayılarını eşitleyerek soruyu çözebilir.

3 döner = 5 tost	7 tost = 3 lahmacun
7·3 döner = 7·5 tost	5·7 tost = 5·3 lahmacun
21 döner = 35 tost	35 tost= 15 lahmacun

Bu iki eşitliği birleştirecek olursak;

21 döner = 15 lahmacun eşitliğini buluruz. En sade halini bulmak içinde her iki tarafı aynı çarpanlar böleriz (Temel Anlayış 7).

(21 döner : 3) = (15 lahmacun : 3)

7 döner = 5 lahmacun

Temel Anlayış 6 ve Temel Anlayış 8 alt yeterliğine sahip olan bir kişi;

$5 \text{ tost} = 3 \text{ döner}$	$7 \text{ tost} = 3 \text{ lahmacun}$
$\frac{5 \text{ tost}}{5} = \frac{3 \text{ döner}}{5}$	$\frac{7 \text{ tost}}{7} = \frac{3 \text{ lahmacun}}{7}$
$1 \text{ tost} = \frac{3}{5} \text{döner}$	$1 \text{ tost} = \frac{3}{7} \text{ lahmacun}$

$$\frac{3}{5} \text{ döner} = \frac{3}{7} \text{ lahmacun}$$

$$35 \cdot \frac{3}{5} \text{ döner} = 35 \cdot \frac{3}{7} \text{ lahmacun}$$

$21 \text{ döner} = 15 \text{ lahmacun}$

$\frac{21 \text{ döner}}{3} = \frac{15 \text{ lahmacun}}{3}$

$7 \text{ döner} = 5 \text{ lahmacun}$

şeklinde bir çözüm ile sonuca ulaşacaktır.

Temel Anlayış 9 alt yeterliğine sahip olan birisi;

$\frac{3 \text{ döner}}{5 \text{ tost}} = \frac{3 \text{ lahmacun}}{7 \text{ tost}}$

$3 \text{ döner} \cdot\ 7 \text{ tost} = 3 \text{ lahmacun} \cdot\ 5 \text{ tost}$

$21 \text{ döner} \cdot \text{tost} = 15 \text{ lahmacun} \cdot \text{tost}$

$\frac{21 \text{ döner} \cdot \text{tost}}{1 \text{ tost}} = \frac{15 \text{ lahmacun} \cdot \text{tost}}{1 \text{ tost}}$

$21 \text{ döner} = 15 \text{ lahmacun}$

$\frac{21 \text{ döner}}{3} = \frac{15 \text{ lahmacun}}{3}$

$7 \text{ döner} = 5 \text{ lahmacun}$

şeklinde içler dışlar çarpımı algoritmasını kullanarak soruyu çözebilecektir. Cevap ise B şıkkıdır.

3.4. Veri Analizi

Öğretmen adaylarının “Oranı anlama”, “Orantıyı anlama” ve “Orantısız ilişkileri anlama” yeterliklerine sahip olma olasılıklarının hesaplanması için gerekli kodların R programı (R Core Team, 2022) ile kullanmak üzere Mplus Input Generator programıyla Mplus 6.12 için bir kod oluşturulmuştur. Daha sonra Tablo 6’daki matris ile Denklem 3.1 kullanılarak Mplus 6.12 (Muthen ve Muthen, 2011) programı ile olasılıklar hesaplanmıştır.

$$\mathrm{P}(X_{ei} = 1 \mid \alpha_e) = \frac{\begin{array}{c} 1+exp\big(\lambda_{i,0} + \lambda_{i,1(1)}\alpha_{e1}+\lambda_{i,1(2)}\alpha_{e2} +\lambda_{i,1(3)}\alpha_{e3} +\lambda_{i,2(1,2)}\alpha_{e1}\alpha_{e2}\big)+\lambda_{i,2(1,3)}\alpha_{e1}\alpha_{e3} \\ +\lambda_{i,2(2,3)}\alpha_{e2}\alpha_{e3}+\lambda_{i,3(1,2,3)}\alpha_{e1}\alpha_{e2}\alpha_{e3} \end{array}}{\begin{array}{c} 1+exp\big(\lambda_{i,0} + \lambda_{i,1(1)}\alpha_{e1}+\lambda_{i,1(2)}\alpha_{e2} +\lambda_{i,1(3)}\alpha_{e3} +\lambda_{i,2(1,2)}\alpha_{e1}\alpha_{e2}\big)+\lambda_{i,2(1,3)}\alpha_{e1}\alpha_{e3} \\ +\lambda_{i,2(2,3)}\alpha_{e2}\alpha_{e3}+\lambda_{i,3(1,2,3)}\alpha_{e1}\alpha_{e2}\alpha_{e3} \end{array}}$$

(Denklem 3.1.)

Bu denklemde, $\lambda_{i,0}$ parametresi kesişim (İng.: intercept) parametresi olup ilgili maddenin ölçtüğü yeterliklere sahip olmayan adayların o maddelere doğru yanıt verme durumlarını hesaplamada kullanılan logaritmik olasılıkları temsil etmektedir. $\lambda_{i,1(1)}$, $\lambda_{i,1(2)}$ ve $\lambda_{i,1(3)}$ parametreleri temel etki parametreleri olup örneğin $\lambda_{i,1(3)}$ parametresi sadece "Orantısız ilişkileri anlama" yeterliğine sahip olan adayların ilgili test maddelerine doğru yanıt verme durumlarını hesaplamada kullanılan logaritmik olasılıkları temsil etmektedir. Kalan parametreler ise etkileşim parametreleridir. Örnek verecek olursak, $\lambda_{i,1(1,2)}$ parametresi "Oranı anlama" ve "Orantıyı anlama" yeterliklerine sahip adayların ilgili test maddelerine doğru yanıt verme durumlarını hesaplamada kullanılan logaritmik olasılıkları temsil etmektedir. Veri analizinin ilk adımı olarak en uygun LCDM modelinin belirlenmesi amacıyla maksimum olasılık tahmincisi (Maximum Likelihood Robust-MLR) (Satorra ve Bentler, 2010) ile log-likelihood değerlerini kullanarak bir ki-kare fark testi yapılmıştır. Test sonucunda tek, iki ve üç yönlü modeller karşılaştırılmıştır (bkz. Tablo 3.7). Tek yönlü model sadece kesişim parametresi ($\lambda_{i,0}$) ve ana etkileri ($\lambda_{i,1(1)}$, $\lambda_{i,1(2)}$, $\lambda_{i,1(3)}$); iki yönlü model kesişim parametresi ($\lambda_{i,0}$), ana etkileri ($\lambda_{i,1(1)}$, $\lambda_{i,1(2)}$, $\lambda_{i,1(3)}$) ve ikili ilişkileri ($\lambda_{i,2(1,2)}$, $\lambda_{i,2(2,3)}$, $\lambda_{i,2(1,3)}$); üç yönlü model ise kesişim parametresi ($\lambda_{i,0}$), ana etkileri ($\lambda_{i,1(1)}$, $\lambda_{i,1(2)}$, $\lambda_{i,1(3)}$), ikili ilişkileri ($\lambda_{i,2(1,2)}$, $\lambda_{i,2(2,3)}$, $\lambda_{i,2(1,3)}$) ve üçlü ilişkiyi ($\lambda_{i,3(1,2,3)}$) Denklem 3.1'de verilen modele dahil etmektedir.

Tablo 3.7. Tek, İki ve Üç Yönlü Yapılsal Modeller İçin Ki-Kare Test Sonuçları ve Uyum İndeksleri

Model	**AIC**	**BIC**	**SSA BIC**	**LL**	**NPR**	**Chd**	***df***	***p***
Tek Yönlü	21694,14	22206,52	21854,05	-10736,068	111	30.175	-	-
İki Yönlü	21646,05	22393,85	21879,44	-10661,022	162	-19.675	1	#SAYI!
Üç Yönlü	21714,21	22522,02	21966,33	-10682,104	175	91.411	1	0
….								
….								
En iyi	21551,798	22105,726	21724,681	-10655,899	120			

Not. AIC: Akaike ölçütü; BIC: Bayes bilgi kriteri; SSA BIC: Örneklem büyüklüğü ayarlanmış Bayes bilgi kriteri; LL: Log-olasılık; NPR: Tahmini parametre sayısı; Chd: Ki-kare farkı; df: Serbestlik derecesi

Ki-kare farkının istatistiki açıdan anlamlı olması yani *p* değerinin .05 değerinden küçük olması daha fazla tahmini parametre sayısına sahip modelin daha az tahmini parametre sayısına sahip modele göre verilere daha iyi uyduğu anlamına gelir (Werner and Schermelleh-Engel, 2010). Rupp ve arkadaşları (2010) *p* değerinin .05 ten büyük çıkması durumunda karşılaştırılan her iki modelinde veriye uygun olduğunu ve bu durumda en uygun modeli seçmek için AIC ve BIC bilgi kriterlerinin incelenmesi gerektiğini söylemiştir. Tablo 3.7 incelendiğinde üç yönlü modelin diğer iki modele göre daha uygun olduğu görülmektedir. Bu sebeple, devam eden analizler üç yönlü model kullanılarak yapılmıştır. Üç yönlü modelde anlamlı olmayan (p > .05) temel etki ve etkileşim parametreleri en yüksek parametre değerine sahip üçlü ilişkiden başlayarak LCDM analizinden birer birer kaldırılmıştır. Model her etkileşim etkisi kaldırıldığında tekrardan çalıştırılmıştır. Tablo 3.7'de 175 parametre sayısına sahip olan üç yönlü modelden istatistiksel olarak anlamlı olmayan 55 parametre çıkartılarak 120 parametre tahmin eden en uyumlu model elde edilmiştir.

Yapılan analiz sonucunda elde edilen her bir katılımcıya ait olan yeterliklere sahip olma olasılıkları, cinsiyetleri, sınıf düzeyleri, üniversite kodları, üniversitelerin bölge kodları ve üniversitelerin 2022 yılı taban puanları düzeylerinin kodları, çalışmanın alt soruları olan ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıklarının cinsiyete, kayıtlı oldukları üniversiteye, üniversitelerin bulundukları bölgelere, üniversitelerin 2022 yılı taban puanları düzeylerine ve sınıf düzeylerine göre farklılık gösterip göstermediği sorularına cevap aramak için SPSS (Statistical Package for the Social Sciences) programına aktarılmıştır. Elde edilen verilerin normalliği Kolmogorov-Smirnov testi, Shapiro-Wilk testi, basıklık ve çarpıklık katsayıları ve grafikler (histogram, Box-plot ve Q-Q plot) ile incelenmiştir. Verilerin normal dağılımdan farklılaşmaması için basıklık ve çarpıklık katsayıları kendilerine ait standart hatalarına bölünmesiyle elde edilen sayının -1.96 ile +1.96 arasında olması gerekir (Kim, 2013). Basıklık ve çarpıklık katsayılarının kendi standart hatalarına bölünmesiyle elde edilen sonuçlar sırasıyla "Oranı anlama" yeterliği için -1.899 ve -13.64, "Orantıyı anlama" yeterliği için -3.70 ve 12.61, "Orantısız ilişkileri anlama" yeterliği için 11.01 ve 20.76 olarak bulunmuştur. Kolmogorov-Smirnov ve Shapiro-Wilk testlerinin sonucunda ise p değeri .05'ten küçük bulunmuştur. Ayrıca histogram, Box plot ve Q-Q plot grafikleri incelendiğinde dağılımın normal dağılıma uygun olmadığı görülmüştür. Varyansların homojenliğine Levene Testi ile bakılmış p değeri .05'ten küçük olduğu için varyansların homojen olmadığı görülmüştür. Elde edilen bu sonuçlara göre parametrik test varsayımlarının karşılanmadığı görülmüştür. Adayların orantısal akıl yürütme yeterliklere sahip olma olasılıklarının cinsiyete göre farklılaşıp farklılaşmadığı Mann-Whitney U testi ile araştırılmıştır. Üniversite sınıf düzeyi, üniversiteler arası, üniversitelerin bulundukları bölge ve üniversitelerin 2022 yılı taban puanlarına göre farklılaşıp farklılaşmadığı Kruskal Wallis-H testi, farklılaşmanın hangi gruplar arasında olduğunun tespiti içinde varyanslar homojen dağılmadığından dolayı

Tamhane’s T2 testi uygulanmıştır. Tamhane’s T2 testi tutucu ve dikkatli karşılaştırmalar (Hochberg ve Tamhane, 1987) yapmasından dolayı tercih edilmiştir.

Tablo 3.8 Basıklık, Çarpıklık, Kolmogorov-Smirnov ve Shapiro-Wilk Değerleri

	Basıklık	**Basıklık STH**	**Çarpıklık**	**Çarpıklık STH**	**Kolmogorov-Smirnov**	**Shapiro-Wilk**
“Oranı anlama” yeterliği	-.340	.179	-1.214	.089	.000	.000
“Orantıyı anlama” yeterliği	-.664	.179	1.123	.089	.000	.000
“Orantısız ilişkileri anlama” yeterliği	1.971	.179	1.848	.089	.000	.000

Adayların maddelere verdikleri cevaplar, testten aldıkları toplam puanlar ile ortalama puanları SPSS programına aktarılmamıştır. Bunun sebebi ise adayların maddelerden elde ettikleri toplam ve ortalama puanlarının o yeterliğe sahip olma olasılıkları hakkında net bir bilgi vermemesidir (Kuzu ve Arıcan, 2020). Örneğin, bir yeterlik için ortalama ve toplam puanı düşük olan bir adayın yeterliğe sahip olma olasılığı yüksek olmakla beraber tam tersi durum da ortaya çıkabilmektedir (Tablo 4.2). Aday 13’ün toplam puanı daha az olmasına rağmen bütün yeterliklere sahiptir. Aday 27’nin toplam puanı daha fazla olmasına rağmen sadece “Oranı anlama” yeterliğine sahiptir. Adayların yeterliklerle ilişkili maddelerden alacakları maksimum puanlar “Oranı anlama” yeterliği için 33, “Orantıyı anlama” yeterliği için 25 ve “Orantısız ilişkileri anlama” yeterliği için 13’tür. Tablo 4.2’deki toplam puan adayların yeterliklerle ilişkili sorulara verdikleri doğru cevapları, ortalama puanlar ise maddelere verdikleri doğru cevapların ilişkili maddelerden alacakları maksimum puana oranını göstermektedir.

Tablo 3.9. Bazı Adayların her bir Yeterlik ile İlişkili Olan Maddelerden Aldıkları Puanların Dağılımı

Aday/Yeterlik		**“Oranı anlama” yeterliği**			**“Orantıyı anlama” yeterliği**			**“Orantısız ilişkileri anlama” yeterliği**		
	Yeterlik Sınıfı	**T**	**O**	**Y**	**T**	**O**	**Y**	**T**	**O**	**Y**
Aday 13	111	15	.454	.9094	11	.440	.8889	6	.461	.6727
Aday 112	000	17	.515	.2283	14	.560	.0000	7	.538	.0000
Aday 718	100	27	.818	1.000	21	.840	.0000	9	.692	.0000
Aday 139	110	11	.333	.8889	7	.280	.8845	3	.230	.0000

Not. T: Toplam madde puanı; O: Ortalama madde puanı; Y: Yeterliğe sahip olma olasılığı

4. BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu bölümde ilk olarak ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları incelenmiştir. Daha sonra, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları çeşitli değişkenler açısından incelenmiştir.

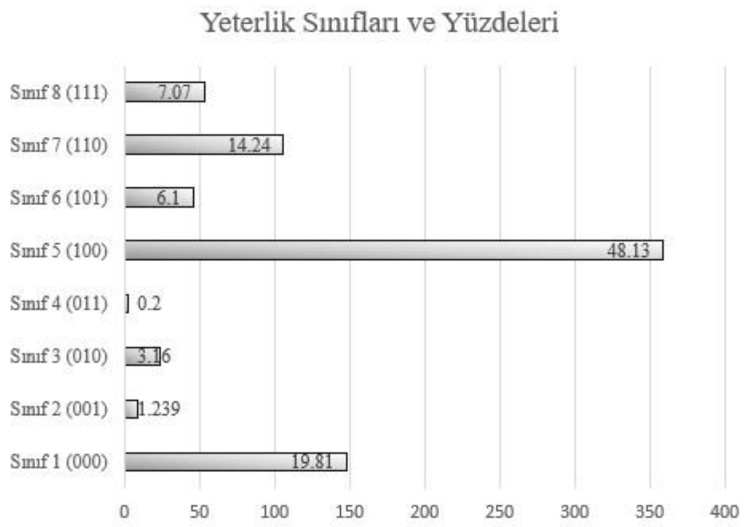
4.1. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Yeterliklerine Sahip Olma Olasılıklarının İncelenmesi

İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları Mplus programı yardımıyla incelenmiş ve elde edilen sonuçlar Tablo 4.1'de sunulmuştur. Tablo 4.1 incelendiğinde öğretmen adaylarının "Oranı anlama" yeterliğine .7554, "Orantıyı anlama" yeterliğine .2474 ve son olarak "Orantısız ilişkileri anlama" yeterliğine .1467 olasılık ile sahip oldukları hesaplanmıştır. Bu değerler aslında öğretmen adaylarının %75.54'ünün "Oranı anlama" yeterliğine, %24.74'ünün "Orantıyı anlama" yeterliğine ve %14.67'sinin "Orantısız ilişkileri anlama" yeterliğine sahip olduğunu göstermektedir. "Oranı anlama" yeterliğine öğretmen adaylarının diğer yeterliklere göre daha yüksek olasılıkla sahip olduğu görülmüştür. En düşük olasılıkla sahip olunan "Orantısız ilişkileri anlama" yeterliği olsa da "Orantıyı anlama" yeterliğine sahip olma olasılıklarının da düşük olduğu görülmektedir. "Orantısız ilişkileri anlama" yeterliğinin "Oranı anlama" ve "Orantıyı anlama" yeterliklerine, "Orantıyı anlama" yeterliğinin "Oranı anlama" yeterliğine göre daha düşük olasılığa sahip olmasının nedeni yeterlikler arasındaki hiyerarşik yapıdan kaynaklanmaktadır.

Tablo 4.1. Adayların Orantısal Akıl Yürütme Konularındaki Yeterliklere Sahip olma Olasılıkları

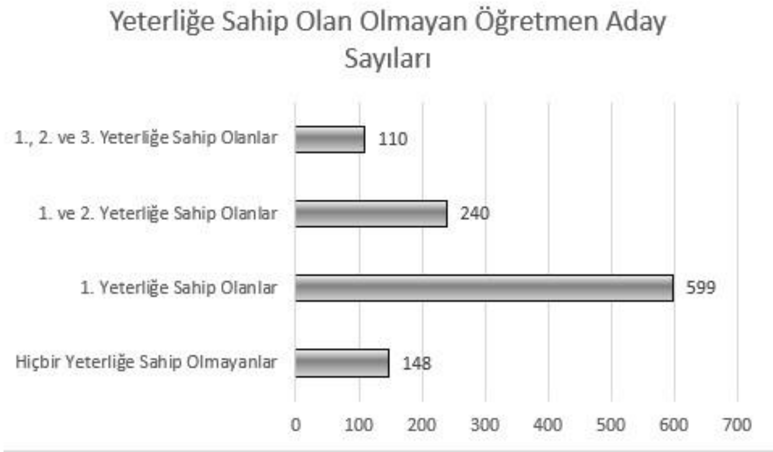
Yeterlikler	Olasılık
"Oranı anlama" yeterliği	.7554
"Orantıyı anlama" yeterliği	.2474
"Orantısız ilişkileri anlama" yeterliği	.1467

Templin ve Bradshaw (2013)'ın geliştirdiği güvenirlik ölçütüne göre testin her bir yeterliği sırasıyla .96, .99 ve .90 güvenirlikle ölçtüğü hesaplanmıştır. LCDM sınava giren her bir adayın hangi yeterliklerde uzmanlaşıp uzmanlaşmadıklarını gösteren yeterlik sınıflarına ayırır. Testimiz üç yeterliği ölçtüğü için yeterlik sınıflarımız $2^3 = 8$ adettir. Bu yeterlik sınıfları, sınıflardaki öğretmen adayı sayısı ve yüzdeleri Şekil 4.1'de gösterilmiştir.



Şekil 4.1 Yeterlik Sınıflarındaki Öğretmen Adayı Sayıları ve Yüzdeleri

Şekil 4.1'de verildiği gibi yaklaşık 148 öğretmen adayı (%19.81) hiçbir yeterliğe (000 veya Sınıf 1) sahip değildir. Model, hiyerarşik yapıda olduğundan yeterliklerimiz yığılmalı bir şekilde hesaplanmıştır. Yani ikinci yeterliğe sahip olan öğretmen adayları aynı zamanda birinci yeterliğe, üçüncü yeterliğe sahip olan öğretmen adayları ise hem birinci hem de ikinci yeterliğe sahiptir. Bu yüzden birinci yeterliğe sahip olan öğretmen adayları yaklaşık 599 (%80.19) kişidir. İkinci yeterliğe sahip olan öğretmen adayları yaklaşık 240 (%32.13) kişidir. Üçüncü yeterliğe sahip olan öğretmen adayları ise yaklaşık 110 (%14.73) kişidir (bkz. Şekil 4.2).



Şekil 4.2 Yeterliğe Sahip Olan ve Olmayan Öğretmen Aday Sayıları

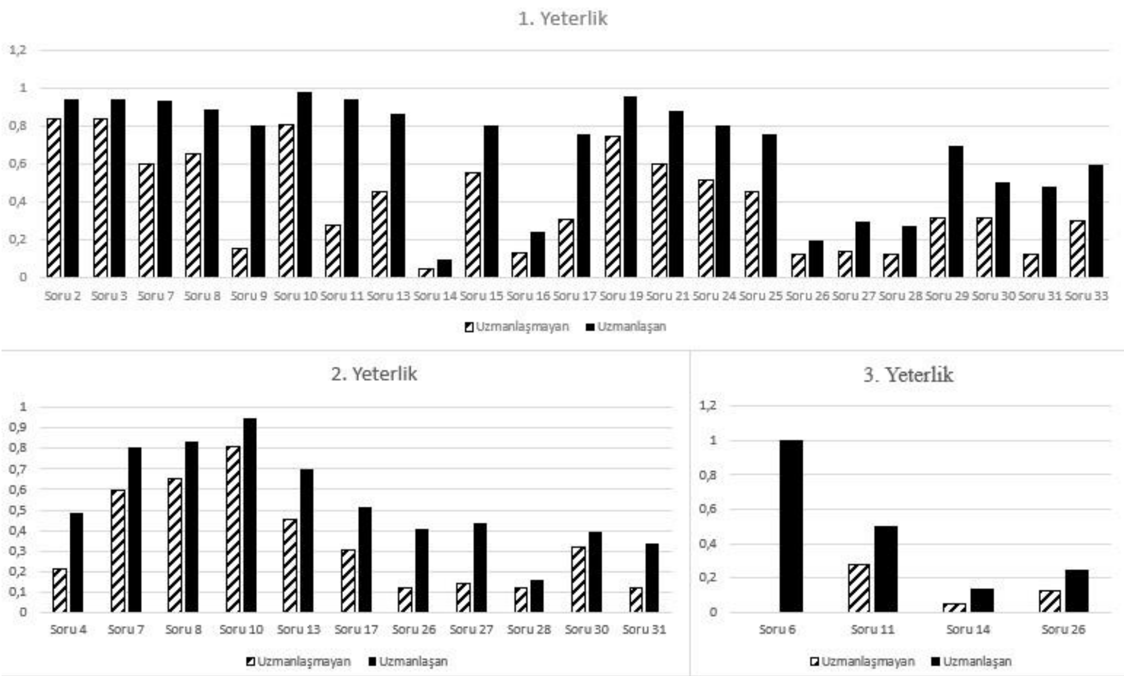
LCDM, sınava girenlerin yeterlik durumlarını tahmin etmek için her bir öğe için parametre tahminlerini (kesme, ana ve etkileşim) hesaplar. Madde parametre tahminleri Denklem 1 kullanılarak uzmanlık oranlarına dönüştürülmüştür (bkz. Tablo 4.2).

Tablo 4.2. Kesişme, Ana ve Etkileşim Parametrelerinin Tahmini Oranları

Madde	λi,0	λi,1(1)	λi,1(2)	λi,1(3)	λi,2(1,2)	λi, 2(1,3)	λi, 2(2,3)	λi, 3(1,2,3)
1	.948		.075		.966			
2	.836	.944		.419		.942	.000	.975
3	.837	.937						
4	.214		.484		.145			
5	.084	.037						
6	.000	.017	.000	1.000		.169	.000	.019
7	.598	.929	.804					
8	.653	.889	.833	.000		.780		
9	.158	.801			.000			
10	.806	.982	.947					
11	.277	.941		.498	.000			
12	.373							
13	.450	.864	.702		.701		1.000	1.000
14	.051	.095	.000	.132	.165			.029
15	.554	.802						
16	.134	.241				1.000	1.000	.753
17	.306	.758	.516				1.000	.421
18	.064				1.000			
19	.745	.953						
20	.037							
21	.597	.877						
22	.315					1.000	1.000	.550
23	.124							
24	.517	.805						
25	.454	.757						
26	.122	.193	.409	.246	.198			
27	.138	.293	.438		.282			
28	.121	.270	.159					
29	.314	.695		.000		.884	1.000	1.000
30	.316	.503	.396					

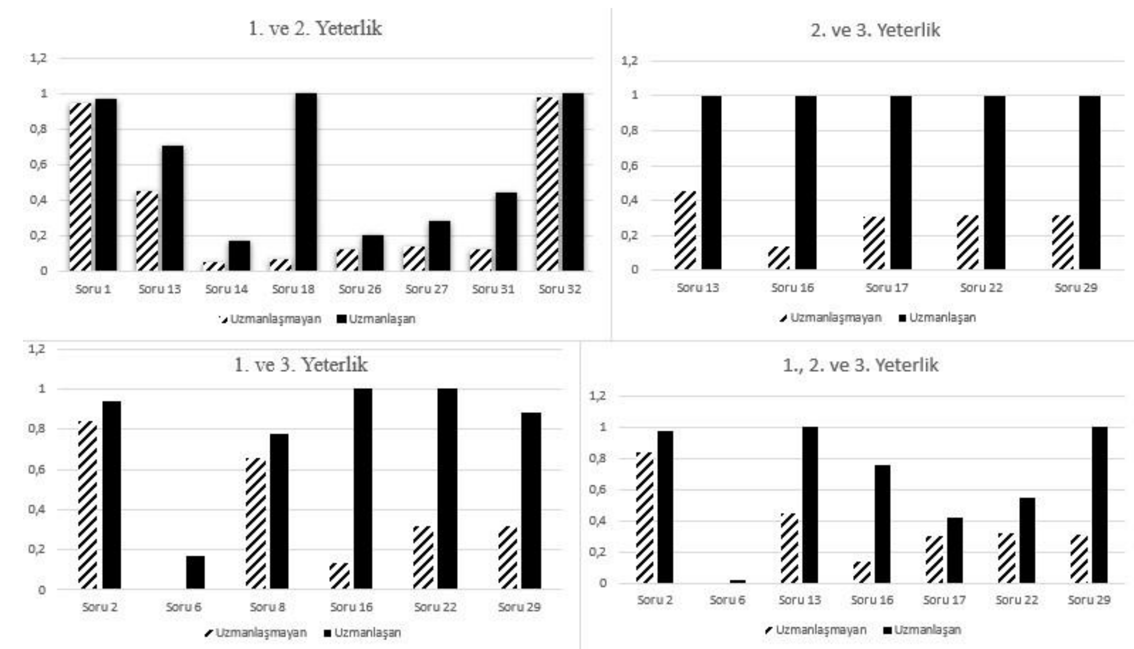
Madde	λi,0	λi,1(1)	λi,1(2)	λi,1(3)	λi,2(1,2)	λi, 2(1,3)	λi, 2(2,3)	λi, 3(1,2,3)
31	.120	.478	.335		.440			
32	.979		.000		1.000			
33	.297	.597						

Kesişme parametreleri (λi,0) maddelerin ölçtüğü ilgili yeterliklerin hiçbirine sahip olmayanların maddelere doğru cevap verme oranlarını göstermektedir. 1., 2., 3., 10. ve 32. test maddelerinin ölçtüğü yeterliklere sahip olmayanlar için en kolay maddelerdir. Sırasıyla, öğretmen adaylarının %94.8, %83.6, %83.7, %80.6 ve %97.9'u bu maddelere doğru cevap vermiştir. Diğer taraftan, 5., 6., 14., 18. ve 20. test maddeleri bu maddelerin gerektirdiği yeterliklere sahip olmayanlar için cevaplanması en zor olan maddelerdir. Öğretmen adaylarının sırasıyla %8.4, %0, %5.1, %6.4 ve %3.7'si bu maddelere doğru cevap vermiştir. Ortalama olarak maddelerin gerektirdiği yeterliklere sahip olmayanların %38.04'ü maddelere doğru cevap vermiştir. Bu oran λi,0 sütununda verilen oranların ortalaması hesaplanarak bulunur. Ayrıca, Tablo 4.2 yeterliklere sahip olmanın genellikle öğretmen adaylarının maddeleri doğru yanıtlama başarı oranlarını artırdığını göstermektedir. Örneğin, Madde 3'te gerekli yeterliklere sahip olmayanlar ile sadece birinci yeterliğe sahip olanları karşılaştırdığımızda doğru yanıtların oranı .837'den .937'ye yükselmiştir. Benzer artışlar 15., 18., 19., 21., 24., 25. ve 33. maddeler içinde gözlenmektedir. Maddelerin bazılarında ise niteliklere sahip olmak bu maddelere doğru cevap vermeyi garanti etmemektedir. Tablo 4.2'ye göre öğretmen adaylarının yeterliklere sahip olması bazı maddelerde başarı oranlarına katkıda bulunmamıştır. Örneğin, 12. madde "Oranı anlama" ve "Orantıyı anlama" yeterliklerini, 20. ve 23. maddeler "Oranı anlama" yeterliğini ölçtüğü halde (bkz. Tablo 4.2.) bu yeterliklere sahip olmak öğretmen adaylarının başarılarına bir katkıda bulunmamıştır. Şekil 4.3 ve Şekil 4.4'te yeterliğe sahip olmanın başarıya etkisini gösteren grafikler yer almaktadır. Şekil 4.3'te gerekli hiçbir yeterliğe sahip olmayanlara göre "Oranı anlama" yeterliğine sahip olan kişilerde soruları doğru çözme oranlarını artırmıştır. Ayrıca, gerekli yeterliklere sahip olmayanlara göre "Orantıyı anlama" yeterliğine sahip olanların ve "Orantısız ilişkileri anlama" yeterliğine sahip olanların soruları doğru çözme oranları artmıştır.



Şekil 4.3 En Fazla Bir Yeterliğe Sahip Olmanın Başarıya Etkisi

Şekil 4.4'te görüldüğü gibi "Oranı anlama" ve "Orantıyı anlama" yeterliklerine, "Orantıyı anlama" ve "Orantısız ilişkileri anlama" yeterliklerine, "Oranı anlama" ve "Orantısız ilişkileri anlama" yeterliklerine ve bütün yeterliklere sahip olanların, maddeler için gerekli yeterliğe sahip olmayanlara göre şekildeki maddeleri doğru çözme oranlarını arttırmıştır.



Şekil 4.4 Birden Fazla Yeterliğe Sahip Olmanın Başarıya Etkisi

Tablo 4.3 bilişsel tanı modellerinin bireysel performanslar hakkında geri bildirimi nasıl sağladığını göstermek için rastgele seçilmiş beş öğretmen adayının madde yanıtları, yeterlik tahmini oranları ve hangi yeterlik sınıflarında olduklarını göstermektedir. Öğretmen adaylarının olası yeterlik sınıfları belirlenirken .40’ın altındaki oranlar genellikle o yeterliğe sahip olmadıklarını, .60’ın üzerindeki oranlar genellikle o yeterliğe sahip olduklarını ve .40 ile .60 arasındaki oranlar ise genellikle o yeterliğe sahip olup olmama açısından sorgulanabilir oranlar olarak kabul edilir ve modelin kendisi tarafından karar verilir (Rupp ve ark., 2010).

Tablo 4.3. Rastgele Seçilmiş Beş Öğretmen Adayının Madde Yanıtları, Yeterlik Oranları ve Yeterlik Sınıfları

Adaylar	**Madde Yanıtları**	**Yeterlik Oranları**			**Yeterlik Sınıfı**
		Y1	**Y2**	**Y3**	
Öğretmen Adayı 335	11111011011000001000001*1100101111	.2409	.0000	.0593	000
Öğretmen Adayı 36	1110011001001011001111010100100 11	1.000	.9544	.9781	111
Öğretmen Adayı 583	111000111110111010101111100110111	1.000	.0000	.0000	100
Öğretmen Adayı 153	011100110100101011101111110111110	.9997	.9670	.3618	110
Öğretmen Adayı 580	01100011111110*010101110110000001	.2738	.7252	.0000	010

*Not 1. * boş bırakılan soruları gösterir.*
Not 2. Y1: “Oranı anlama” yeterliği, Y2: “Orantıyı anlama” yeterliği, Y3: “Orantısız ilişkileri anlama” yeterliği

Tabloya göre Öğretmen Adayı 36, 18 maddeyi doğru cevaplamış ve üç yeterliğin hepsine sahip olmuştur. Öğretmen Adayı 583, 23 maddeyi doğru cevaplamış ve sadece “Oranı anlama” yeterliğine sahip olmuştur. Öğretmen Adayı 153, 22 maddeyi doğru cevaplamış, “Oranı anlama” ve “Orantıyı anlama” yeterliklerine sahip olmuştur. Öğretmen Adayı 335, 18 maddeyi doğru cevaplamış olmasına rağmen hiçbir yeterliğe sahip değildir. Öğretmen Adayı 580 ise 17 maddeyi doğru cevaplamıştır ve “Orantıyı anlama” yeterliğine sahip olduğu gözükmektedir fakat model hiyerarşik yapıda olduğu için aynı zamanda “Oranı anlama” yeterliğine de sahiptir.

4.2. İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Yeterliklerine Sahip Olma Olasılıklarının Çeşitli Değişkenler Açısından İncelenmesi

Bu bölümde ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıklarının cinsiyet, sınıf düzeyi, üniversite, üniversitelerin bulundukları bölgeler ve üniversitelerinin 2022 yılı taban puanları düzeyine göre farklılaşıp farklılaşmadığı incelenmiştir.

4.2.1. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerinin cinsiyete göre incelenmesi

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıklarının cinsiyetlerine göre farklılaşıp farklılaşmadığı Mann-Whitney-U testi ile araştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar Tablo 4.4'te sunulmuştur. Tablo 4.4'teki sonuçlara göre her bir yeterlik için $p > .05$ olduğundan dolayı öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları cinsiyet açısından anlamlı olarak farklılaşmamıştır. Buna rağmen, "Orantıyı anlama" yeterliğinde kadınların, "Orantısız ilişkileri anlama" yeterliğinde ise erkeklerin ortalaması daha iyidir. "Oranı anlama" yeterliğinde ise kadınlar ile erkeklerin ortalaması arasında fark çok az olmasına rağmen erkeklerin kadınlara göre daha iyi olduğu söylenebilir. Tablo 4.5'te öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıklarının cinsiyete göre dağılımı verilmiştir.

Tablo 4.4. Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Yeterliklerine Sahip Olma Olasılıklarının Cinsiyetlere Göre Mann-Whitney-U Testi Sonuçları

Yeterlikler	Cinsiyet	Sıra Ortalaması	Sıra Toplamı	U	z
"Oranı Anlama" yeterliği	Kadın	276.73	106540	32235.0	-1.736
	Erkek	302.31	55625		
"Orantıyı Anlama" yeterliği	Kadın	292.08	112452.5	32692.5	-1.713
	Erkek	270.18	49712.5		
"Orantısız İlişkileri Anlama" yeterliği	Kadın	283.07	108981	34676.0	-.484
	Erkek	289.04	53184		

Not. $p > .05$

Tablo 4.5. Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Yeterliklerine Sahip Olma Olasılıklarının Cinsiyete Göre Dağılımı

Yeterlikler	Cinsiyet	Olasılık Ortalaması
"Oranı Anlama" yeterliği	Kadın	.821
	Erkek	.824
"Orantıyı Anlama" yeterliği	Kadın	.295
	Erkek	.229
"Orantısız İlişkileri Anlama" yeterliği	Kadın	.156
	Erkek	.196

4.2.2. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerinin sınıf düzeylerine göre incelenmesi

Yapılan analizler sonucunda "Oranı anlama" yeterliğinde tüm sınıf düzeylerindeki öğretmen adaylarının oldukça güçlü olmasına rağmen birinci sınıftaki adaylarının en yüksek, üçüncü sınıftaki adayların en düşük olasılıkla sahip olduğu görülmüştür. "Orantıyı anlama" yeterliği için dördüncü sınıftaki öğretmen adaylarının diğer sınıflardaki öğretmen adaylarına göre daha yüksek olasılıkla sahip olduğu, ikinci sınıftaki öğretmen adaylarının ise en düşük olasılığa sahip oldukları görülmüştür. "Orantısız ilişkileri anlama" yeterliğine ise tüm sınıf düzeylerindeki öğretmen adayları düşük olasılıkla sahip olmalarına rağmen dördüncü sınıftaki öğretmen adaylarının en yüksek, ikinci sınıftaki öğretmen adaylarının ise en düşük olasılıkla sahip oldukları görülmüştür. Öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları Tablo 4.6'da verilmiştir.

Tablo 4.6. Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Yeterliklerine Sahip Olma Olasılıklarının Sınıf Düzeylerine Göre Dağılımı

Yeterlikler	Sınıf Düzeyi	Olasılık
"Oranı Anlama" yeterliği	1. sınıf	.811
	2. sınıf	.744
	3. sınıf	.700
	4. sınıf	.774
"Orantıyı Anlama" yeterliği	1. sınıf	.257
	2. sınıf	.192
	3. sınıf	.204
	4. sınıf	.358
"Orantısız İlişkileri Anlama" yeterliği	1. sınıf	.160
	2. sınıf	.122
	3. sınıf	.147
	4. sınıf	.165

İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıklarının istatistiksel açıdan öğrenim gördükleri sınıfların düzeylerine göre farklılaşıp farklılaşmadığının tespit edilebilmesi için Kruskal-Wallis-H testi kullanılmıştır. Farklılaşmaların hangi gruplar arasında olduğunu belirlemek için ise Tamhane's T2 testi kullanılmış ve elde edilen bulgular Tablo 4.7'de sunulmuştur. Tablo 4.7 incelendiğinde, "Oranı anlama" ve "Orantısız ilişkileri anlama" yeterlikleri için $p > .05$ olduğu için öğretmen adaylarının sınıf düzeylerine göre anlamlı bir farklılaşmanın olmadığı görülmüştür. “Orantıyı anlama” yeterliği için, dördüncü sınıfta öğrenim gören öğretmen adaylarının diğer sınıflarda öğrenim gören öğretmen adaylarına göre daha yüksek olasılıkla sahip olduğu, ikinci sınıftaki öğretmen adaylarının ise en düşük olasılığa sahip oldukları görülmüştür. “Orantıyı anlama” yeterliği için $p < .01$ olarak hesaplanmıştır ve bu sonuç gruplar arasında anlamlı bir farklılaşmanın olduğunu göstermektedir. Dördüncü sınıfta öğrenim gören öğretmen adayları ile ikinci ve üçüncü sınıflarda öğrenim gören öğretmen adayları arasında dördüncü sınıflarda öğrenim gören öğretmen adayları lehine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmektedir.

Tablo 4.7. Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yeterliklerine Sahip Olma Olasılıklarının Sınıf Düzeylerine Göre Kruskal-Wallis-H ve Tamhane’s Testi Sonuçları

Yeterlikler	Sınıf	N	Sıra Ortalaması	Sd	X^2	Fark
“Oranı Anlama” yeterliği	1. sınıf	164	404.45	3	7.518	-
	2. sınıf	230	376.08			
	3. sınıf	183	341.32			
	4. sınıf	170	376.99			
“Orantıyı Anlama” yeterliği	1. sınıf	164	369.33	3	15.746*	4>2
	2. sınıf	230	352.58			
	3. sınıf	183	359.35			4>3
	4. sınıf	170	423.26			
“Orantısız İlişkileri Anlama” yeterliği	1. sınıf	164	380.58	3	1.623	-
	2. sınıf	230	366.56			
	3. sınıf	183	367.06			
	4. sınıf	170	385.19			

Not. *$p < .01$

4.2.3. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerinin üniversitelere göre incelenmesi

“Oranı anlama” yeterliğine Üniversite 3 haricindeki üniversitelerin yüksek olasılıkla sahip olduğu görülmüştür. “Orantıyı anlama” yeterliğinde Üniversite 1’in diğer üniversitelere göre yüksek olasılıkla sahip olduğu fakat genel olarak üniversitelerin bu yeterliğe düşük olasılıkla sahip olduğu görülmüştür. “Orantısız ilişkileri anlama” yeterliğinde Üniversite 5’in diğer üniversitelere göre yüksek yüksek olasılıkla sahip olduğu fakat üniversitelerin genel olarak bu yeterliğe düşük olasılıkla sahip olduğu görülmektedir. Üniversitelerin orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları Tablo 4.8’de verilmiştir.

Tablo 4.8. Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Yeterliklerine Sahip Olma Olasılıklarının Üniversitelere Göre Dağılımı

Yeterlikler	Üniversiteler	Olasılık
"Oranı Anlama" yeterliği	Üniversite 1	.896
	Üniversite 2	.816
	Üniversite 3	.393
	Üniversite 4	.926
	Üniversite 5	.829
	Üniversite 6	.818
"Orantıyı Anlama" yeterliği	Üniversite 1	.376
	Üniversite 2	.168
	Üniversite 3	.169
	Üniversite 4	.209
	Üniversite 5	.272
	Üniversite 6	.296
"Orantısız İlişkileri Anlama" yeterliği	Üniversite 1	.184
	Üniversite 2	.117
	Üniversite 3	.079
	Üniversite 4	.160
	Üniversite 5	.195
	Üniversite 6	.180

Not. Üniversitelerin üniversite giriş puanlarının sıralaması şu şekildedir: Üniversite 4 > Üniversite 6 > Üniversite 2 > Üniversite 1> Üniversite 5 > Üniversite 3

Tablo 4.9 incelendiğinde "Oranı anlama" yeterliği için $p < .05$ olarak hesaplanmış ve bu sonuç gruplar arasında anlamlı bir farklılaşmanın olduğunu göstermektedir. Üniversite 3 ile kalan tüm üniversiteler arasında Üniversite 3 aleyhine ve Üniversite 2 ile Üniversite 4 arasında ise Üniversite 4 lehine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmektedir. "Oranı anlama" yeterliğine Üniversite 4'ün yüksek olasılıkla sahip olduğu ve Üniversite 3'ün ise en düşük olasılıkla sahip olduğu görülmektedir. "Orantıyı anlama" yeterliği için $p < .05$ olarak hesaplanmış ve bu sonuç gruplar arasında anlamlı bir farklılaşmanın olduğunu göstermektedir. Üniversite 1 ile Üniversite 2, Üniversite 3 ve Üniversite 4 arasında Üniversite 1 lehine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmektedir. "Orantıyı anlama" yeterliğine Üniversite 1'in yüksek olasılıkla sahip olduğu ve Üniversite 2'nin en düşük olasılıkla sahip olduğu görülmektedir. "Orantısız ilişkileri anlama" yeterliği için $p < .05$ olarak hesaplanmış ve bu sonuç gruplar arasında anlamlı bir farklılaşmanın olduğunu göstermektedir. Üniversite 3 ile Üniversite 1 ve Üniversite 5 arasında Üniversite 3 aleyhine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmektedir.

Tablo 4.9. Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Yeterliklerine Sahip Olma Olasılıklarının Üniversitelere Göre Kruskal Wallis-H ve Tamhane's T2 Sonuçları

Yeterlikler	Üniversiteler	N	Sıra Ortalaması	Sd	X^2	Fark
	Üniversite 1	178	439.65	5	182.518*	1>3
	Üniversite 2	143	415.72			2>3

Yeterlikler	Üniversiteler	N	Sıra Ortalaması	Sd	X^2	Fark
"Oranı Anlama" yeterliği	Üniversite 3	170	181.22			4>3 5>3 6>3 4>2
	Üniversite 4	92	473.25			
	Üniversite 5	133	403.09			
	Üniversite 6	31	442.35			
"Orantıyı Anlama" yeterliği	Üniversite 1	178	413.41	5	18.007*	1>2 1>3 1>4
	Üniversite 2	143	332.62			
	Üniversite 3	170	386.06			
	Üniversite 4	92	341.85			
	Üniversite 5	133	372.80			
	Üniversite 6	31	373.00			
"Orantısız İlişkileri Anlama" yeterliği	Üniversite 1	178	397.36	5	19.938*	1>3 5>3
	Üniversite 2	143	359.98			
	Üniversite 3	170	328.82			
	Üniversite 4	92	385.69			
	Üniversite 5	133	404.44			
	Üniversite 6	31	387.05			

*Not 1: * $p < .01$*

Not 2: Üniversiteler arası puan sıralaması: Üniversite 4 > Üniversite 6 > Üniversite 2 > Üniversite 1> Üniversite 5 > Üniversite 3

4.2.4. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerinin üniversitelerin bulundukları bölgelere göre incelenmesi

"Oranı anlama" yeterliğine Doğu Anadolu Bölgesi'nde bulunan üniversitenin haricindeki üniversitelerin yüksek olasılıkla sahip olduğu görülmüştür. "Orantıyı anlama" yeterliğine İç Anadolu Bölgesi'nde ve Marmara Bölgesi'nde bulunan üniversitelerin diğer bölgelerde bulunan üniversitelere göre daha yüksek olasılıkla sahip oldukları fakat bu yeterliğe genel olarak düşük olasılıkla sahip oldukları görülmüştür. Son olarak, "Orantısız ilişkileri anlama" yeterliğine ise İç Anadolu Bölgesi'nde ve Marmara Bölgesi'nde bulunan üniversitelerin diğer bölgelerde bulunan üniversitelere göre daha yüksek olasılıkla sahip olmalarına rağmen bu yeterliğe genel olarak düşük olasılıkla sahip oldukları görülmektedir. Öğretmen adaylarının üniversitelerin bulundukları bölgelere göre orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları Tablo 4.10'de verilmiştir.

Tablo 4.10. Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Yeterliklerine Sahip Olma Olasılıklarının Üniversitelerin Bulundukları Bölgelere Göre Dağılımı

Yeterlikler	Üniversitelerin Bulundukları Bölgeler	Olasılıklar
"Oranı Anlama" yeterliği	İç Anadolu Bölgesi	.867
	Akdeniz Bölgesi	.859
	Marmara Bölgesi	.818
	Doğu Anadolu Bölgesi	.393
"Orantıyı Anlama" yeterliği	İç Anadolu Bölgesi	.332
	Akdeniz Bölgesi	.184
	Marmara Bölgesi	.296

Yeterlikler	Üniversitelerin Bulundukları Bölgeler	Olasılıklar
	Doğu Anadolu Bölgesi	.169
“Orantısız İlişkileri Anlama” yeterliği	İç Anadolu Bölgesi	.189
	Akdeniz Bölgesi	.134
	Marmara Bölgesi	.180
	Doğu Anadolu Bölgesi	.079

Tablo 4.11 incelendiğinde “Oranı anlama” yeterliği için *p* < .05 olarak hesaplanmış ve bu sonuç bölgeler arasında anlamlı bir farklılaşmanın olduğunu göstermektedir. Doğu Anadolu Bölgesi ile İç Anadolu Bölgesi, Akdeniz Bölgesi ve Marmara Bölgesi arasında Doğu Anadolu Bölgesi aleyhine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmektedir. “Orantıyı anlama” yeterliği için *p* < .05 olarak hesaplanmış olup bu sonuç bölgeler arasında anlamlı bir farklılaşmanın olduğunu göstermektedir. İç Anadolu Bölgesi ile Akdeniz Bölgesi ve Marmara Bölgesi arasında İç Anadolu Bölgesi lehine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmektedir. “Orantısız ilişkileri anlama” yeterliği için *p* < .05 olarak hesaplanmış olup bu sonuç bölgeler arasında anlamlı bir farklılaşmanın olduğunu göstermektedir. İç Anadolu Bölgesi ile Doğu Anadolu Bölgesi arasında İç Anadolu Bölgesi lehine anlamlı bir farklılaşma mevcuttur.

Tablo 4.11. Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Yeterliklerine Sahip Olma Olasılıklarının Üniversitelerin Bulundukları Bölgelere Göre Kruskal Wallis-H ve Tamhane’s T2 Sonuçları

Yeterlikler	Üniversitelerin Bulundukları Bölgeler	N	Sıra Ortalaması	Sd	X^2	Fark
“Oranı Anlama” yeterliği	İç Anadolu Bölgesi	311	424.02	176.353*	3	1>4 2>4 3>4
	Akdeniz Bölgesi	235	438.24			
	Marmara Bölgesi	31	442.35			
	Doğu Anadolu Bölgesi	170	181.22			
“Orantıyı Anlama” yeterliği	İç Anadolu Bölgesi	311	396.05	14.350*	3	1>2 1>4
	Akdeniz Bölgesi	235	336.23			
	Marmara Bölgesi	31	373.00			
	Doğu Anadolu Bölgesi	170	386.06			
“Orantısız İlişkileri Anlama” yeterliği	İç Anadolu Bölgesi	311	400.39	18.610*	3	1>4
	Akdeniz Bölgesi	235	370.04			
	Marmara Bölgesi	31	387.05			
	Doğu Anadolu Bölgesi	170	328.82			

*Not. *p < .05*

4.2.5. İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerinin öğrenim gördükleri üniversitelerin 2022 yılı taban puanlarına göre incelenmesi

“Oranı anlama” yeterliğine üniversite giriş puanı “düşük” olan üniversitenin diğer üniversite giriş puanı “orta” ve “yüksek” olan üniversitelerden daha düşük olasılıkla sahip olduğu görülmüştür. “Orantıyı anlama yeterliğine üniversite giriş puanı “orta” olan üniversitelerin üniversite giriş puanı “düşük” ve “yüksek” olan üniversitelere göre daha yüksek olasılıkla sahip oldukları fakat genel olarak bu yeterliğe düşük olasılıkla sahip oldukları görülmüştür. Son olarak, “Orantısız ilişkileri anlama” yeterliğine ise üniversite giriş puanı “orta” olan üniversitelerin üniversite giriş puanı “düşük” ve “yüksek” olan üniversitelere göre daha yüksek olasılıkla sahip oldukları fakat bu yeterliğe genel olarak düşük olasılıkla sahip oldukları görülmektedir. Üniversite giriş puanı “düşük”, “orta” ve “yüksek” olan üniversitelerde öğrenim gören öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları Tablo 4.12’de verilmiştir.

Tablo 4.12. Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Yeterliklerine Sahip Olma Olasılıklarının Üniversitelerin Üniversite Giriş Puanlarının Düzeylerine Göre Dağılımı

Yeterlikler	Üniversitelerin Üniversite Giriş Puanlarının Düzeyleri	Olasılıklar
“Oranı Anlama” yeterliği	Yüksek	.855
	Orta	.867
	Düşük	.393
“Orantıyı Anlama” yeterliği	Yüksek	.197
	Orta	.332
	Düşük	.169
“Orantısız İlişkileri Anlama” yeterliği	Yüksek	.139
	Orta	.189
	Düşük	.079

Tablo 4.13 incelendiğinde “Oranı anlama” yeterliği için $p < .05$ hesaplanmış bu sonuç üniversitelerin üniversite giriş puanlarının düzeylerine göre anlamlı bir farklılaşmanın olduğunu göstermektedir. Üniversite giriş puanı “düşük” olan üniversite ile üniversite giriş puanı “orta” ve “yüksek” olan üniversiteler arasında üniversite giriş puanı “düşük” olan üniversite aleyhine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmektedir. “Orantıyı anlama” yeterliği için $p < .05$ hesaplanmış bu sonuç üniversitelerin üniversite giriş puanlarının düzeylerine göre anlamlı bir farklılaşmanın olduğunu göstermektedir.

Üniversite giriş puanı “orta” olan üniversiteler ile üniversite giriş puanı “düşük” ve “yüksek” olan üniversiteler arasında üniversite giriş puanı “orta” olan üniversite lehine anlamlı bir farklılaşma mevcuttur. “Orantısız ilişkileri anlama” yeterliği için $p < .05$ hesaplanmış olup bu sonuç üniversitelerin üniversite giriş puanlarının düzeylerine göre anlamlı bir farklılaşmanın mevcut olduğunu göstermektedir. Üniversite giriş puanı “düşük” olan üniversite ile üniversite giriş puanı “orta” ve “yüksek” olan üniversiteler arasında üniversite giriş puanı “orta” ve “yüksek” olan üniversiteler lehine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmektedir.

Tablo 4.13. Öğretmen Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Yeterliklerine Sahip Olma Olasılıklarının Üniversitelerin Üniversite Giriş Puanlarının Düzeylerine Kruskal Wallis-H ve Tamhane’s T2 Sonuçları

Yeterlikler	Düzeyler	N	Sıra Ortalaması	Sd	X^2	Fark
“Oranı Anlama” yeterliği	Yüksek	266	438.72	2	176.343*	1>3
	Orta	311	424.02			2>3
	Düşük	170	181.22			
“Orantıyı Anlama” yeterliği	Yüksek	266	340.52	2	13.310*	2>1
	Orta	311	396.05			2>3
	Düşük	170	386.06			
“Orantısız İlişkileri Anlama” yeterliği	Yüksek	266	372.02	2	18.353*	1>3
	Orta	311	400.39			2>3
	Düşük	170	328.82			

Not. * $p < .05$

5. SONUÇ VE ÖNERİLER

Çalışmanın bu bölümünde bulgulardan yola çıkılarak ulaşılan sonuçlara yer verilmiştir. Ayrıca bu bölümde, mevcut çalışmanın bulgularının alanyazındaki çalışmaların bulguları ile gösterdiği benzerliklere ve farklılıklara, çalışmanın alanyazına bulunduğu katkıya ve son olarak ileride yapılacak çalışmalara yönelik önerilere yer verilmiştir.

Bu çalışmanın amacı, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerini araştırmak ve orantısal akıl yürütmenin temel kavramları ile ilgili güçlü ve zayıf yönleri hakkında tanısal geri bildirim vermektir. Yazarları Lobato ve arkadaşları (2010) olan "Developing Essential Understandings of Ratios, Proportions and Proportional Reasoning for Teaching Mathematics: Grade 6–8" isimli kitaptan uyarlanan üç temel bilişsel beceri orantısal akıl yürütmenin yeterlikleri olarak belirlenmiştir. Bu temel bilişsel beceriler belirlendikten sonra çok boyutlu bir test olan orantısal akıl yürütme testi geliştirilmiştir. Öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine ilişkin orantısal akıl yürütme testinde maddelere verdikleri yanıtlar Mplus 6.12 programı ile bilişsel tanı modellerinden LCDM kullanılarak incelenmiş ve her bir adayın orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları Denklem 3.1 (sayfa 48'e bakınız) yardımıyla hesaplanmıştır. Her bir adayın orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları hesaplandıktan sonra bu adayların orantısal akıl yürütme yeterliklerinin cinsiyet, öğrenim görülen üniversite, sınıf seviyesi, üniversitelerin bulundukları bölgeler ve üniversitelerin 2022 yılı taban puanlarının düzeyine göre farklılaşıp farklılaşmadığı incelenmiştir. Bu nicel çalışmada orantısal akıl yürütme testinin gelişimi ve bu testin ilköğretim matematik öğretmeni adaylarına uygulanması sonrasında elde edilen bulgular ve sonuçlar rapor edilmiştir.

Öğretmen adaylarının nitelikler konusundaki uzmanlıklarını belirlemek için kullanılan LCDM analizi yapılmıştır. Analiz sonuçlarına göre öğretmen adaylarının niteliklere ilişkin uzmanlaşma düzeyleri arasında anlamlı farklılıklar mevcuttur. Öğretmen adayları "Oranı Anlama" yeterliğinde çok yüksek (%80.19) düzeyde başarı göstermelerine rağmen "Orantıyı Anlama" (%17.40) ve "Orantısız İlişkileri Anlama" (%14.67) yeterliklerinde düşük düzeyde başarı göstermişlerdir. Başka bir deyişle, öğretmen adaylarının %19.81'i "Oranı Anlama" yeterliğine, %82.60'ı "Orantıyı Anlama" yeterliğine ve %85.33’ü “Orantısız İlişkileri Anlama” yeterliğine sahip değildir. Bu bulgular göz önüne alındığında öğretmen adaylarının “Orantıyı Anlama” ve “Orantısız İlişkileri Anlama” yeterliklerini içeren orantısal akıl yürütme problemlerini çözmede zorluklar yaşadıkları görülmektedir. Yaşanan bu zorlukların sebebi içler dışlar çarpımı algoritmasının ve karşılıklı çarpım algoritmasının öğretmen adayları tarafından sıklıkla kullanılması olabilir. İçler dışlar çarpımı ve karşılıklı çarpım algoritmaları sırasıyla doğru orantı ve ters orantıdan türetilmiştir (Arıcan, 2018). Bu stratejiler anlamdan yoksundurlar ve ezbere dayalı stratejilerdir (Arıcan, 2018). Türkiye’de oran ve orantı öğretiminde öğretmenler çoğunlukla içler dışlar çarpımını ve karşılıklı çarpımı kullanmaktadır (Arıcan ve ark., 2023). Öğretmen adaylarının içler dışlar çarpımını ve karşılıklı çarpımı oldukça önemsemeleri, onlara oran ve orantı konuları öğretilirken ezbere hesaplamalar yapmaya ve kural ezberlemeye ağırlık verilmiş olmasından kaynaklanabilir (Arıcan, 2018; 2019a). Öğretmen adaylarının içler dışlar çarpımı ve karşılıklı çarpım algoritmalarına çok önem vermeleri doğru ve ters orantı problemlerini çözmelerini kolaylaştırmış fakat orantısız problemleri çözmelerini zorlaştırmıştır (Arıcan, 2021).

Öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme stratejilerini kullanma konusundaki bilgi ve deneyimlerini geliştirmek için oran ve orantı öğretiminde bu algoritmaların öğretiminin ertelenmesi daha faydalı olacaktır (Shield ve Dole, 2013). İçler dışlar çarpımı algoritması öğretilmeden önce orantısal akıl yürütme stratejileri üzerinde çalışılmalıdır (Cabero-Fayos ve ark., 2020). Buforn ve arkadaşları (2018) orantı problemlerinin çözümünde farklı yöntemlerin kullanılmasının öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerisini arttırdığını ifade etmiştir. Dolayısıyla, İlköğretim Matematik Öğretmenliği programının “Sayıların Öğretimi” dersi kapsamında öğretmen eğitimcileri orantısal akıl yürütme problemlerinin çözümünde kullanılabilecek farklı stratejilere ağırlık verebilirler (Özgün-Koca ve Kayhan-Altay, 2009). Son olarak öğretmen eğitimcileri, öğretmen adaylarını kullandıkları stratejilerden farklı stratejiler kullanmaya teşvik etmelidir çünkü öğretmen adayları kullandıkları stratejinin doğru sonucu verdiğini gözlemlediklerinde genellikle başka bir strateji kullanma konusunda direnç göstermektedirler (Arıcan, 2018). Bu sebeple, İlköğretim Matematik Öğretmenliği programlarında öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerilerinin geliştirilmesi için etkinlikler düzenlenmelidir. Bu etkinliklerin İlköğretim Matematik Öğretmenliği programlarının bünyesine eklenmesi ve bu sayede öğretmen adaylarının bu becerileri ilerleyen zamanlarda öğrencilerine aktarabilmesi öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişimi açısından uygun olacaktır.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütmeyle ilgili üç temel yeterliğe sahip olma olasılıklarının cinsiyete göre farklılaşmadığı görülmüştür. Bu bulgu, erkekler ve kızların matematik başarıları arasında farkın olmadığını belirten çalışmaları (Açıkgül ve Tuhan, 2023; Kuzu ve Arıcan, 2020; Kuzu, 2021; Poçan ve ark., 2017; Steinthorsdottir ve Sriraman, 2007) desteklemektedir. Buna rağmen, alanyazında erkekler ve kızların matematik başarıları arasında farklılıkların olduğunu belirten çalışmalar da mevcuttur (örneğin, Karaduman, 2018; Kayhan, 2005; Khotimah ve Shodikin, 2021; Özgün-Koca ve Kayhan-Altay, 2009; Ünsal, 2009). Ayrıca, 2011, 2015 ve 2019 yıllarında yayımlanan TIMSS raporlarına göre de Türkiye'de öğrenim gören kız ve erkek öğrenciler arasında matematik başarısı açısından anlamlı bir farkın olmadığı belirtilmiştir. Bu çalışmada erkek öğretmen adaylarıyla kız öğretmen adaylarının "Oranı Anlama", "Orantıyı Anlama" ve "Orantısız İlişkileri Anlama" yeterliklerine sahip olma olasılıklarının birbirine çok yakın olduğu görülmüştür. Özel olarak, "Oranı Anlama" ve "Orantısız İlişkileri Anlama" yeterliklerine erkek öğretmen adayları kız öğretmen adaylarına kıyasla daha yüksek olasılıkla sahip oldukları görülmüştür. Ayrıca, "Orantıyı Anlama" yeterliğine kız öğretmen adaylarının erkek öğretmen adaylarına kıyasla daha yüksek olasılıkla sahip oldukları ortaya çıkmıştır. Bu bulgu, erkek öğretmen adaylarının kız öğretmen adaylarına göre oranı ve orantısız ilişkileri anlamada başarılı olduklarını, kız öğretmen adaylarının ise erkek öğretmen adaylarına göre orantıyı anlamada daha başarılı olduklarını göstermiştir.

Çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıklarının öğrenim gördükleri sınıf düzeylerine göre farklılaşıp farklılaşmadığı da incelenmiştir. Çalışmanın bulguları, öğretmen adaylarının "Oranı Anlama" ve "Orantısız İlişkileri Anlama" yeterliklerine sahip olma olasılıklarında sınıf düzeyinde anlamlı bir farklılaşmanın olmadığını, "Orantıyı Anlama" yeterliklerinde ise anlamlı bir farklılaşmanın olduğunu göstermiştir. Ayrıca, bu farklılaşmanın ikinci ve üçüncü sınıflarda öğrenim gören öğretmen adaylarına kıyasla dördüncü sınıfta öğrenim gören öğretmen adaylarının lehine olduğu görülmüştür. Bu bulgu, Ji Yeong ve arkadaşlarının (2020) bulgularıyla paralellik göstermektedir. Ji Yeong ve arkadaşları (2020) altıncı, yedinci, sekizinci ve dokuzuncu sınıf öğrencilerinin parça-parça-bütün ilişkilerini içeren orantı problemleriyle ilgili kavram yanılgılarını incelemiş ve üst sınıflardaki öğrencilerin orantı problemleriyle daha fazla meşgul olduklarını ve dolayısıyla bu problemleri çözebilmeleri için daha fazla beceriye sahip olmaları gerektiğini vurgulamıştır. Dördüncü sınıfta öğrenim gören öğretmen adaylarının "Orantıyı Anlama" yeterliğine diğer sınıflarda öğrenim gören öğretmen adaylarına göre daha yüksek olasılıkla sahip olmalarında öğretmen eğitimi programlarında oran ve orantı konularıyla ilgili aldıkları matematik öğretimi dersleri etkili olmuş olabilir. İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı'na (Yüksek Öğretim Kurumu [YÖK], 2018) göre oran ve orantı konularının öğretimine Matematiğin Temelleri 1 (birinci sınıf dersi) ve Sayıların Öğretimi (üçüncü sınıf dersi) isimli derslerde yer verilmektedir. İlköğretim matematik öğretmeni adayları üç yılın sonunda oran ve orantı konuları ile ilgili yeterli teorik altyapıya sahip hale gelmekte ve dördüncü yılda bu konularla ilgili teorik bilgilerini Öğretmenlik Uygulaması dersi kapsamında pratiğe dökmektedirler. Dolayısıyla, dördüncü sınıfta öğrenim gören öğretmen adaylarının "Orantısız İlişkileri Anlama" yeterliğine diğer sınıflarda öğrenim gören öğretmen adaylarına göre daha yüksek olasılıkla sahip olmaları beklenilen bir durumdur.

Diğer taraftan, istatistiksel olarak anlamlı bir farklılık bulunmamış olsa da birinci sınıfta öğrenim gören öğretmen adaylarının "Oranı Anlama" yeterliğine diğer sınıflarda öğrenim gören öğretmen adaylarına göre daha yüksek olasılıkla sahip oldukları görülmüştür. Benzer şekilde, birinci sınıfta öğrenim gören öğretmen adaylarının "Orantısız İlişkileri Anlama" yeterliğine ikinci ve üçüncü sınıflarda öğrenim gören öğretmen adaylarına göre daha yüksek olasılıkla sahip oldukları görülmüştür. Bu durum İlköğretim Matematik Öğretmenliği Lisans Programı'nda ikinci sınıf düzeyinde herhangi bir matematik öğretimi dersinin yer almamasından kaynaklanmış olabilir. Daha açık bir ifadeyle, öğretmen adayları Matematiği Temelleri dersinde oran ve orantı konuları ile ilgili öğrendikleri bilgileri zaman geçtikçe unutmaya başlamış olabilirler.

Alanyazın incelendiğinde katılımcıların orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıklarının öğrenim gördükleri sınıf düzeylerine göre farklılaştığını rapor eden çalışmalara rastlanmış olmasına rağmen (örneğin, Karaduman, 2018; Kayhan, 2005; Kuzu, 2021; Kuzu ve Arıcan, 2020; Sardoğan ve ark., 2006) farklılaşmanın olmadığını rapor eden çalışmalara rastlanılamamıştır.

Çalışmada ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıklarının öğrenim görülen üniversiteye göre anlamlı bir farklılaşma gösterdiği görülmüştür. Öğretmen adaylarının “Oranı Anlama” yeterliğine sahip olma olasılıklarında Üniversite 3 ile diğer beş üniversite arasında Üniversite 3 aleyhine ve Üniversite 4 ile Üniversite 2 arasında Üniversite 4 lehine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının “Orantıyı Anlama” yeterliğine sahip olma olasılıkların da Üniversite 1 ile Üniversite 2, Üniversite 3 ve Üniversite 4 arasında Üniversite 1 lehine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının “Orantısız İlişkileri Anlama” yeterliğine sahip olma olasılıklarının da Üniversite 1 ile Üniversite 3 arasında Üniversite 1 lehine ve Üniversite 3 ile Üniversite 5 arasında Üniversite 5 lehine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu ortaya çıkmıştır. Alanyazında öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıklarının öğrenim görülen üniversiteye göre farklılaşıp farklılaşmadığını araştıran çalışmalara rastlanılmamıştır. Öğretmen adaylarının üniversiteye giriş puanları, orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıklarının öğrenim görülen üniversiteye göre farklılaşmasında etkili olmuş olabilir. Ayrıca, farklı üniversitelerde öğrenim gören öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları, bu üniversitelerdeki matematik eğitimcilerinin Matematiğin Temelleri 1 ve Sayıların Öğretimi derslerinde oran ve orantı konularını hangi derinlikte işlediğine bağlı olarak da farklılaşmış olabilir. Daha açık bir ifadeyle, oran ve orantı konuları daha yüzeysel olarak işleyen matematik eğitimcilerinin üniversitelerinde öğrenim gören öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıkları diğer üniversitelerdeki adaylarınkinden daha düşük olabilir.

Çalışmanın bulguları, öğretmen adaylarının öğrenim gördükleri üniversitelerin bulundukları bölgelerin orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıklarında anlamlı bir farklılaşmaya yol açtığını göstermiştir. Çalışmada, öğretmen adaylarının “Oranı Anlama” yeterliğinde Doğu Anadolu Bölgesi’nde bulunan üniversite ile diğer bölgelerde bulunan üniversiteler arasında Doğu Anadolu Bölgesi’ndeki üniversite aleyhine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının “Orantıyı Anlama” yeterliğinde İç Anadolu Bölgesi’ndeki üniversiteler ile Akdeniz Bölgesi’ndeki ve Doğu Anadolu Bölgesi’ndeki üniversiteler arasında İç Anadolu Bölgesi’ndeki üniversiteler lehine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının

“Orantısız İlişkileri Anlama” yeterliğinde ise İç Anadolu Bölgesi’ndeki üniversiteler ile Doğu Anadolu Bölgesi’ndeki üniversite arasında İç Anadolu Bölgesi’ndeki üniversiteler lehine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmüştür. Alanyazında, öğretmen adaylarının öğrenim gördükleri üniversitelerin bulundukları bölgelerin orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıklarında anlamlı bir farklılaşmaya yol açıp açmadığını inceleyen herhangi bir çalışmaya ulaşılamamıştır. Farklı bölgelerde öğrenim gören öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıklarına üniversitelerin büyük şehirlere olan uzaklıkları etki etmiş olabilir. Diğer bir ifadeyle, üniversite giriş puanları daha yüksek olan öğretmen adayları daha merkezi konumdaki üniversiteleri tercih etmiş olabilirler. Liseden getirdikleri bilgi birikimlerinin de etkisiyle daha merkezi konumdaki üniversitelerde öğrenim gören öğretmen adaylarının oran ve orantı konularıyla ilgili bilgileri daha yüksek düzeyde olabilir.

Son olarak bu çalışmada öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine sahip olma olasılıklarında üniversitelerin 2022 yılındaki üniversite giriş puanlarına (düşük giriş puanı, orta düzeyde giriş puanı ve yüksek giriş puan) göre anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının “Oranı Anlama” ve “Orantısız İlişkileri Anlama” yeterliklerine sahip olma olasılıklarında üniversite giriş puanı düşük olan üniversite ile üniversite giriş puanı orta ve yüksek düzeyde bulunan üniversiteler arasında üniversite giriş puanı düşük olan üniversite aleyhine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmüştür. Öğretmen adaylarının “Orantıyı Anlama” yeterliğine sahip olma olasılıklarında üniversite giriş puanı orta düzeyde olan üniversiteler ile üniversite giriş puanı yüksek ve düşük düzeydeki üniversiteler arasında üniversite giriş puanı orta düzeyde olan üniversiteler lehine anlamlı bir farklılaşmanın olduğu görülmüştür. Kuzu ve Arıcan (2020) da matematik öğretmeni adaylarının istatistik ve olasılık konularındaki yeterliklerinin üniversitelerin üniversite giriş puanlarına göre anlamlı farklılaştığı bulgusuna ulaşmıştır. Atuahane ve Russell (2016) öğrencilerin üniversiteye girişte aldıkları puanların üniversitedeki matematik dersinde başarılarına katkı yaptığını belirtmişlerdir. Bu bulgu “Oranı Anlama” ve “Orantısız İlişkileri Anlama” yeterliklerinde diğer iki gruba göre üniversite giriş puanı düşük olan üniversitede öğrenim gören öğrencilerin başarısız oldukları sonucuyla uyumluluk göstermesine rağmen “Orantıyı Anlama” yeterliğinde üniversite giriş puanı orta düzeyde olan üniversitelerde öğrenim gören adayların üniversite giriş puanı düşük ve yüksek düzeyde olan üniversitelerde öğrenim gören adaylara göre daha başarılı oldukları bulgusuyla çelişmektedir.

5.1. Öneriler

Bu kısımda YÖK bünyesindeki ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programı geliştiricilerine, matematik eğitimi araştırmacılarına, öğretmen adaylarına çeşitli önerilerde bulunulacaktır.

Bu çalışmanın kavramsal çerçevesini oluşturan üç ana bileşen (Oranı anlama, Orantıyı anlama ve Orantısız ilişkileri anlama) ve on temel anlayış (*i*. İki niceliğin koordine edilmesi, *ii.* İki niceliğin çarpımsal olarak karşılaştırılması veya çarpımsal ilişkiyi koruyacak şekilde birleştirilmesi, iii. Bir gerçek dünya özelliğini diğer özelliklerden ayırt etme ve bu özelliğe ait nicelikleri değiştirmenin bu özellik üzerindeki etkisini anlama, *iv*. Oran ve kesir kavramları arasındaki ilişkinin farkında olma, *v.* Oranı, bölüm şeklinde yeniden yorumlama, *vi.* Orantının iki oran arasındaki eşitlik ilişkisi olduğunu bilme, *vii.* Orantısal akıl yürütmenin karmaşık bir yapıya sahip olduğunu ve çeşitli anlayışlara sahip olmayı gerektirdiğini bilme, *viii.* Genelleştirilmiş oranın (rate) birbirine denk sonsuz sayıdaki oranın kümesi olduğunu bilme, *ix.* Farklı akıl yürütme biçimlerini orantı problemlerinin çözümünde kullanılabilecek algoritmalara genelleştirebilme, ve *x.* Bir problem bağlamındaki yüzeysel ipuçlarının nicelikler arasında orantılı bir ilişki olup olmadığını belirlemeye yeterli kanıt sağlamadığının farkında olma) ilköğretim matematik öğretmenliği lisans programlarındaki matematik öğretimi derslerine entegre edilerek öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme kavramlarıyla ilgili daha derinlemesine bilgi sahibi olmaları sağlanabilir.

Bu çalışmada, ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının "Orantıyı Anlama" ve "Orantısız İlişkileri Anlama" yeterliklerine düşük düzeyde sahip oldukları görülmüştür. İleriki araştırmalarda matematik eğitimi araştırmacıları, öğretmen adaylarının bu yeterliklerine olumsuz etki eden demografik faktörlere odaklanabilir (örneğin, öğretmen adaylarının sosyoekonomik düzeyleri ve geçmiş eğitim durumları gibi).

Bu çalışmanın örneklemini 747 ilköğretim matematik öğretmeni adayı oluşturmaktadır. Gelecekteki çalışmalarda matematik eğitimcileri daha büyük bir örneklem seçerek veya üniversite giriş puanlarını dikkate alarak öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerini inceleyebilir.

Bu çalışmada öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütmelerine ait yeterliklere ilişkin güçlü ve zayıf yönlerini daha iyi anlamak için bilişsel tanı modellerinden LCDM kullanılmıştır. Matematik eğitimcileri, bilişsel tanı modellerini kullanarak elde ettikleri bulguları nitel analiz yöntemleri ile destekleyerek öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerine ilişkin daha bütüncül ve derinlemesine bir anlayış sahibi olabilirler.

Son olarak öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerini geliştirebilmeleri, öğretmenlik mesleğine başladıklarında öğrencileri için daha detaylı etkinlikler hazırlayabilmeleri için orantısal akıl yürütme ile ilgili daha önce yapılmış çalışmaları incelemeleri gelişimleri açısından uygun olacağı düşünülmektedir.

KAYNAKLAR

Açıkgül, K. ve Tuhan, N. (2023). 8. sınıf öğrencilerinin orantısal ve olasılıksal akıl yürütme becerileri ile problem çözme sürecinde üstbilişsel öz düzenlemelerine ilişkin farkındalıklarının incelenmesi. *Kocaeli Üniversitesi Eğitim Dergisi*, *6*(1), 96–123. https://doi.org/10.33400/kuje.1222070

Akkuş Çıkla, O. ve Duatepe, A. (2002). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme becerileri üzerine bir çalışma. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *23*(1), 32–40.

Akkuş, O. ve Duatepe Paksu, A. (2006). Orantısal akıl yürütme becerisi testi ve teste yönelik dereceli puanlama anahtarı geliştirilmesi. *Eurasian Journal of Educational Research 6*(25), 1–10.

Aktaş, M., (2021) *Bilişsel tanı modellerinden pG-DINA, sG-DINA, DINA ve R-RUM modellerinin çeşitli koşullar altınca incelenmesi*, Doktora Tezi, Mersin Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Mersin, 99s

Alatorre, S., & Figueras, O. (2004). Proportional reasoning of quasi-literate adults. In M. J. Høines, & A. B. Fuglestad (Eds.), 28th Annual Conference of the *International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 9–16). Bergen, Norway: PME.

Arican, M. (2015). *Exploring preservice middle and high school mathematics teachers' understanding of directly and inversely proportional relationships*, Phd Thesis, University of Georgia.

Arican, M. (2018). Preservice middle and high school mathematics teachers' strategies when solving proportion problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *16*(2), 315–335. https://doi.org/10.1007/s10763-016-9775-1

Arican, M. (2019a). Preservice mathematics teachers' understanding of and abilities to differentiate proportional relationships from nonproportional relationships. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *17*(7), 1423–1443. https://doi.org/10.1007/s10763-018-9931-x

Arican, M. (2019b). A diagnostic assessment to middle school students' proportional reasoning. *Turkish Journal of Education*, *8*(4), 237–257. https://doi.org/10.19128/turje.522839

Arican, M. (2020). Öğretmen adaylarının orantısal olan ve olmayan ilişkileri belirleyebilme ve temsil edebilmelerinin problem içerikleri açısından incelenmesi. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi*, *14*(1), 629–660. https://doi.org/10.17522/balikesirnef.683225

Arican, M. (2021). The development and application of an interview structure on determining preservice mathematics teachers' competence in proportional reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, 1–25. https://doi.org/10.1007/s13394-021-00388-5

Arican, M., & Kiymaz, Y. (2022). Investigating preservice mathematics teachers' definitions, formulas, and graphs of directly and inversely proportional relationships. *The Mathematics Enthusiast*, *19*(2), 632–656. https://doi.org/10.54870/1551-3440.1566

Arican, M., & Kuzu, O. (2020). Diagnosing preservice teachers' understanding of statistics and probability: Developing a test for cognitive assessment. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *18*(4), 771–790. https://doi.org/10.1007/s10763-019-09985-0

Arican, M., Özçakir, B. (2021) Facilitating the development of Preservice teachers' proportional reasoning in geometric similarity problems using augmented reality activities. *Education and Information Technologies 26*, 2327–2353 https://doi.org/10.1007/s10639-020-10359-1

Arican, M., Verschaffel, L., & Dooren, W., V. (2023) Preservice middle school mathematics teachers' strategy repertoire in proportional problem solving, *Research in Mathematics Education*, *25*(1), 1–21. https://doi.org/10.1080/14794802.2023.2212260

Atabas, S., & Oner, D. (2016). An examination of Turkish middle school students' proportional reasoning. *Boğaziçi University Journal of Education*, *33*(1), 63–85.

Atuahene, F., & Russell, T. A. (2016). Mathematics readiness of first-year university students. *Journal of Developmental Education*, *39*(3), 12–20. https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1130188.pdf Erişim Tarihi: 20 Temmuz 2023

Avcu, R. (2010). *İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin oran ve orantı problemlerindeki çözüm stratejileri üzerine bir araştırma*, Yüksek Lisans Tezi, Selçuk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Konya, 98s.

Avcu, R. (2017). Prospective teachers’ knowledge of connections among external representations in the context of proportionality. *Ihlara Journal of Educational Research*, *2*(2), 69–94.

Avcu, R. & Doğan, M. (2014). What are the strategies used by seventh grade students while solving proportional reasoning problems? *International Journal of Educational Studies in Mathematics*, *1*(2), 34–55.

Ayan, R., & Isiksal-Bostan, M. (2018). Middle school students’ proportional reasoning in real life contexts in the domain of geometry and measurement. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *50*(1), 65–81. https://doi.org/10.1080/0020739X.2018.1468042

Badawi, A., Herman, T., & Juandi, D. (2023). Pedagogical content knowledge analysis of mathematics teachers in developing lesson plans on ratio topic. *Hipotenusa: Journal of Mathematical Society*, *5*(1), 29–43. https://doi.org/10.18326/hipotenusa.v5i1.8934

Bahar, G., (2019) *Measuring Pre-Service Teachers’ mathematics content knowledge and mathmatics pedagogical content knowlegde on ratio an proportion,* MSc Thesis Boğaziçi University Institute of Science.

Bart, W., Post, T., Behr, M., & Lesh, R. (1994). A diagnostic analysis of a proportional reasoning test item: An introduction to the properties of a semi-dense item. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, *16*(3), 1–11.

Başokçu, T. O. (2014). Öğrenci yeteneklerinin kestirilmesinde bilişsel tanı modelleri ve uygulamaları. *Abant İzzet Baysal Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *14*(1), 1–32.

Bayazit, İ., & Dönmez, S. M. K. (2017). Öğretmen adaylarının problem kurma becerilerinin orantısal akıl yürütme gerektiren durumlar bağlamında incelenmesi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, *8*(1), 130–160. http://doi.org/10.16949/turkbilmat.303759

Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C., & Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, *36*, 247–273. https://doi.org/10.1023/A:1003235712092

Ben-Chaim, D., Keret, Y., & Ilany, B. (2007). Designing and implementing authentic investigative proportional reasoning tasks: The impact on preservice mathematics teachers' content and pedagogical knowledge and attitudes. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *10*, 333–340. https://doi.org/10.1007/s10857-007-9052-x

Berk, D., Taber, S. B., Gorowara, C. C., & Poetzl, C. (2009). Developing prospective elementary teachers' flexibility in the domain of proportional reasoning. *Mathematical Thinking and Learning*, *11*(3), 113–135. https://doi.org/10.1080/10986060903022714

Bolt, D. (2007). The present and future of IRT-based cognitive diagnostic models (ICDMs) and related methods. *Journal of Educational Measurement*, *44*(4), 377–383.

Boyacı, H. S. (2019). *The proportional reasoning ability of preservice mathematics teachers: A mixed method study*, MSc thesis. Boğaziçi University Social Sciences Institute.

Bradshaw, L., Izsak, A., Templin, J., & Jacobson, E. (2014). Diagnosing teachers' understandings of rational numbers: Building a multidimensional test within the diagnostic classification framework. *Educational Measurement: Issues and Practice*, *33*(1), 2–14. https://doi.org/10.1111/emip.12020

Brown, R. E., Weiland, T., & Orrill, C. H. (2019). Mathematics teachers' use of knowledge resources when identifying proportional reasoning situations. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *18*, 1085–1104. https://doi.org/10.1007/s10763-019-10006-3

Buforn, A., Llinares, S. & Fernández, C. (2018) Características del conocimiento de los estudiantes para maestro españoles en relación con la fracción, razón y proporción [Characteristics of student knowledge for Spanish teachers in relation to fraction, ratio and proportion]. *Revista Mexicana de Investigación Educativa, 23*, 229–251. https://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1405-66662018000100229

Cabero-Fayos, I., Santágueda-Villanueva, M., Villalobos-Antúnez, J. V., & Roig-Albiol, A. I. (2020). Understanding of inverse proportional reasoning in pre-service teachers. *Education Sciences*, *10*(11), 1–19. https://doi.org/10.3390/educsci10110308

Chin, H., Chew, C.M., Yew, W. T., & Musa, M (2022). Validating the cognitive diagnostic assessment and assessing students' mastery of 'parallel and perpendicular lines' using the Rasch model. *Participatory Educational Research*, *9*(6), 436–452. https://doi.org/10.17275/per.22.147.9.6

Choi, K. M., Lee, Y. S., & Park, Y. S. (2015). What CDM can tell about what students have learned: An analysis of TIMSS eighth grade mathematics. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, *11*(6), 1563–1577. https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1421a

Clark, M. R., Berenson, S. B., & Cavey, L. O. (2003). A comparison of ratios and fractions and their roles as tools in proportional reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, *22*(3), 297–317. https://doi.org/10.1016/S0732-3123(03)00023-3

Common Core Standards Writing Team (2011). *Progressions for the Common Core State Standards for Mathematics (draft), 6-7, ratios and proportional relationships.* https://commoncoretools.files.wordpress.com/2012/02/ccss_progression_rp_67_2011_11_12_corrected.pdf Erişim tarihi: 25 Temmuz 2023

Copur-Gencturk, Y., Baek, C., & Doleck, T. (2022) A closer look at teachers' proportional reasoning. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *21*(1), 113–129. https://doi.org/10.1007/s10763-022-10249-7

Copur-Gencturk, Y., Choi, H. J., & Cohen, A. (2023) Investigating teachers' understanding through topic modeling: A promising approach to studying teachers' knowledge. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *26*(3), 281–302. https://doi.org/10.1007/s10857-021-09529-w

Cramer, K., & Post T. (1993). Connecting research to teaching proportional reasoning. *The Mathematics Teacher, 86*(5), 404–407. https://doi.org/10.5951/MT.86.5.0404

Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications. In D. Owens (Ed.), *Research ideas for the classroom* (pp. 159- 178). Macmillan Publishing Company.

Creswell, J. W. (2003). Research design: *Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (2nd ed.). Sage.

Degrande, T., Van Hoof, J., Verschaffel, L., & Van Dooren, W. (2017). *Open word problems: Taking the additive or the multiplicative road?* ZDM, *50*(1), 1–12. https://doi.org/10.1007/s11858-017-0900-6

De Bock, D., Verschaffel, L., & Janssens, D. (1998). The predominance of the linear model in secondary school students' solutions of word problems involving length and area of similar plane figures. *Educational Studies in Mathematics*, *35*(1), 65–83. https://doi.org/10.1023/A:1003151011999

De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2007). *The illusion of linearity: From analysis to improvement* (Vol. 41). Springer Science & Business Media.

de La Torre, J. (2008). An empirically-based method of Q-matrix validation for the DINA model: Development and applications. *Journal of Educational Measurement 45*(4), 343–362. https://doi.org/10.1111/j.1745-3984.2008.00069.x

de la Torre, J., & Karelitz, T. M. (2009). Impact of diagnosticity on the adequacy of models for cognitive diagnosis under a linear attribute structure: a simulation study. *Journal of Educational Measurement*, *46*, 450–469. https://doi.org/10.1111/j.1745-3984.2009.00092.x

de la Torre, J. (2011). The generalized DINA model framework. *Psychometrika*, *76*(2), 179–199. https://doi.org/10.1007/s11336-011-9207-7

Dogan, E., & Tatsuoka, K. (2008). An international comparison using a diagnostic testing model: Turkish students' profile of mathematical skills on TIMSS–R. *Educational Studies in Mathematics*, *68*(3), 263–272. https://doi.org/10.1007/s10649-007-9099-8

Doğruel, A. B. ve Karakuş, F. (2022). Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran-orantı konusuyla ilgili alan bilgilerinin incelenmesi. *Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, *24*(3), 885–904. https://doi.org/10.32709/akusosbil.938560

Duatepe, A., Akkuş-Çıkla, O. ve Kayhan, M. (2005). Orantısal akıl yürütme gerektiren sorularda öğrencilerin kullandıkları çözüm stratejilerinin soru türlerine göre değişiminin incelenmesi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *28*(28), 73–81.

Ekawati, R., Lin, F. L. & Yang, KL. (2015) Developing an instrument for measuring teachers' mathematics content knowledge on ratio and proportion: A case of Indonesian primary teachers. *Internatiaonal Journal of Science and Mathematics Education 13*(1), 1–24. https://doi.org/10.1007/s10763-014-9532-2

Ekiz, D. (2003). *Eğitimde araştırma yöntem ve metotlarına giriş*. Anı Yayıncılık.

Fisher, L. C. (1988). Strategies used by secondary mathematics teachers to solve proportion problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, *19*(2), 157–168. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.19.2.0157

Fraenkel, J., Wallen, N., & Hyun, H. (2023). *How to design and evaluate research in education* (11th ed.). McGraw-Hill.

Glassmeyer, D., Brakoniecki, A., & Amador, J. M. (2021). Identifying and supporting teachers' robust understanding of proportional reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior, 62*, 1–16. https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2021.100873

Güneş, M. (2022). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının dikdörtgenlerin alanlarının ölçümünde orantısal akıl yürütme bilgi kaynaklarını kullanma becerileri*, Yüksek Lisans Tezi, Ahi Evran Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Kırşehir, 136s.

Gürler, A. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin gelişiminin varsayıma dayalı öğrenme rotası kapsamında incelenmesi*, Doktora Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, 315s.

Harel, G., Behr, M., Lesh, R., & Post, T. (1994). Invariance of ratio: The case of children's anticipatory scheme for constancy of taste. *Journal for Research in Mathematics Education, 25*(4), 324–345. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.25.4.0324

Hart, K. (1988). Ratio and proportion. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 198–220). National Council of Teachers of Mathematics.

Hartz, S. (2002). *A Bayesian framework for the unified model for assessing cognitive abilities: Blending theory with practice*, Phd Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign.

Hasançebi, B., Terzi, Y., & Küçük, Z. (2020). Madde güçlük indeksi ve madde ayırt edicilik indeksine dayalı çeldirici analizi. *Gümüşhane Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi, 10*(1), 224–240. https://doi.org/10.17714/gumusfenbil.615465

Henson, R., Templin, J., & Willse, J. (2009). Defining a family of cognitive diagnosis models using log-linear models with latent variables. *Psychometrika, 74*(2), 191–210. https://doi.org/10.1007/s11336-008-9089-5

Hillen, A. F. (2005). *Examining preservice secondary mathematics teachers' ability to reason proportionally prior to and upon completion of a practice-based mathematics methods course focused on proportional reasoning*, Phd Thesis, University of Pittsburgh.

Hilton, A., Hilton, G., Dole, S., & Goos, M. (2016). Promoting students' proportional reasoning skills through an ongoing professional development program for teachers. *Educational Studies in Mathematics*, *92*(2), 193–219.

Hilton, A., & Hilton, G. (2019). Primary school teachers implementing structured mathematics interventions to promote their mathematics knowledge for teaching proportional reasoning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *22*(6), 545–574.

Hochberg, Y., & Tamhane, A. C. (1987). *Multiple comparison procedures*. John Wiley & Sons press.

Hull, L. S. H. (2000). *Teachers' mathematical understanding of proportionality: Links to curriculum, professional development, and support*, Phd Thesis, The University of Texas at Austin.

Izsák, A., & Jacobson, E. (2017). Preservice teachers' reasoning about relationships that are and are not proportional: A knowledge-in-pieces account. *Journal for Research in Mathematics Education*, *48*(3), 300–339. https://doi.org/10.5951/jresematheduc.48.3.0300

Jacobson, E., Lobato, J., & Orrill, C. H. (2018). Middle school teachers' use of mathematics to make sense of student solutions to proportional reasoning problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *16*, 1541–1559. https://doi.org/10.1007/s10763-017-9845-z

Yeong, J., Martinez, R., & Dougherty, B. (2020). Misconceptions on part-part-whole proportional relationships using proportional division problems. *Investigations in Mathematics Learning*, *12*(2), 67–81. https://doi.org/10.1080/19477503.2018.1548222

Johnson, K. (2017). A study of pre-service teachers' use of representations in their proportional reasoning. In Galindo, E., & Newton, J., (Eds.), *Proceedings of the 39th North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education conference* (pp. 551–558). Indianapolis, IN.

Junker, B. W., & Sijtsma, K. (2001). Cognitive assessment models with few assumptions and connections with nonparametric item response theory. *Applied Psychological Measurement*, *25*(3), 258–272. https://doi.org/10.1177/01466210122032064

Jurich, D. P., & Bradshaw, L. P. (2014). An illustration of diagnostic classification modeling in student learning outcomes assessment. *International Journal of Testing*, *14*(1), 49–72. https://doi.org/10.1080/15305058.2013.835728

Karaboğaz, Y., & Ergene, Ö. (2023). Beceri temelli orantısal akıl yürütme başarı testinin geliştirilmesi. *Journal of Individual Differences in Education*, *5*(1), 31–47. https://doi.org/10.47156/jide.1293584

Karaduman, B. (2018). *Ortaokul 6., 7. Ve 8. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerini ve matematik dersine yönelik tutumlarının bazı değişkenler açısından incelenmesi: Cinsiyet ve sınıf düzeyi perspektifi*, Yüksek Lisans Tezi, Başkent Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 92s.

Karahan, S., Uca, S., & Güdük, T. (2022). Nitel araştırmalarda görüşme türleri ve görüşme tekniklerinin uygulanma süreci. *Nitel Sosyal Bilimler*, *4*(1), 78–101. https://doi.org/10.47105/nsb.1118399

Karakaya, İ. (2021). *Bilimsel araştırma yöntemleri*. (4. Baskı). Anı Yayıncılık.

Karasar, N. (2023). *Bilimsel araştırma yöntemi*. (38. Baskı). Nobel Yayınevi.

Kayhan, M. (2005). *6. ve 7. Sınıf öğrencilerinin oran-orantı konusuna yönelik çözüm stratejilerinin; sınıf düzeyine, cinsiyete ve soru tipine göre değişiminin incelenmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 135s.

Khotimah, K., & Shodikin, A. (2021). An analysis of proportional reasoning ability of secondary school students on opportunity material viewed from gender perspective. *Hipotenusa: Journal of Mathematical Society*, *3*(1), 111–128. https://doi.org/ 10.18326/hipotenusa.v3i1.111-128

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press.

Kim, H. Y. (2013). Statistical notes for clinical researchers: Assessing normal distribution (2) using skewness and kurtosis. *Restorative Dentistry & Endodontics*, *38*(1), 52–54. https://doi.org/10.5395/rde.2013.38.1.52

Kuzu, O. (2017). Matematik ve fen bilgisi öğretmen adaylarının integral konusundaki kazanımlarının incelenmesi. *Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, *18*(3), 948–970.

Kuzu, O. (2021). Matematik ve fen bilgisi öğretmeni adaylarının integral konusundaki yeterliklerinin tanısal değerlendirilmesi. *Van Yüzüncü Yıl Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *18*(1), 249–283. https://doi.org/10.33711/yyuefd.859592

Kuzu, O., & Arıcan, M. (2020). Matematik öğretmeni adaylarının istatistik ve olasılık konularındaki yeterliklerinin çeşitli değişkenler açısından incelenmesi. *Eğitimde ve Psikolojide Ölçme ve Değerlendirme Dergisi*, *11*(1), 13–26.

Lamon, S. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical research method for research. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (Vol. 1, pp. 629–667). Information Age Publishing.

Lamon, S. J. (2012). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content knowledge and instructional strategies for teachers.* Erlbaum.

Lamon, S. J. (2020). *Teaching fractions and ratios for understanding: Essential content and instructional strategies for teachers* (4th ed.). Routledge.

Langrall, C. W., & Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *6*(4), 254–261. https://doi.org/10.5951/MTMS.6.4.0254

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 93–118). National Council of Teachers of Mathematics.

Lim, K. (2009). Burning the candle at just one end: Using nonproportional examples helps students determine when proportional strategies apply. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *14*(8), 492–500. https://doi.org/10.5951/MTMS.14.8.0492

Lobato, J., Ellis, A., & Zbiek, R. M. (2010). *Developing essential understanding of ratios, proportions, and proportional reasoning for teaching mathematics: Grades 6-8*. National Council of Teachers of Mathematics.

Martínez-Juste, S., Arıcan, M., Muñoz-Escolano, J. M., & Oller-Marcén, A. M. (2023). A diagnostic comparison of Spanish and Turkish middle school students' proportional reasoning. *Asian Journal for Mathematics Education*, *2*(1), 64–90. https://doi.org/10.1177/27527263231166156

Martínez-Juste, S., Muñoz-Escolano, J. M., Oller-Marcén, A. M., & Ortega del Rincón, T. (2017). Análisis de problemas de proporcionalidad compuesta en libros de texto de 2° de ESO [Analysis of compound proportion problems in 8th grade textbooks]. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, *20*(1), 95–122. https://doi.org/10.12802/relime.17.2014

MEB (2018). *Matematik dersi öğretim programı.* http://mufredat.meb.gov.tr/ProgramDetay.aspx?PID=329

Misailadou, C., & Williams, J. (2003). Measuring children's proportional reasoning, the "tendency" for an additive strategy and the effect of models. In N. A. Pateman, B. J. Dougherty, & J. T. Zilliox (Eds.), *Proceedings of the 27th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 3, pp. 293–300). Honolulu, HI: University of Hawaii.

Modestou, M., & Gagatsis, A. (2007). Students' improper proportional reasoning: A result of the epistemological obstacle of "linearity." *Educational Psychology, 27*(1), 75–92. https://doi.org/10.1080/01443410601061462

Muthen, L. K., & Muthen, B. O. (2011). *Mplus user's guide* (6th ed.).

Nacar, S. (2022). *Geliştirilen STEM eğitim modülünün uygulanması sonucunda öğretmen adaylarının orantısal akıl yürütme değişimlerinin incelenmesi*, Doktora Tezi, İnönü Üniversitesi eğitim Bilimleri Enstitüsü, Malatya, 291s.

National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. NCTM Publications.

National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Author.

Ohlsson, S. (1988). Mathematical meaning and applicational meaning in the semantics of fractions and related concepts. *Number Concepts and Operations in the Middle Grades*, 2, 53–92

Orrill, C. H., Brown, R. E., Burke, J. P., Millett, J., Nagar, G. G., Park, J., & Weiland, T. (2017). Extending appropriateness: Further exploration of teachers' knowledge resources for proportional reasoning. In E. Galindo, & J. Newton (Eds.), *Proceedings of the 39th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 581–588). Indianapolis, IN.

Ölmez, İ. B. (2016). Two distinct perspectives on ratios: Additive and multiplicative relationships between quantities. *Elementary Education Online, 15*(1), 186–203. https://doi.org/10.17051/io.2016.94175

Ölmez, İ. B. (2022). Preservice teachers' understandings of division and ratios in forming proportional relationships. *Mathematics Education Research Journal*, 1–25. https://doi.org/10.1007/s13394-022-00410-4

Öz, E. (2020). *Ortaöğretim öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin incelenmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir, 203s.

Özgün-Koca, S. A., & Altay, M. K. (2009). An investigation of proportional reasoning skills of middle school students. *Investigations in Mathematics Learning*, *2*(1), 26–48. https://doi.org/10.1080/24727466.2009.11790289

Pişkin-Tunç, M. (2016). *Pre-service middle school mathematics teachers' proportional reasoning before and after a practice-based instructional modüle,* Phd Thesis Middle East Technical University Graduate School of Social Sciences.

Poçan, S., Yaşaroğlu, C., & İlhan, A. (2017). Ortaokul 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin matematiksel akıl yürütme beceri düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Journal of International Social Research*, *10*(52), 795–806. http://dx.doi.org/10.17719/jisr.2017.1816

R Core Team (2022). *R: A Language and Environment for Statistical Computing*. R Foundation for Statistical Computing.

Ranjbaran, F., & Alavi, S. M. (2017). Developing a reading comprehension test for cognitive diagnostic assessment: A RUM analysis. *Studies in Educational Evaluation*, *55*, 167–179. https://doi.org/10.1016/j.stueduc.2017.10.007

Ravand, H., & Robitzsch, A. (2015). Cognitive diagnostic modeling using R. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, *20*(11), 1–12. https://doi.org/10.7275/5g6f-ak15

Rupp, A. A., Templin, J. L., & Henson, R. A. (2010). *Diagnostic assessment: Theory, methods, and applications.* Guilford Press.

Sardoğan, M. E., Karahan, T. F., & Kaygusuz, C. (2006). Üniversite öğrencilerinin kullandıkları kararsızlık stratejilerinin problem çözme becerisi, cinsiyet, sınıf düzeyi ve fakülte türüne göre incelenmesi. *Mersin Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *2*(1),78–97. https://dergipark.org.tr/en/pub/mersinefd/issue/17390/181755

Satorra, A., & Bentler, P. M. (2010). Ensuring positiveness of the scaled difference chi-square test statistic. *Psychometrika,* *75*(2), 243–248. https://doi.org/10.1007/s11336-009-9135-y

Sen, S., & Arican, M. (2015). A diagnostic comparison of Turkish and Korean students' mathematics performances on the TIMSS 2011 assessment. *Journal of*

Measurement and Evaluation in Education and Psychology, *6*(2), 238–253. https://doi.org/10.21031/epod.65266

Shield, M. J., & Dole, S. (2013). Assessing the potential of mathematics textbooks to promote deep learning. *Educational Studies in Mathematics*, *82*(2), 183–199. https://doi.org/10.1007/s10649- 012-9415-9

Simon, M. A., & Blume, G. W. (1994). Mathematical modeling as a component of understanding ratio-as-measure: A study of prospective elementary teachers. *The Journal of Mathematical Behavior*, *13*(2), 183-197. https://doi.org/10.1016/0732-3123(94)90022-1

Spinillo, A. G., & Bryant, P. E. (1999). Proportional reasoning in young children: Part-part comparisons about continuous and discontinuous quantity. *Mathematical Cognition*, *5*(2), 181–197. https://doi.org/10.1080/135467999387298

Steinthorsdottir, O. B., & Sriraman, B. (2007). Gender and strategy use in proportional situations: An Icelandic study. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *12*(3), 25–56.

Stemn, B. S. (2008). Building middle school students' understanding of proportional reasoning through mathematical investigation. *Education 3–13*, *36*(4), 383–392. https://doi.org/10.1080/03004270801959734

Şen, C. (2022). Ortaokul matematik öğretmenlerinin oran ve orantı konusunda alan ve öğretme bilgisi. *Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi SBE Dergisi*, *12*(1), 309–328. https://doi.org/10.30783/nevsosbilen.946955

Thompson, P. W. (1994). The development of the concept of speed and its relationship to concepts or rate. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 179–234). Albany, NY: SUNY Press.

Templin, J., & Henson, R. (2006). Measurement of psychological disorders using cognitive diagnosis models. *Psychological Methods*, *11*(3), 287–305. https://doi/10.1037/1082-989X.11.3.287

Terzi, R., & Sen, S. (2019). A nondiagnostic assessment for diagnostic purposes: Q-matrix validation and item-based model fit evaluation for the TIMSS 2011 assessment. *SAGE Open*, 1–11. https://doi.org/10.1177/2158244019832684

Toker, T., & Green, K. (2012). An application of cognitive diagnostic assessment on TIMMS–2007 8th grade mathematics items. Paper presented at the *Annual Meeting* *of the American Educational Research Association*. Vancouver, British Columbia, Canada.

Toluk-Ucar, Z., & Bozkus, F. (2018). Elementary school students’ and prospective teachers’ proportional reasoning skills. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, *19*, 205–222. https://doi.org/10.4256/ijmtl.v19i2

Uçar, C., (2023). *Bilişsel tanı modellerinden DINA model kullanılarak öğrencilerin üst düzey düşünme becerilerinin ölçülmesi*, Yüksek Lisans Tezi, Ege Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir, 96s.

Ünsal, A. (2009). *İlköğretim 7. Sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütme becerilerinin başarı, tutum ve cinsiyet değişkenleri açısından incelenmesi: Bolu ili örneği*, Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu, 140s.

Van De Walle, J., Karp, K.S., & Bay-Williams, J. M. (2020). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally.* Pearson Education Limited.

Van Dooren, W., De Bock, D., Depaepe, F., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2003). The illusion of linearity: Expanding the evidence towards probabilistic reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, *53*(2), 113–138. https://doi.org/10.1023/A:1025516816886

Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2005). Not everything is proportional: Effects of age and problem type on propensities for overgeneralization. *Cognition and Instruction*, *23*(1), 57–86. https://doi.org/10.1207/s1532690xci2301_3

Van Dooren, W., De Bock, D., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2007). Pupils’ overreliance on linearity: A scholastic effect? *British Journal of Educational Psychology*, *77*(2), 307–321. https://doi.org/10.1348/000709906X115967

Van Dooren, W., De Block, D., & Verschaffel, L. (2010a). From addition to multiplication … and back: The development of students’ additive and multiplicative reasoning skills. *Cognition and Instruction Mathematical Thinking and Learning*, *28*(3), 360–381. https://doi.org/10.1080/07370008.2010.488306

Van Dooren, W., De Block, D., Vleugels, K., & Verschaffel, L. (2010b). Just answering … or thinking? Contrasting pupils’ solutions and classifications of missing-value word problems. *Mathematical Thinking and Learning*, *12*(1), 20–35. https://doi.org/10.1080/10986060903465806 von Davier, M. (2005). *A general diagnostic model applied to language testing data* (ETS Research Report No. RR-05-16). Educational Testing Service. https://doi.org/10.1002/j.2333-8504.2005.tb01993.x

Weiland, T., Orrill, C. H., Brown, R. E., & Nagar, G. G. (2019). Mathematics teachers' ability to identify situations appropriate for proportional reasoning. *Research in Mathematics Education*, *21*(3), 233–250. https://doi.org/10.1080/14794802.2019.1579668

Weiland, T., Orrill, C. H., Nagar, G. G., Brown, R. E., & Burke J. (2021). Framing a robust understanding of proportional reasoning for teachers. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *24*, 179–202. https://doi.org/10.1007/s10857-019-09453-0

Werner, C., & Schermelleh-Engel, K. (2010). Deciding between competing models: Chi-square difference tests. *In Introduction to Structural Equation Modeling with LISREL*, 1–3.

Wright, V. (2014). Frequencies as proportions: Using a teaching model based on Pirie and Kieren's model of mathematical understanding. *Mathematics Education Research Journal*, *26*(1), 101–128. https://doi.org/10.1007/s13394-014-0118-7

Yakar, L., Doğan, N., Dost, Ş., & Sezen Yüksel, N. (2021). Monitoring student achievement with cognitive diagnosis model. *Journal of Measurement and Evaluation in Education and Psychology*, *12*(3), 303–320. https://doi.org/10.21031/epod.903084

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2018). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. (11. Baskı). Seçkin Yayınevi.

Yükseköğretim Kurulu (2018). Yeni öğretmen yetiştirme lisans programları. https://www.yok.gov.tr/kurumsal/idari-birimler/egitim-ogretim-dairesi/yeni-ogretmen-yetistirme-lisans-programlari. Erişim Tarihi: 25 Temmuz 2023

EKLER

Ek 1. Etik Kurul İzin Formu

KIRŞEHİR AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ
ETİK KURUL DEĞERLENDİRME VE
KARAR FORMU

K-Q
TSE-ISO-EN
9000

Değerlendirme Talebinde Bulunan Kişi/Kurum	**Talat KAYA**		
Değerlendirme Başvuru Tarihi	15.11.2022		
Değerlendirilmesi Talep Edilen Eserin/Araştırmanın Adı	**İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Yeterliklerinin Bilişsel Tanı Modelleri İle İncelenmesi**		
Değerlendirilmesi Talep Edilen Araştırma/Ölçek/Anket/Görüşme Formu			
Değerlendirmeyi Yapan Etik Kurul	KIRŞEHİR AHİ EVRAN ÜNİVERSİTESİ SOSYAL VE BEŞERİ BİLİMLER BİLİMSEL ARAŞTIRMA VE YAYIN ETİK KURULU		
Değerlendirme Toplantı Bilgileri	Yeri	Tarihi	Saati
	İİBF Toplantı Salonu	22.11.2022	14:30
Karar No	Karar Tarihi	**22.11.2022**	
	Karar No	**2022/09/25**	
Karar Sonucu	(X) Kabul	(X) Oybirliği	
		( ) Oy Çokluğu	
	( ) Ret	( ) Oybirliği	
		( ) Oy Çokluğu	

Etik Kurulumuz, yukarıda başvuru bilgileri yer alan eser/araştırma için toplanarak bilimsel araştırmalar ve yayın etiği açısından değerlendirme yapmış ve aşağıda gerekçesi açıklanan karar(lar)ı almıştır:

Karar ve Gerekçesi

Talat KAYA'ya ait "İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Orantısal Akıl Yürütme Yeterliklerinin Bilişsel Tanı Modelleri İle İncelenmesi" başlıklı araştırmanın, bilimsel araştırmalar etiği açısından yapılan değerlendirme sonucunda kabulüne ancak YÖK Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi 4. Maddesinin 2/g fıkrasına göre araştırma verilerinin yayımlanabilmesi için araştırma yapılan kurumdan resmi izin alınması sorumluluğunun araştırmacıya ait olduğuna
oy birliğiyle karar verildi.

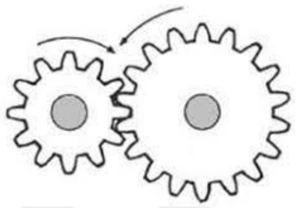
Etik Kurul Başkanı
Prof. Dr. Nur ÇETİN

(Form No: FR- 586 ; Revizyon Tarihi:..../.../........; Revizyon No:.......)

Ek 2. Orantısal Akıl Yürütme Testi

1) Bir ressam yeşil rengin bir tonunu elde etmek için 2 kutu mavi boyayla 5 kutu sarı boyayı karıştırmıştır. Ressamın $\frac{2}{5}$ kutu mavi boya kullanarak yeşil rengin aynı tonunu elde edebilmesi için kaç kutu sarı boya kullanması gerekir? (Not: Kutular eşit büyüklüktedir.)

A) 1 B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{17}{5}$

2) 

Şekilde verilen küçük çarkın 12 dişi, büyük çarkın ise 18 dişi vardır. Küçük çark kendi etrafında 6 defa döndüğünde büyük çark kaç defa döner?

A) 9 B) 8 C) 7 D) 6 E) 4

3) Aşağıdakilerden hangisi veya hangileri bir oran belirtip bir kesir **belirtmez**?

I) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

II) $\frac{\text{3 elma}}{\text{5 armut}}$

III) $\frac{\text{Sınıftaki gözlüklü öğrenci sayısı}}{\text{Sınıf mevcudu}}$

IV) $\frac{\text{2 bardak un}}{\text{3 bardak su}}$

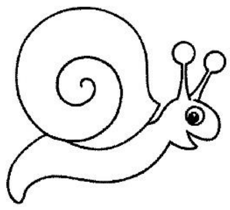
A) Yalnız I
B) II ve IV
C) Yalnız IV
D) I, II ve IV
E) III ve IV

4) Bir restoranda 3 döner ile 5 tost aynı fiyata satılmaktadır. Aynı restoranda 7 tost ile 3 lahmacun da aynı fiyata satılmaktadır. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

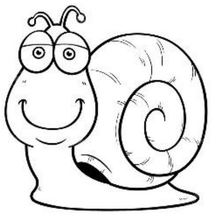
A) 6 tost ile 10 lahmacunun fiyatı aynıdır.
B) 7 döner ile 5 lahmacunun fiyatı aynıdır.
C) 5 tost ile 3 lahmacununun fiyatı aynıdır.

D) 3 döner ile 4 lahmacunun fiyatı aynıdır.
E) 6 döner ile 15 tostun fiyatı aynıdır.

5)



A Salyangozu



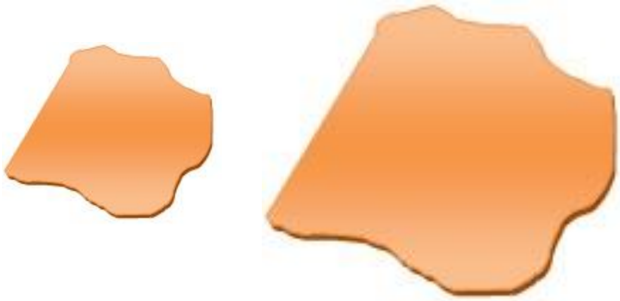
B Salyangozu

A salyangozu 7 saatte 6 metre, B salyangozu ise 6 saatte 5 metre yol gidiyor. Salyangozların hızları ile ilgili aşağıdakilerden hangisi veya hangileri doğrudur?

I) A salyangozu daha hızlıdır.
II) B salyangozu daha hızlıdır.
III) A salyangozunun hızı saatte $\frac{6}{7}$ metredir
IV) A ve B salyangozlarının hızları eşittir.

A) I ve II
B) Yalnız I
C) Yalnız IV
D) I ve III
E) II ve III

6)



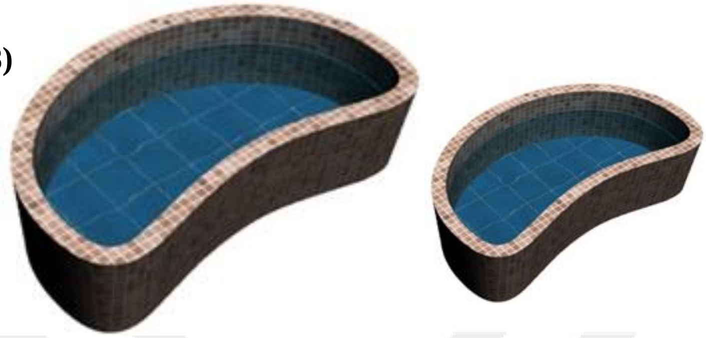
Aslı Hanım, 160 000 TL'ye bir arsa almıştır. Aslı Hanım, bu arsaya geometrik olarak benzeyen fakat eni ve boyu bu arsanın 5/2 katı büyüklüğünde başka bir arsa alsaydı kaç TL ödemesi gerekirdi?

A) 200 000 TL
B) 400 000 TL
C) 600 000 TL
D) 800 000TL
E) 1 000 000 TL

7) $\frac{3}{4}$ bardak ayran günlük kalsiyum ihtiyacımızın %60'ını karşılamaktadır. Bu durumda, $\frac{1}{2}$ bardak ayran günlük kalsiyum ihtiyacımızın ne kadarını karşılar?

A) %30 B) %40 C) %45 D) %75 E) %90

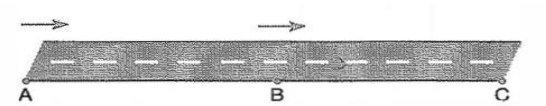
8)



Ahmet Bey, evinin bahçesine havuz yaptırmak istiyor. Yaptırmak istediği havuzun 27 ton su alacağını hesaplıyor. Çok fazla su alacağını düşünen Ahmet Bey; eni, boyu ve yüksekliği bu havuzun $\frac{1}{3}$ katı büyüklüğünde başka bir havuz yapmaya karar veriyor. Yeni havuzun alacağı su miktarı kaç tondur?

A) 18 B) 12 C) 9 D) 8 E) 1

9)



Ali ile Ayşe C şehrine gideceklerdir. Ali A şehrinden, Ayşe ise B şehrinden aynı anda yola çıkmışlardır. A ile C şehirleri arası 150 km'dir. Ali ile Ayşe C şehrine aynı anda varmışlardır. Ali 5 km/saat, Ayşe ise 3 km/saat hızla koştuğuna göre A ile B şehirleri arası mesafe kaç km'dir?

A) 30 B) 40 C) 50 D) 60 E) 90

10) Aşağıdaki tabloda belirli zaman aralıklarında bir musluğun akıttığı damla sayıları verilmiştir. Bu tabloya göre saat 10.45'te musluk toplam kaç damla su akıtmış olur?

Saat	Damla sayısı
07.15	8
09.15	24
10.45	?
12.45	52
14.15	64
16.45	84

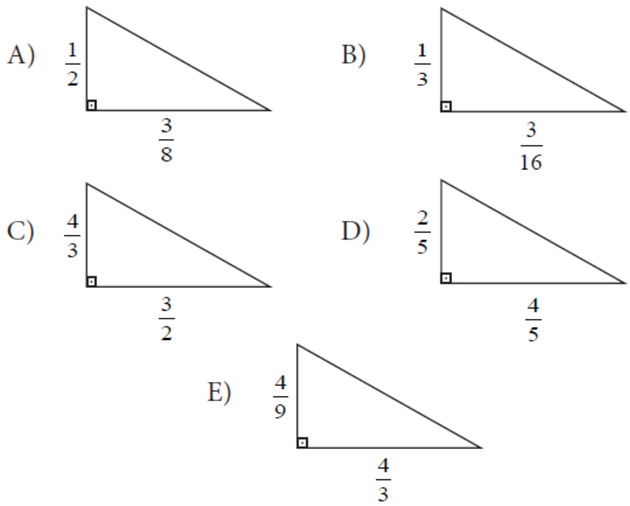
A) 48 B) 46 C) 44

D) 36 E) 32

11) Ahmet ile Mehmet dairesel bir pist etrafında aynı hızla koşmaktadırlar. Koşuya Ahmet önce başlamıştır. Ahmet 5 tur koştuğunda Mehmet 2 tur koşmuştur. Buna göre Mehmet 10 tur koştuğunda Ahmet kaç tur koşmuştur?

A) 12 B) 13 C) 15 D) 17 E) 25

12) Aşağıdaki rampalardan hangisi daha diktir?



13) Bir trenin lokomotifi 12 metre uzunluğundadır. Lokomotife 4 vagon bağlandığında trenin uzunluğu 52 metre oluyor. Lokomotife 8 vagon bağlandığında trenin uzunluğu kaç metre olur?

A) 116
B) 104
C) 92
D) 80
E) 68

14) Aynı hızda çalışan 3 işçi bir binayı 8 günde boyayabiliyor. İşçi sayısı ile boyama süresi arasındaki ilişkiyi gösteren tablo aşağıdakilerden hangisidir?

A)

İşçi	1	2	3	4
Gün	2	4	8	16

B)

İşçi	1	2	3	4
Gün	24	16	8	4

C)

İşçi	1	2	3	4
Gün	16	12	8	6

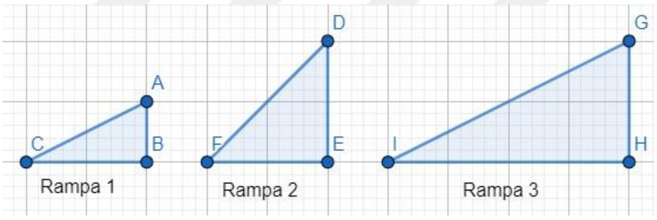
D)

İşçi	1	2	3	4
Gün	24	12	8	6

E)

İşçi	1	2	3	4
Gün	24	10	8	6

15)



Yukarıdaki şekilde üç farklı engelli rampası verilmiştir. Buna göre aşağıdakilerden hangisi veya hangileri doğrudur?

I) Rampa 1 ve Rampa 2'nin eğimleri aynıdır.

II) Rampa 1'e tırmanmak için yapılan iş miktarı ile Rampa 3'e tırmanmak için yapılan iş miktarı aynıdır.

III) Rampa 1 ile Rampa 3'ün diklikleri aynıdır.

A) I ve II
B) II ve III
C) I, II ve III
D) Yalnız II
E) Yalnız III

16) Işın saptırma formülü $f = \dfrac{5 \cdot Q \cdot l^3}{32 \cdot E \cdot w \cdot h^3} \cdot 9{,}81$ olarak bilinmektedir ve fizik derslerinde sıkça kullanılmaktadır. Buna göre, aşağıdaki değişken ikililerinden hangisi veya hangileri ters orantı belirtir? (*E*: esneklik katsayısı, *w*: genişlik, *l*: uzunluk, *h*: yükseklik, *Q*: yük miktarı).

I) *E* ile *Q*

II) *Q* ile *l*

III) *E* ile *w*

IV) *f* ile h^3

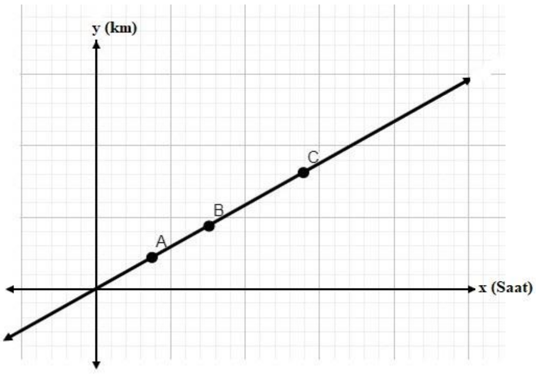
A) I ve II
B) II ve IV
C) III ve IV
D) II, III ve IV
E) I, II ve IV

17) Mert, bir tahtaya bir doğru boyunca eşit aralıklarla çivi çakmıştır. Sami de başka bir tahtaya bir doğru boyunca eşit aralıklarla çivi çakmıştır. Mert, Sami'den daha fazla çivi çakmıştır ve Mert'in tahtası Sami'nin tahtasından daha kısadır. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Mert'in tahtasındaki çiviler arası mesafe daha kısadır.
B) Sami'nin tahtasındaki çiviler arası mesafe daha kısadır.
C) İki tahtadaki çivilerin arasındaki mesafe aynıdır.
D) Çivi sayısı ve tahta uzunluğuna bağlı olarak Sami'nin çivileri arası mesafe, Mert'inkinden daha uzun veya eşit olabilir.
E) Sorunun çözümü için gerekli olan bilgilerde eksiklik vardır.

18) Bir aracın A şehrinden C şehrine giderken geçen zaman ve aldığı yol uzunluğu arasındaki ilişki aşağıdaki grafikte verilmiştir.

Şehirlerin koordinatları A $(\frac{2}{5}, \frac{7}{30})$, B $(\frac{7}{9}, \frac{49}{108})$ ve C $(\frac{21}{15}, \frac{49}{60})$ olduğuna göre yol ve zaman arasındaki ilişkiye karşılık gelen orantı sabitinin değeri kaçtır?



A) $\frac{21}{5}$

B) $\frac{12}{7}$

C) $\frac{7}{12}$

D) $\frac{5}{21}$

E) $\frac{20}{21}$

19) Kepler, gezegenlerin yörünge yarıçapları ile güneş çevresindeki dönüş periyotları arasındaki ilişkiyi $T^2 = c \cdot R^3$ formülüyle ifade etmiştir. (*T*: periyod, *R*: yarıçap, *c*: sabit).

Buna göre, aşağıda verilen değişken ikililerinden hangisi veya hangileri doğru orantı belirtir?

I) T ile R
II) T^2 ile R^3
III) T^2 ile c

A) Yalnız I
B) Yalnız II
C) Yalnız III
D) I ve III
E) II ve III

20) Yüzde kavramı ile ilgili aşağıdakilerden hangisi veya hangileri doğrudur?
I) Yüzde kavramının küçültme büyütme anlamı vardır.
II) Yüzde kavramı birimli oran belirtir.
III) Yüzde, iki nicelik arasındaki çarpımsal ilişkinin özel bir on-tabanı üzerinden gösterimidir.

A) I ve II
B) I ve III
C) Yalnız I
D) II ve III
E) I, II, III

21) Bir çiftçinin ölçüleri birbirinden farklı dikdörtgen şeklinde üç arsası vardır. Arsaların kenar uzunlukları aşağıda verilmiştir. Arsaların kareye **en çok benzeyenden en az benzeyene** doğru sıralanışı aşağıdakilerden hangisinde verilmiştir?

I) 185 metre × 245 metre
II) 114 metre × 75 metre
III) 455 metre × 508 metre
IV) 490 metre × 370 metre

A) III > I = IV > II
B) III > I > IV > II
C) II > I = IV > III
D) II > IV > I > III
E) II > III > I > IV

22) Ali, okulunun düzenlemiş olduğu koşu yarışmalarına katılmıştır. Ali, Pazartesi ve Salı günleri koşmuştur. Ali, Pazartesi günü Salı gününe göre daha az mesafe koşmasına rağmen daha fazla zaman harcamıştır. Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) Ali Pazartesi günü daha hızlı koşmuştur.
B) Ali, Salı günü daha hızlı koşmuştur.
C) Ali, Pazartesi ve Salı günleri aynı hızla koşmuştur.
D) Ali'nin koştuğu mesafeler ve harcadığı süreler verilmediğinden soru bu haliyle çözülemez.
E) Koşulan mesafe ve harcanan süreye bağlı olarak Ali, Pazartesi günü daha hızlı veya eşit hızla koşmuş olabilir.

23) Yüzde kavramı ile ilgili aşağıdakilerden hangisi veya hangileri doğrudur?
I) Yüzde ifadesi (%) her zaman bir karşılaştırma içerdiği için oran olarak kabul edilebilir.
II) Yüzde ifadesi (%) hem parça–parça hem de parça–bütün oluşturan durumların karşılaştırılmasında kullanılabilir.
III) Yüzde, birimsiz oran olarak tanımlanabilir.

A) Yalnız I
B) Yalnız II
C) I ve III
D) II ve III
E) I, II ve III

24) Kısa kenarı a cm, uzun kenarı b cm olan bir dikdörtgen için aşağıda verilenlerden hangisi veya hangileri doğrudur? ($a \neq b$)

I) Kenar uzunlukları aynı miktarda arttırıldığında şekil kareye daha çok benzer.
II) Kenar uzunlukları aynı miktarda azaltıldığında kenarlar arasındaki oran değişmez.
III) Kenar uzunlukları aynı miktarda arttırıldığında dikdörtgen aynı oranda büyür.

A) Yalnız I
B) Yalnız II
C) I ve II
D) I ve III
E) Yalnız III

25) Aşağıdakilerden hangisi veya hangileri bir oran belirtip bir kesir **belirtmez**? Cevabınızı açıklayınız.

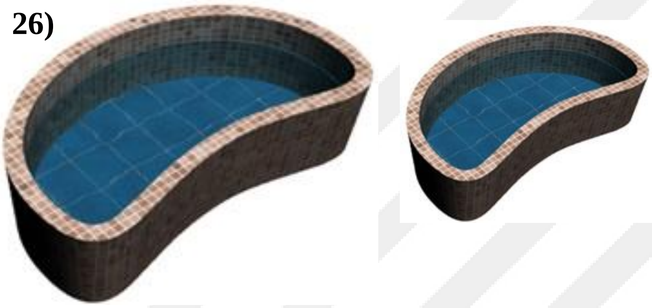
I) $\dfrac{\text{Sınıftaki sarışın öğrenci sayısı}}{\text{Sınıf mevcudu}}$

II) $\dfrac{\text{5 fındık}}{\text{2 ceviz}}$

III) $\dfrac{\text{2 bardak süt}}{\text{3 bardak şeker}}$

IV) $\dfrac{\sqrt{3}}{4}$

26)



Ahmet Bey, evinin bahçesine havuz yaptırmak istiyor. Yaptırmak istediği havuzun 54 ton su alacağını hesaplıyor. Çok fazla su alacağını düşünen Ahmet Bey; eni, boyu ve yüksekliği bu havuzun $\frac{2}{3}$ katı büyüklüğünde başka bir havuz yapmaya karar veriyor. Yeni havuzun alacağı su miktarı kaç tondur? Cevabınızı açıklayınız.

Işın saptırma formülü $f = \dfrac{5 \cdot Q \cdot l^3}{32 \cdot E \cdot w \cdot h^3} \cdot 9{,}81$ olarak bilinmektedir ve fizik derslerinde sıkça kullanılmaktadır. Buna göre, aşağıdaki değişken ikililerinden hangisi veya hangileri;

.I) E ile Q II) Q ile l III) E ile w IV) f ile h^3

***E*:** esneklik katsayısı,	***w*:** genişlik,
***l*:** uzunluk, ***h*:** yükseklik,	***Q*:** yük miktarı

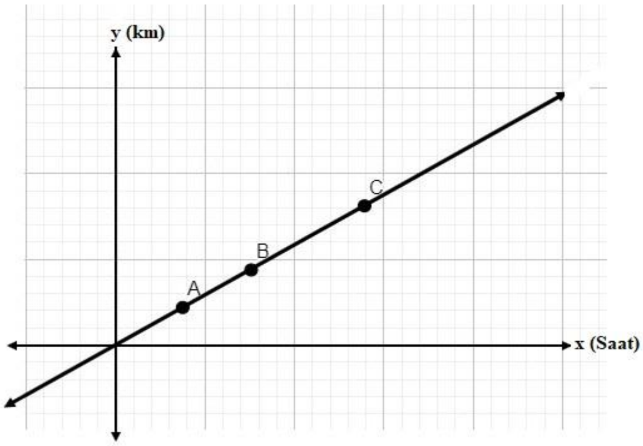
27) Ters orantı belirtir? Cevabınızı açıklayınız.

28) Doğru orantı belirtir? Cevabınızı açıklayınız

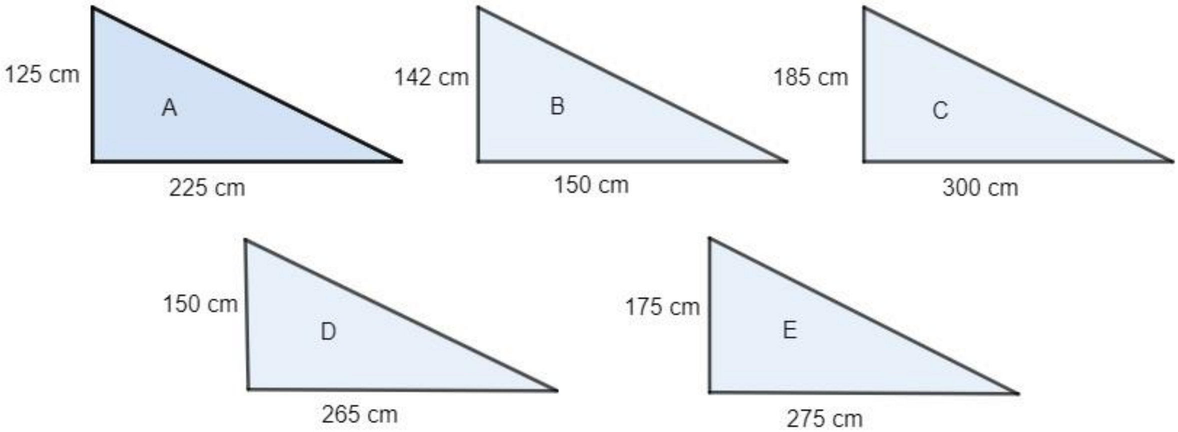
29) Birbirine bağlı olan iki dişli çarktan büyük çarkın x tane, küçük çarkın y tane dişi bulunmaktadır. Büyük çark z tur dönerse küçük çark kaç tur döner? (Çarklardaki dişler eşit büyüklüktedir.)

30) Bir aracın A şehrinden C şehrine giderken geçen zaman ve aldığı yol uzunluğu arasındaki ilişki aşağıdaki grafikte verilmiştir.

Şehirlerin koordinatları A $(\frac{3}{7}, \frac{3}{10})$, B $(\frac{7}{5}, \frac{49}{50})$ ve C $(\frac{22}{6}, \frac{77}{30})$ olduğuna göre yol ve zaman arasındaki ilişkiye karşılık gelen orantı sabitinin değeri kaçtır?



Aşağıdaki engelli rampalarını inceleyiniz. Aşağıdaki soruları bu rampaları göz önünde bulundurarak cevaplayınız.



31) Rampaların dikliklerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

32) Rampaların eğimlerini büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

33) Rampaları tırmanmak için yapılması gereken iş miktarını büyükten küçüğe doğru sıralayınız.

ÖZGEÇMİŞ

KİŞİSEL BİLGİLER	
Adı Soyadı:	Talat KAYA
Uyruğu:	T.C.
Orcid Numarası:	0000-0001-9623-8512

EĞİTİM BİLGİLERİ	
Lisans	
Üniversite:	Selçuk Üniversitesi
Fakülte:	Eğitim Fakültesi
Bölümü:	İlköğretim Matematik Öğretmenliği
Mezuniyet Yılı:	2007
Yüksek Lisans	
Üniversite:	Kırşehir Ahi Evran Üniversitesi
Enstitü:	Fen Bilimleri Enstitüsü
Anabilim Dalı:	Matematik ve Fen Bilimleri Eğitimi Anabilim Dalı
Programı	Matematik Eğitimi Bilim Dalı
Mezuniyet Yılı:	2023

Tezden Üretilen Makaleler ve Bildiriler

Uluslararası Konferans ve Sempozyumlarda Sunulan Bildiriler

Kaya, T., Arıcan, M., Avcu, R., (Mayıs, 2023) İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının orantısal akıl yürütme yeterliklerinin bilişsel tanı modelleri ile incelenmesi, 4. Uluslararası Fen, Matematik, Girişimcilik ve Teknoloji Kongresi bildiri özetleri kitabı taslağı, Uludağ Üniversitesi, Bursa/Türkiye (S. 398)